

01;05

Усиление пиннинга при захвате магнитного потока в кластерах нормальной фазы с фрактальными границами

© Ю.И. Кузьмин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург

E-mail: yurk@shuv.ioffe.rssi.ru, iourk@usa.net

Поступило в Редакцию 26 апреля 2000 г.

Рассматривается явление захвата магнитного потока в жестком сверхпроводнике, в котором роль центров пиннинга играют кластеры нормальной фазы. Найдено распределение критических токов кластеров для произвольной фрактальной размерности. Обнаружено, что фрактальность способствует захвату магнитного потока, увеличивая тем самым критический ток.

Важное свойство изолированных кластеров нормальной фазы в сверхпроводниках состоит в том, что они могут служить эффективными центрами пиннинга [1–4]. Геометрико-вероятностные свойства таких кластеров оказывают существенное влияние на динамику захваченного потока и критические токи; особенно в случаях, когда кластеры нормальной фазы имеют фрактальные границы [5–7].

Рассмотрим сверхпроводящую пленку с включениями нормальной фазы столбчатой формы, которые ориентированы ортогонально ее поверхности. Если такую сверхпроводящую структуру охладить в магнитном поле, направленном вдоль оси ориентации этих включений, до температуры ниже критической, то распределение захваченного магнитного потока будет двумерным. Пусть относительное заполнение поверхности пленки нормальной фазой меньше порога протекания для переноса магнитного потока. В этом случае доля сверхпроводящей фазы превышает порог протекания, и в плоскости пленки существует сверхпроводящий перколяционный кластер, пропускающий транспортный ток. При увеличении тока захваченный поток будет оставаться неизменным, пока не начнется срыв вихрей с тех кластеров, у которых сила пиннинга меньше силы Лоренца, создаваемой транспортным током. При срыве магнитного потока с центров пиннинга каждый вихрь должен пересечь сверхпроводящий кластер. В первую очередь вихри будут проходить

вдоль слабых связей, соединяющих между собой кластеры нормальной фазы. В высокотемпературных сверхпроводниках, для которых характерна малая длина когерентности, такие слабые связи легко образуются на различных структурных дефектах [8–11]. Кроме того, при воздействии магнитного поля длина когерентности еще больше уменьшается [12], что дополнительно способствует формированию слабых связей. В традиционных сверхпроводниках с большой длиной когерентности слабые связи образуются за счет эффекта близости в местах с минимальным расстоянием между соседними кластерами нормальной фазы.

В зависимости от конфигурации слабых связей каждый кластер нормальной фазы имеет свое значение критического тока, которое дает свой вклад в общее статистическое распределение. Изменение захваченного магнитного потока $\Delta\Phi$ при воздействии транспортного тока пропорционально числу всех кластеров нормальной фазы, критический ток которых меньше заданной величины I . Поэтому относительное изменение потока может быть выражено через функцию накопленной вероятности $F = F(I)$ распределения критических токов кластеров:

$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi} = F(I), \quad F(I) = \mathbf{P}\{\forall I_j < I\}, \quad (1)$$

где \mathbf{P} — вероятность того, что критический ток I_j любого j -го кластера меньше заданной верхней границы I .

С другой стороны, чем больше размеры имеет кластер нормальной фазы, тем больше слабых связей имеется по периметру окружающего сверхпроводящего пространства и, следовательно, тем меньше будет его критический ток. Если концентрация слабых связей на единицу длины периметра одинакова для всех кластеров, этот критический ток I обратно пропорционален периметру P кластера: $I \propto 1/P$. Поскольку магнитный поток, захваченный в отдельном кластере, пропорционален его площади A , изменение захваченного потока может быть выражено через функцию накопленной вероятности $W = W(A)$ распределения площадей кластеров нормальной фазы, являющейся мерой количества кластеров, площадь которых не превышает заданное значение A :

$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi} = 1 - W(A), \quad W(A) = \mathbf{P}\{\forall A_j < A\}. \quad (2)$$

Функция распределения $W = W(A)$ площадей кластеров может быть найдена по результатам геометрико-вероятностного анализа электронных микрофотографий пленок [13]. Так, в практически важном случае

толстых пленок YBCO со столбчатыми дефектами [14] реализуется экспоненциальное распределение:

$$W(A) = 1 - \exp\left(-\frac{A}{\bar{A}}\right), \quad (3)$$

где \bar{A} — средняя площадь кластера.

