

# Кинетическая концепция прочности в расчетах эластомерных деталей

© С.О. Лазарев, Ю.К. Михайлов

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
195251 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: Lazarev@mech.hop.stu.neva.ru

Рассматриваются особенности применения кинетической концепции к прогнозу долговечности резиновых деталей. Последовательно приводятся теоретические обоснования и экспериментальные данные о долговечности при одноосном растяжении, при сложном напряженном состоянии, при динамическом нагружении с доминирующим растяжением, при динамическом нагружении в присутствии постоянной составляющей. Обращается внимание на возможность использования стандартных методов для получения прочностных характеристик резины. Подчеркивается прикладная направленность разработанных методов и программ.

Эластомерные (резиновые детали во многих узлах выполняют весьма ответственную роль. Например, уплотнения гидросистем космических аппаратов, таких как станция „Мир“, где требуемая долговечность составляла 15 лет. Или эксплуатируемые на протяжении многих лет прокладки подводных трубопроводов, утечки через которые могут привести к экологической катастрофе. При их проектировании промышленность требовала обеспечения высокой надежности прогноза долговечности. Методы, в основу которых легли кинетические представления, описываемые формулой Журкова, интенсивно разрабатывались последние 20 лет, а результаты прогноза получили надежное практическое подтверждение.

Рассмотрим особенности применения кинетической концепции для прогноза долговечности эластомеров (фундаментальное рассмотрение основных особенностей приведено в [1]).

## 1. Долговечность эластомеров при одноосном растяжении

Из опытных данных было известно, что долговечность эластомеров не подчинялась формуле Журкова с постоянными параметрами, а хорошо описывалась степенным уравнением

$$\tau = C\sigma^{-b} \exp \frac{U_0}{RT}. \quad (1)$$

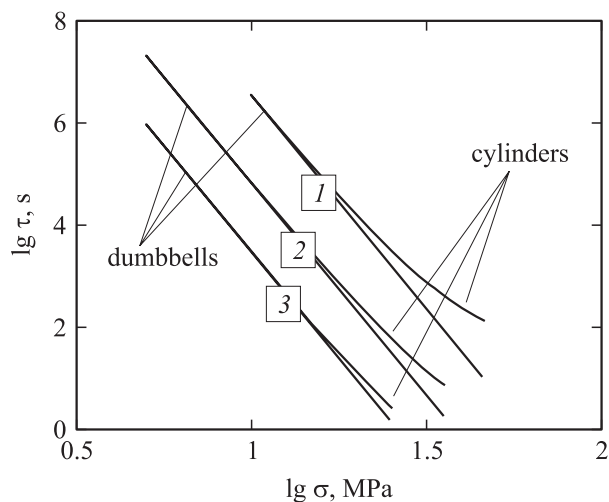
В дальнейшем было показано, что коэффициенты уравнения (1) связаны с постоянными Журкова. Поэтому в (1) используются:  $U_0$  — энергия активации,  $b$  — показатель статической прочности, связанный со структурным коэффициентом  $\gamma$ , и предэкспоненциальный коэффициент  $C$ .

Это уравнение удовлетворительно интерполирует данные для резин в высокоэластическом состоянии, т.е. в диапазоне температур от температуры стеклования до температуры термодеструкции. Эластомер рассматривается как сетка длинных макромолекул, в которой участки между двумя соседними узлами сшивки содержат свободносочлененные сегменты длиной  $L$ . При

растяжении сегмента используется понятие его относительной вытяжки  $\lambda_{rel}$  [1]. Рассматривается энтропийный характер деформации. Выводится связь между вытяжкой, истинными напряжениями  $\sigma$  и модулем упругости  $E$ :  $\lambda_{rel} = \ln(\sigma/E)$ . Замена деформации в зависимости от энергии активации  $U$  на вытяжку дает следующее выражение для времени ожидания разрушения:

$$\tau = \tau_0 (\sigma/E)^{-b} \exp \frac{U_0}{RT}, \quad b = \gamma E/RT. \quad (2)$$

Для количественного сравнения параметров выражений (1) и (2) были проведены специальные опыты. Испытывались одни и те же эластомеры при температурах ниже и выше температуры стеклования. В результате исследований зависимости  $\tau(\sigma, T)$  установлено, что при низких температурах экспериментальные точки в координатах  $\lg \tau - \sigma$  и  $\lg \tau - 1/T$  укладываются на прямые



**Рис. 1.** Типичная зависимость долговечности эластомера в высокоэластическом состоянии от истинных напряжений  $\sigma$  при различных температурах.  $T$ , К: 1 — 293, 2 — 333, 3 — 363. Прямые линии относятся к одноосному растяжению лопаток. Кривые линии (над прямыми) относятся к сжатию цилиндров, разница в долговечности лопаток и цилиндров при одинаковых напряжениях характеризует вклад гидростатического давления в замедление скорости разрушения.

