Плазменные свойства квазиодномерного кольца

© Г.М. Шмелев, Э.М. Эпштейн*

Волгоградский государственный педагогичесий университет,
400013 Волгоград, Россия
* Институт радиофизики и электроники Российской академии наук,
141190 Фрязино, Московская обл., Россия
E-mail: meglev@fizmat.vspu.ru

(Поступила в Редакцию 23 февраля 2001 г.)

Рассчитаны спектр плазменных осцилляций и частота диэлектрической релаксации электронов в квазиодномерном кольце. Обнаружена эквидистантность спектра плазмонов. Показано, что в отличие от трехмерного случая имеет место дисперсия диэлектрической релаксации, откуда следует возможность изучения распределения носителей в квазиодномерных кольцах методом спектроскопии диэлектрической релаксации.

Работа поддержана грантами министерства образования Российской Федерации и Российского фонда фундаментальных исследований.

Развитие технологии квазиодномерных колец [1,2] расширяет возможности в изучении и использовании мезоскопических проводящих систем. Следует отметить, что большинство исследований таких объектов посвящено квантовым явлениям (см., например [3,4]). Между тем, в [5–8] обращено внимание и на интересные классические свойства квазиодномерных колец. В частности, было показано, что они обладают электродинамической нелинейностью, связанной не с нелинейными свойствами материала, из которых кольца изготовлены, а с геометрической конфигурацией ("геометрическая нелинейность").

В настоящей работе в рамках классического подхода исследуются плазменные свойства квазиодномерного кольца в предельных случаях высоких и низких частот, соответствующих плазменным колебаниям и диэлектрической релаксации.

Рассмотрим квазиодномерное плоское кольцо радиуса R и шириной $d \ll R$. Потенциал самосогласованного поля $V(r,\zeta,\varphi,t)$, создаваемого колеблющимися электронами в кольце, описывается уравнением Пуассона

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}+\frac{\partial^2 V}{\partial \zeta^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} = -4\pi\rho(\varphi,t)\delta(\zeta)\Delta(r-R), \quad (1)$$

где (r,ζ,φ) — цилиндрические координаты с началом в центре кольца, $\Delta(r-R)$ — "дельтаподобная" функция, равная $1/d$ в узком интервале $(R-d/2, R+d/2)$ и нулю вне этого интервала. Линейная плотность заряда в кольце $\rho(\varphi,t)$ удовлетворяет уравнению непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{1}{R}\frac{\partial J}{\partial \varphi}=0, \quad (2)$$

где ток в кольце $J(\varphi,t)$ равен

$$J=\frac{eN\nu}{2\pi R}, \quad (3)$$

здесь N — число электронов в кольце, $\nu(\varphi,t)$ — скорость электронов в самосогласованном поле.

1. В случае высоких частот ($\omega\tau \gg 1$, где τ — время свободного пробега) скорость $\nu(\varphi,t)$ удовлетворяет уравнению движения

$$\frac{\partial \nu}{\partial t}=-\frac{e}{mR}\frac{\partial V}{\partial \varphi}, \quad (4)$$

в котором предполагается отсутствие столкновений за период плазменных колебаний.

Проводя Фурье-преобразование по времени и исключая переменные ρ, J и ν, получаем уравнение для Фурье-компоненты $\bar{V}(r,\zeta,\varphi,\omega)$

$$\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial \bar{V}}{\partial r}+\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \zeta^2}+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \varphi^2} = \frac{2e^2N}{mR^3\omega^2}\Delta(r-R)\delta(\zeta)\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \varphi^2}. \quad (5)$$

Проведем преобразование Ханкеля по r и преобразование Фурье по ζ и φ

$$\bar{V}(r,\zeta,\varphi,\omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\varphi} \times \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dq}{2\pi}e^{iq\zeta}\int_0^{\infty} J_n(kr)kdk\tilde{V}_n(k,q,\omega). \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), получим $\tilde{V}_n(k,q,\omega)$. Проводя обратные преобразования Ханкеля и Фурье, полагая

$r = R$, $\zeta = 0$, получаем дисперсионное соотношение для плазмонов в виде

$$\omega^2 = \frac{n^2e^2N}{\pi m R^3} \int_0^\infty Q_{n-\frac{1}{2}}\Big(\frac{R^2+\rho^2}{2R\rho}\Big)\Delta(R-\rho)d\rho,$$

$$\approx \frac{n^2e^2N}{\pi m R^3 d} \int_0^d Q_{n-\frac{1}{2}}\Big(1+\frac{x^2}{2R^2}\Big)dx, \qquad (7)$$