Чтобы выяснить, как транспортный ток влияет на захваченный магнитный поток, надо найти взаимосвязь между распределениями критических токов кластеров (1) и их площадей (2). Как установлено в работе [7], фрактальные свойства границ кластеров нормальной фазы оказывают существенное влияние на динамику магнитного потока в сверхпроводниках. Для фрактальных кластеров соотношение между периметром и площадью имеет вид:

$$P \propto A^{\frac{D}{2}}, \quad (4)$$

что позволяет записать следующее выражение для критического тока: $I = \alpha A^{-D/2}$, где α — фактор формы, D — фрактальная размерность границ кластера.

Соотношение (4) согласуется с обобщенной теоремой Эвклида [15], согласно которой отношения соответствующих мер равны, когда они приведены к одной размерности. Следовательно, $P^{1/D} \propto A^{1/2}$, что справедливо как для эвклидовых ($D = 1$), так и для фрактальных ($D > 1$) геометрических объектов. Поскольку граница кластера представляет собой фрактал, именно статистическое распределение площадей кластеров, а не их периметров является фундаментальным для нахождения распределения критических токов. Топологическая размерность периметра (равная единице) не совпадает с его размерностью Хаусдорфа–Безиковича (которая превышает единицу). Поэтому длина периметра фрактального кластера не является хорошо определенной величиной, а зависит от точности измерения. В то же время для площади кластера топологическая размерность совпадает с размерностью Хаусдорфа–Безиковича (обе равны двум). Следовательно, площадь, ограниченная фрактальной кривой, является конечной и хорошо определенной величиной.

Говоря о геометрических характеристиках кластеров нормальной фазы, мы рассматриваем сечения протяженных столбчатых дефектов плоскостью, в которой протекает транспортный ток. Поэтому, хотя кластер нормальной фазы и является самоаффинным фракталом [16], можно

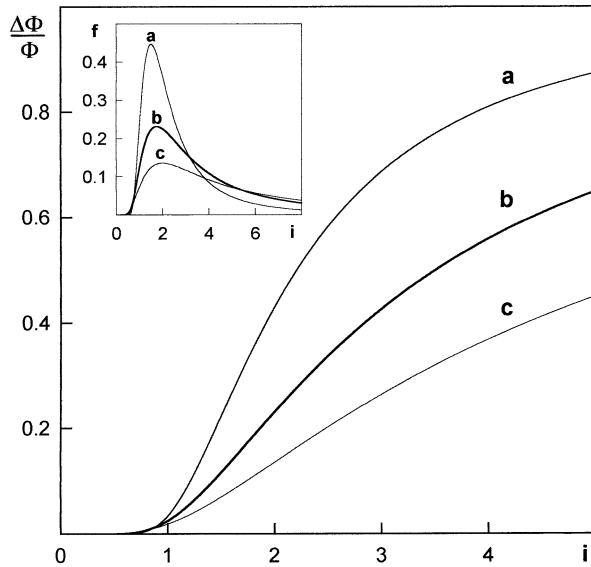


Рис. 1. Влияние фрактальной размерности границ кластеров нормальной фазы на захват магнитного потока: *a* — $D = 1$, *b* — $D = 1.5$, *c* — $D = 2$. На вставке приведены соответствующие распределения плотности вероятности критических токов.

ограничиться рассмотрением его геометрико-вероятностных свойств в плоскости этого сечения, где границы кластеров статистически самоподобны.

В соответствии с исходными соотношениями (1) и (2), для экспоненциального распределения площадей кластеров (3) распределение критических токов имеет вид:

$$F(i) = \exp\left(-\left(\frac{2+D}{2}\right)^{\frac{2}{D}+1} \frac{1}{i^{2/D}}\right), \quad (5)$$

где $i = I/I_c$ и $I_c = \left(\frac{2}{2+D}\right)^{\frac{2+D}{2}} \frac{\alpha}{(\bar{A})^{D/2}}$ — критический ток перехода в резистивное состояние.