линии, которые образуют типичные журковские вееры, сходящиеся в полюсе. Данный факт свидетельствует о том, что при низких температурах долговечность эластомеров, находящихся в стеклообразном состоянии, описывается формулой Журкова с постоянными параметрами. В области высоких температур экспериментально измеренные значения долговечности образуют прямые уже в двойных логарифмических координатах  $\lg \tau - \lg \sigma$  (рис. 1), что свидетельствует о справедливости зависимости (2). Удовлетворительное согласие было получено и по связи всех величин, входящих в (1) и (2).

Таким образом, различие функциональных зависимостей  $\tau(\sigma)$  в формулах Журкова и степенном законе (1) объяснено различием уравнений состояния эластомера в стеклообразном и высокоэластическом состояниях, которое приводит к разной связи между деформацией и напряжением.

## 2. Сложное напряженное состояние

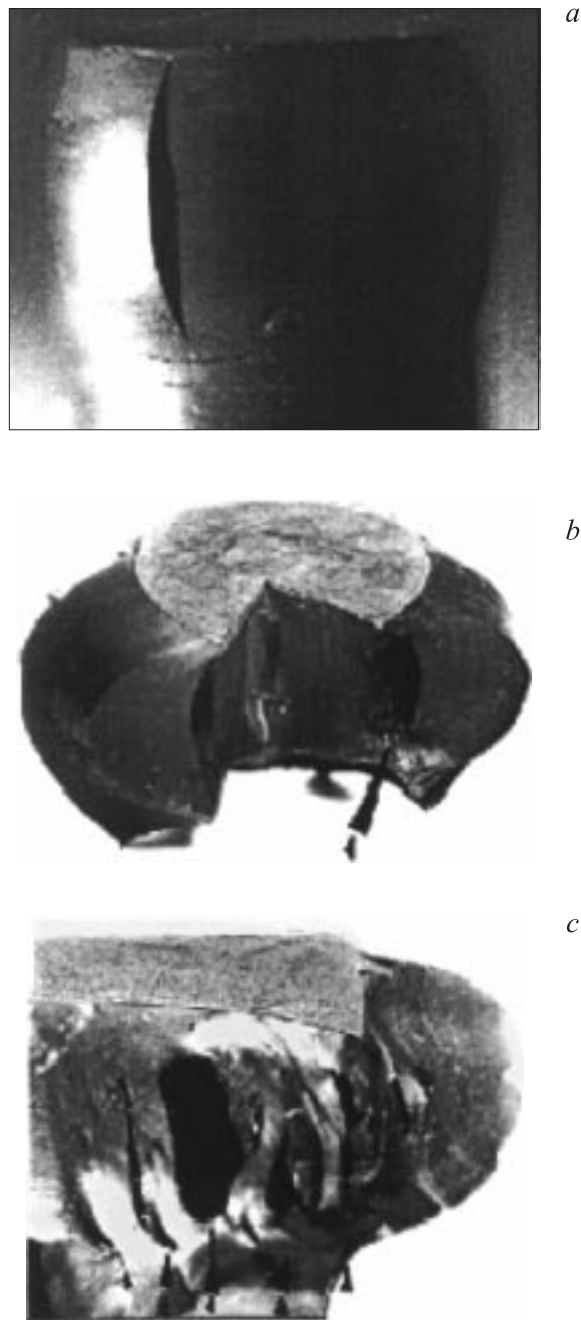
Общепризнанным являлось представление о том, что и в условиях сложного напряженного состояния в базовом для прогноза долговечности выражении должна сохраниться пропорциональность:  $\tau \sim \tau_0 \exp \frac{U(\sigma_{ij})}{RT}$ .