где $Q_\nu(x)$ — функция Лежандра второго рода. Учитывая поведение этой функции при $x \to 1+0$ [9], получаем формулу для спектра плазмонов в квазиодномерном кольце $(R \gg d)$

$$\omega_n^2 = \frac{n^2e^2N}{\pi m R^3} \ln\frac{R}{d}, \quad (n = 1, 2, 3 \dots). \qquad (8)$$

Из (8) следует эквидистантность спектра плазмонов. При $d \to 0$ частота расходится, что типично для одномерных систем (аналогичная ситуация, как известно, имеет место в случае длинного тонкого стержня); с этим связана необходимость введения малой, но конечной ширины квазиодномерного кольца.

При $R \sim 10^{-4}$ cm, $d \sim 10^{-5}$ cm, $m \sim 0.1m_e$, $N \sim 10^3$ (это соответствует двумерной концентрации электронов $n_s \sim 10^{11}\,\mathrm{cm}^{-2}$) для основной частоты плазмонов получаем $\omega_1 \sim 10^{12}\,\mathrm{s}^{-1}$.

2. В случае низких частот $(\omega\tau \ll 1)$ уравнение (4) заменяется уравнением вязкого движения

$$\nu = -\frac{\mu}{R}\frac{\partial V}{\partial\varphi}, \qquad (9)$$

где $\mu = e\tau/m$ — подвижность электронов.

Повторяя указанные выше преобразования, получаем для частоты диэлетрической релаксации

$$\omega_c = \frac{n^2eN\mu}{\pi R^3} \ln\frac{R}{d}. \qquad (10)$$

Из (8) и (10) следует, что в квазиодномерном кольце частота диэлектрической релаксации ω_c при $\omega\tau \ll 1$ связана с частотой плазменных колебаний ω_n при $\omega\tau \gg 1$ тем же соотношением, что и в объемном случае

$$\omega_c = \omega_n^2\tau. \qquad (11)$$

Это означает, что вместо одного максвелловского времени релаксации мы имеем бесконечный спектр времен (частот) релаксации. Физический смысл очевиден: произвольное начальное отклонение концентрации носителей в кольце от однородного распределения может быть разложено по собственным функциям кольца (функциям Бесселя) и разным пространственным (бесселевым) гармоникам соответствуют разные времена релаксации, причем с ростом номера гармоники n частота релаксации увеличивается как n^2. Таким образом, в отличие от трехмерного случая имеет место дисперсия диэлектрической релаксации. Из сказанного следует возможность изучания распредления носителей в кольцах методом спектроскопии диэлектрической релаксации.

Авторы благодарят И.И. Маглеванного за обсуждение результатов.

Список литературы

[1] A. Lorke, L.J. Luyken, A.O. Govorov, J.P. Kotthaus, J.M. Garcia, P.M. Petroff. Phys. Rev. Lett. **84**, *10*, 2223 (2000).
[2] Н.Т. Баграев, А.Д. Буравлев, В.К. Иванов, Л.Е. Клячкин, А.М. Маляренко, С.А. Рыков, И.А. Шелых. ФТП **34**, *7*, 846 (2000).
[3] M.V. Moskalets. Eur. Phys. J. **7**, 645 (1999).
[4] J. Baker, G. Vignale, A.G. Rojo. Phys. Rev. **60**, *12*, 8804 (1999).
[5] E.M. Epshtein, G.M. Shmelev. Physica Scripta **61**, 216 (2000).
[6] E.M. Epshtein, G.M. Shmelev, I.I. Maglevanny. J. Phys. A: Math. Gen. **33**, 6017 (2000).
[7] Г.М. Шмелев, Э.М. Эпштейн, Г.А. Сыродоев. ЖТФ **70**, *10*, 125 (2000).
[8] E.M. Epshtein, I.I. Maglevanny, G.M. Shmelev. Phys. Low-Dim. Struct. **3**/**4**, 109 (2000).
[9] Г. Бейтмен, А. Эрдейи. Высшие трансцендентные функции. Гипергеометическая функция. Функции Лежандра. Наука, М. (1965).