Уравнение (5) полностью описывает воздействие транспортного тока на захваченный магнитный поток (рис. 1). По функции накопленной

вероятности можно найти плотность вероятности $f(i) = dF/di$ распределения критических токов:

$$f(i) = \frac{2}{D} \left(\frac{2+D}{2} \right)^{\frac{2}{b}+1} i^{-(\frac{2}{b}+1)} \exp\left(-\left(\frac{2+D}{2}\right)^{\frac{2}{b}+1} \frac{1}{i^{2/D}}\right).$$

Относительное изменение захваченного потока $\Delta\Phi/\Phi$, которое определяется соотношением (5), пропорционально плотности вихрей n , сорванных с центром пиннинга током i :

$$n(i) = \frac{B}{\Phi_0} \int_0^i f(i') di' = \frac{B}{\Phi_0} \frac{\Delta\Phi}{\Phi},$$

где B — магнитная индукция, $\Phi_0 \equiv hc/(2e)$ — квант магнитного потока (h — константа Планка, c — скорость света, e — заряд электрона). Как видно из рис. 1, срыв вихрей становится заметным лишь при $i > 1$, когда образец переходит в резистивное состояние. Рис. 1 позволяет проследить, как фрактальная размерность кластеров влияет на захват магнитного потока. Кривая a описывает эвклидовы кластеры ($D = 1$). Случай c соответствует максимально возможной фрактальной размерности границ кластеров ($D = 2$). Такой фрактальной размерностью обладают, например, кривые Пеано. Каковы бы ни были геометрико-морфологические свойства кластеров, зависимость $\{\Delta\Phi/\Phi \text{ vs } i\}$, всегда будет лежать в области, ограниченной этими двумя предельными кривыми. Примером является кривая b для случая $D = 1.5$.

Рис. 1 иллюстрирует важное следствие уравнения (5): фрактальность способствует захвату магнитного потока, затрудняя его срыв с центров пиннинга, и повышает тем самым критический ток, который образец способен выдерживать, оставаясь в сверхпроводящем состоянии. На вставке рис. 1 заметно, как при увеличении фрактальной размерности размывается распределение критических токов, сдвигаясь в сторону их больших значений. Усиление пиннинга за счет фрактальности может быть охарактеризовано коэффициентом усиления $k_D \equiv \Delta\Phi(D=1)/\Delta\Phi(D)$, равным относительному уменьшению доли магнитного потока, срываемого с фрактальных кластеров с размерностью D , по сравнению с эвклидовыми кластерами ($D = 1$). На рис. 2 приведены зависимости коэффициента усиления пиннинга от транспортного тока и от фрактальной размерности. Наибольшее усиление достигается для фрактальной размерности

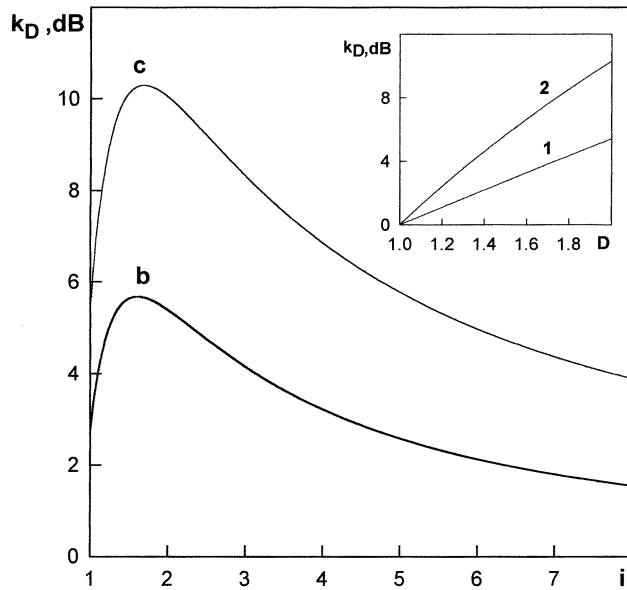


Рис. 2. Усиление пиннинга при различной фрактальной размерности границ кластеров: b — $D = 1.5$, c — $D = 2$. Кривая c имеет максимум при $i = 1.6875$. На вставке — коэффициент усиления пиннинга при фиксированном транспортном токе: 1 — для $i = 1$, 2 — $i = 1.6875$.