В то же время уравнение Журкова получено для одноосного растяжения, и напряжение в нем рассматривалось как скаляр. С физической точки зрения энергия активации  $U$  разрушения растянутых межатомных связей как скаляр должна зависеть от инвариантных компонент тензора напряжений.

Анализ результатов экспериментальных исследований о разрушении при двухосном растяжении или кручении не дал дополнительной информации: трещины появлялись от действия первых главных растягивающих напряжений  $\sigma_1$  и росли перпендикулярно линии их действия. Для прогнозирования долговечности в этих случаях требовалось лишь корректное определение  $\sigma_1$ .

Наиболее проходящими оказались эксперименты по определению длительной прочности цилиндрических образцов при сжатии [2]. В определенных условиях их разрушение начинается с поверхности (рис. 2, *a*), т.е. в условиях отсутствия очевидных растягивающих напряжений. В этом случае наиболее сложной является экспериментальная реализация одноосного сжатия для устранения влияния концевых эффектов (специальные захваты, профилирование, полировка и смазка поверхностей). При сжатии цилиндрических образцов из жестких эластомеров с разрывным удлинением до 200% первые трещины возникали всегда с поверхности.

Сжатый цилиндр со смазанными концами можно рассматривать как находящийся при одноосном сжатии и использовать для прогнозирования формулы, аналогичные случаю растяжения. Деформации растяжения направлены вдоль окружной координаты и будут предопределять вид разрушения. Только окружная компонента тензора-девиатора напряжений положительна и



**Рис. 2.** Вид разрушенных при сжатии цилиндрических образцов: *a* — разрушение с поверхности образца из жесткого эластомера, *b* — начальные (первые) трещины в образце из мягкого эластомера, *c* — множественные внутренние трещины в образце из мягкого эластомера.

связана с действительно растянутыми связями. Иными словами, в качестве  $\sigma$  в (1) следует использовать  $\sigma_{dev1}$ . В линейной упругости девиаторные компоненты  $\sigma_{devij}$  связаны с растягивающими деформациями через модуль сдвига  $2G$ :  $\sigma_{devij} = 2G\varepsilon_{devij}$ . Для эластомеров, характеризующихся постоянством объема при деформировании, девиаторы деформаций равны самим деформациям. При больших деформациях соотношения

еще более усложнены. Однако в сочетании с использованием метода конечных элементов (МКЭ) это не является проблемой. Сочетания МКЭ [3] для расчета сложного напряженно-деформированного состояния с возможностями кинетической концепции для прогноза долговечности деталей из эластомеров дало в конечном итоге эффективный для практики инструмент.

При сжатии цилиндрических образцов из мягких эластомеров с разрывным удлинением более 500% разрушение начиналось изнутри (рис. 2, *b*). Зафиксировать эти трещины по изменению жесткости невозможно. Использовался метод статистического накопления данных, основанный на последовательном изъятии образцов и их разрезании на части. На рис. 2, *b* и *c* показаны разрезанные образцы с начальной и множественными трещинами.

Были получены экспериментальные данные для цилиндров, аналогичные представленным на рис. 1, где  $\tau$  — время до появления первых трещин в зависимости от сжимающей нагрузки  $F$  или конечной высоты цилиндра в сжатом состоянии. Но в (1) используются напряжения. Следовательно, для того чтобы перестроить зависимость  $\tau(F)$  в  $\tau\sigma$ , необходим расчет напряженно-деформированного состояния. Была осуществлена постановка задачи МКЭ [3]: рассчитать сжатие цилиндра, задав адекватные эксперименту физико-механические характеристики и граничные условия.

Фиксируя вклад растягивающих напряжений (включая и девиаторные) в процесс разрушения, экспериментальный факт увеличения долговечности при наложении давления принимался как доказанный. Давление замедляет эффект растяжения в развитии разрушения [1]. Энергия активации представлялась в форме  $U = U_0 + \alpha\sigma_s^2$ , где эмпирический коэффициент  $\alpha$  учитывает вклад средних напряжений или гидростатического давления в изменение скорости разрушения. Напряжения  $\sigma_{dev1}$  использовались по-прежнему как обусловленные растянутыми связями

$$\tau = C(\sigma_{dev1})^{-b} \exp \frac{U_0 + \alpha\sigma_s^2}{RT}. \quad (3)$$

Прочностные характеристики  $U_0$ ,  $b$  и  $\lg C$  определялись из данных о разрушении лопаток при растяжении. Коэффициент  $\alpha$  можно определить обработкой данных о разрушении при растяжении тех же лопаток в условиях наложенного давления (т.е. на установке, помещенной дополнительно в камеру давления). Эти эксперименты были дорогостоящими, поэтому с практической точки зрения более выгодными оказались эксперименты, связанные с разрушением цилиндрических образцов при сжатии.

На рис. 1 показано сопоставление данных о разрушении лопаток и цилиндров. Было получено удовлетворительное согласие обеих серий экспериментов и значений прочностных коэффициентов, входящих в интерполирующие уравнения (1) и (3). Для сложного напряженно-деформированного состояния в двойных логарифмических координатах  $\lg \tau - \lg \sigma$  зависимость перестает быть линейной. Это

связано не только с нелинейными деформационными зависимостями от любого нагрузочного параметра, но и с разными вкладами растягивающих напряжений и гидростатического давления в процессы развития и торжества разрушения.

### 3. Долговечность при динамическом нагружении с доминирующим растяжением

Идеальным объектом для изучения долговечности при динамическом нагружении являются гантелеобразные образцы [4], подвергаемые изгибу и вращению. При задании постоянного угла изгиба [4] образца реализуется режим заданной амплитуды деформации. При постепенном уменьшении амплитуды деформации время до разрушения увеличивается от образца к образцу. Температура среды в термокамере подбирается и регулируется таким образом, чтобы на поверхности образца существовала постоянная температура в ходе проводимой серии испытаний: при уменьшении амплитуды деформации уменьшается саморазогрев, температура в камере повышается на такое значение, чтобы достичь предыдущего температурного уровня на поверхности образца, полученного при предыдущей большей деформации.

Проведение большого количества испытаний доказало правомочность использования следующей интерполяционной зависимости:

$$\tau = C' \sigma_a^{-b'} \exp \frac{U_0}{R(T_{amb} + \Delta T)}, \quad (4)$$

где  $\sigma_a$  — амплитудные значения растягивающих напряжений,  $T_{amb}$  — температура окружающей среды,  $\Delta T$  — приращение температуры вследствие саморазогрева,  $C'$  — частотно-зависимый коэффициент,  $b'$  — показатель усталостной прочности. Сопоставление данных для одних и тех же эластомеров показало равенство энергий активации  $U_0$  в (1) и (4). Однако показатели усталостной прочности были, как и ожидалось, меньше их статических аналогов  $b' < b$  и  $C' < C$ .

Равенство энергий активации позволяет рассчитывать долговечность при динамическом нагружении, используя принцип суммирования повреждений, и применять (4) для полигармонических нагрузок. Критерий разрушения (закон Бейли) записывается в этом случае как

$$\int_0^{\tau} \frac{dt}{\tau(\sigma(t), T(\sigma))} = 1. \quad (5)$$

При симметричной нагрузке разрушение развивается [1] только за время действия полциклов с растягивающими напряжениями. В полцикле сжатия разрушение развивается по другим площадкам и направлениям, и его скорость мала по сравнению с полциклами растяжения. Таким образом, в приведенном выше критерии разрушения суммирование проводилось только по

времени действия растягивающих нагрузок. В итоге, для симметричного моногармонического нагружения с частотой  $f$  и амплитудой  $\sigma_a$  интегрирование привело к появлению частотно-зависимого экспериментального коэффициента  $n$ . Иными словами, в (4) частотно-зависимый коэффициент  $C'$  разбивается на три слагаемых  $\lg C' = \lg \tau_0 + b' \lg E_T - \lg n$ , где  $\tau_0$  — термофлуктуационная постоянная со значением  $\lg \tau_0 = -12$  для подавляющего большинства эластомеров;  $E_T$  — экстраполированное значение модуля упругости к нулевой температуре;  $n$  — коэффициент, выделивший частотно-зависимую часть. В дальнейшем формула (5) получила тщательную экспериментальную проверку.

Применение кинетической концепции для оценки саморазогрева эластомеров [1] проверялось также на этих гантелеобразных образцах. В настоящий момент используемые зависимости прошли разностороннее тестирование и включены в алгоритмы программ МКЭ [2,3] для расчета теплового состояния деталей из эластомеров при динамическом нагружении.