$D = 2$: $\max_D k_D = k_2 = \exp((4i - 3.375)/i^2)$. Отметим, что коэффициент усиления пиннинга характеризует свойства сверхпроводника в диапазоне токов, соответствующих резистивному состоянию (при $i > 1$). При меньших токах захваченный магнитный поток практически не меняется (рис. 1), так как отсутствуют центры пиннинга со столь малыми критическими токами, и срыв вихрей еще не начался. Как и для любого жесткого сверхпроводника, наличие диссипации в резистивном состоянии еще не означает разрушения фазовой когерентности. Некоторая диссипация за счет движения магнитного потока всегда имеется в жестком сверхпроводнике при любых транспортных токах даже при очень сильном пиннинге. Поэтому критический ток в таких материалах не может быть определен как наибольший бездиссипативный ток. Сверхпроводящее состояние разрушается лишь при таких токах,

когда диссипация лавинообразно возрастает вследствие развития термомагнитной неустойчивости.

Таким образом, фрактальность границ кластеров нормальной фазы усиливает захват магнитного потока. Это открывает новые возможности для повышения критических токов композитных сверхпроводников путем оптимизации их геометрико-морфологических свойств.

Список литературы

- [1] Higuchi T., Yoo S.I., Murakami M. // Phys. Rev. B. 1999. V. 59. N 2. P. 1514–1527.
- [2] Mezzetti E., Gerbaldo R., Ghigo G., Gozzelino L., Minetti B., Camerlingo C., Monaco A., Cuttone G., Rovelli A. // Phys. Rev. B. 1999. V. 60. N 10. P. 7623–7630.
- [3] Jooss Ch., Warthmann R., Kronmüller H., Haage T., Habermeyer H.-U., Zegenhagen J. // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 82. N 3. P. 632–635.
- [4] Dorogovtsev S.N., Kuzmin Yu.I. // Phys. Lett. A 1992. V. 170. N 3. P. 245–247.
- [5] Laibowitz R.B., Voss R.F., Alessandrini E.I. // Percolation, Localization and Superconductivity / Ed. by A.M. Goldman and S.A. Wolf. NATO ASI Series. Ser. B. V. 109. N.Y.: Plenum Press, 1984. P. 145–160.
- [6] Olson C.J., Reichhardt C., Nori F. // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. N 10. P. 2197–2200.
- [7] Kuzmin Yu.I. // Phys. Lett. A 2000. V. 267. N 1. P. 66–70.
- [8] Küpfer H., Wolf Th., Zhukov A.A., Meier-Hirmer R. // Phys. Rev. B. 1999. V. 60. N 10. P. 7631–7639.
- [9] Kerchner H.R., Norton D.R., Goyal A., Budai J.D., Christen D.K., Kroeger D.M., Paranthaman M., Lee D.F., List F.A., Feenstra R., Brandt E.H. // Phys. Rev. B. 1999. V. 60. N 9. P. 6878–6883.
- [10] Bryksin V.V., Goltsev A.V., Dorogovtsev S.N., Kuzmin Yu.I., Samukhin A.N. // J. Phys.: Condens. Matter. 1992. V. 4. N 7. P. 1791–1798.
- [11] Haslinger R., Joynt R. // Phys. Rev. B. 2000. V. 61. N 6. P. 4206–4214.
- [12] Sonier J.E., Kiefl R.F., Brewer J.H., Bonn D.A., Dunsiger S.R., Hardy W.N., Liang R., Miller R.I., Noakes D.R., Stronach C.E. // Phys. Rev. B. 1999. V. 59. N 2. P. R729–R732.
- [13] Кузьмин Ю.И., Плеваков И.В. // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. В. 12. С. 30–36.
- [14] Кузьмин Ю.И., Плеваков И.В., Разумов С.В. // ФФТ. 1999. Т. 41. В. 10. С. 1739–1742.
- [15] Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco: Freeman, 1982.
- [16] Мандельброт Б. // Фракталы в физике / Под ред. Л. Пьетронеро и Э. Тозатти. М.: Мир, 1988. С. 9–47.