#### 4. Прогнозирование долговечности в общем случае, включающем динамическое нагружение в присутствии постоянной составляющей

Работа ряда деталей из эластомеров приводит к возникновению напряженного состояния, характеризуемого постоянным или средним во времени уровнем напряжения ( $\sigma_m$ ) и амплитудным значением ( $\sigma_a$ ). Средние напряжения связаны, например, с весом поддерживаемого оборудования или с предварительной сборкой детали, амплитудные — с вибрациями или периодическими процессами в механизме. При описании совместного действия статической и циклической нагрузок принималось положение об аддитивности их действия, т.е. предполагалось, что общая скорость кинетики разрушения в этих условиях является суммой скоростей этого процесса от постоянной и циклически изменяющейся нагрузки. Долговечность определялась из условия достижения предельного состояния, которое характеризуется мерой накопления усталостных и квазистатических повреждений [1]. Критерий разрушения записывается так

$$\frac{\tau}{\vartheta_m(T)} + \int_0^{\tau} \frac{dt}{\vartheta_a(t, T)} = 1, \quad T = T_{\text{amb}} + \Delta T, \quad (6)$$

где  $\vartheta_m, \vartheta_a$  — средняя длительность процесса разрушения от статической и симметричной циклической составляющих нагрузки. После подстановки в (6) выражений (3) и (4) и последующего интегрирования было получено итоговое выражение, записанное ниже

в логарифмической форме,

$$\lg \tau = \lg \tau_0 + b' \lg E_T + \frac{[U_0 + \alpha(\sigma_s)^2]}{R(T_{\text{amb}} + \Delta T)} - \lg[(\sigma_{\text{dev}_{1m}})^{b'} + n(\sigma_{\text{dev}_{1a}})^{b'}]. \quad (7)$$

Аргументами в (7) помимо температуры саморазогрева являются:  $\sigma_{\text{dev}_{1m}}$  и  $\sigma_{\text{dev}_{1a}}$  — первые главные значения компоненты тензора-девиатора истинных напряжений, вызванных постоянной и амплитудой динамической нагрузки соответственно;  $\sigma_s$  — гидростатическое давление только от постоянной нагрузки.

Зависимость (7) не содержит новых прочностных характеристик, подлежащих дополнительному экспериментальному определению помимо опытов с лопатками и гантельными образцами. Правильность значений прочностных характеристик, а также самой зависимости (7) проверялась испытаниями цилиндрических резиновых образцов на долговечность при многократном сжатии [5].

Ссылаясь на отечественные стандарты, следует отметить, что зарубежный аналог [6] после многочисленных обсуждений в комитетах Международной организации по стандартизации (International Organization for Standardization — ISO) был утвержден лишь в 2004 г. После этого зарубежные разработчики коммерческих программ МКЭ стали более решительно включать в свои алгоритмы опции прогнозирования долговечности.

В [2,3] можно найти многочисленные примеры применения кинетической концепции (формулы Журкова) к прогнозу долговечности различных деталей из эластомеров. Авторы занимались этим систематически в течение последних 20 лет и собрали примеры, подтвердившие практически правильность используемого подхода.

#### Список литературы

- [1] В.А. Петров, А.Ф. Башкарев, В.И. Веттегрен. Физические основы прогнозирования долговечности конструкционных материалов. Политехника, СПб (1993). 475 с.
- [2] www.starwin.spbstu.ru. Часть 4. Раздел 5. Использование результатов расчетов в сочетании с экспериментами для определения прочностных характеристик. Внутреннее и внешнее разрушение сжатых цилиндров.
- [3] www.starwin.spbstu.ru. Часть 2. Раздел 5. Использование МКЭ (метода конечных элементов) для прогнозирования срока службы изделий из эластомеров на основе получения полей долговечности и их анализа.
- [4] ГОСТ 10952-87. Резина. Методы определения усталостной выносливости при знакопеременном изгибе с вращением.
- [5] ГОСТ 20418-85. Резина. Методы определения теплообразования, остаточной деформации и усталостной выносливости при многократном сжатии.
- [6] www.iso.org. ISO 11346:2004. Rubber, vulcanized or thermoplastic — Estimation of life-time nad maximum temperature of use.