

01;07

## Непараксиальный гауссов пучок: 2. Расщепление линий сингулярности и оптический эффект Магнуса

© А.В. Воляр, Т.А. Фадеева

Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского,  
Симферополь

Поступило в Редакцию 23 ноября 1999 г.

Показано, что силовые линии вектора Пойнтинга низших мод непараксиального гауссова пучка вблизи линий фазовых сингулярностей — колец Эйри — имеют ряд петель и колец, внутри которых присутствуют отрицательные потоки энергии. Положение таких потоков несимметрично относительно поворота вокруг оптической оси. В результате такой асимметрии возникает локальное расщепление линий фазовой сингулярности, а поперечное сечение пучка из кругового превращается в эллиптическое. Асимметрию поперечного сечения пучка можно исключить, если рассматривать суперпозицию циркулярно поляризованных четных и нечетных мод. Тем не менее это не приводит к исчезновению отрицательных потоков энергии, а только равномерно распределяет их в азимутальном направлении поперечного сечения. Всякое малое возмущение такого симметричного пучка вызывает уникальное явление — оптический эффект Магнуса в свободном пространстве — поворот картины интенсивности пучка при смене круговой поляризации с правой на левую. Это явление предполагает наличие спин-орбитального взаимодействия в непараксиальном гауссовом пучке, распространяющемся в свободном пространстве.

В первой части данной работы нами было показано, что линейно поляризованный непараксиальный гауссов пучок низшего порядка может существовать в форме четырех мод: четная  $LP^{ev}$  и нечетная  $LP^{od}$  волны с преимущественной  $x$ -или  $y$ -поляризацией соответственно. Мы предположили (и вообще говоря, это действительно так для неограниченных волн, подвергнутых сильной фокусировке [1,2]), что именно линейная поляризация мод вызывает изменение симметрии поперечного сечения пучка в области перетяжки с круговой в эллиптическую и наоборот и, следовательно, является причиной разделения полей по четности. Следует заметить также, что в непараксиальном пучке четность и поля-

ризация формально жестко связаны. Так, у-электрической поляризации соответствует четная мода, а  $x$ -магнитной поляризации — нечетная мода. Для четных мод направление электрического вектора параллельно большой полуоси эллипса поперечного сечения, в то время как для нечетных мод такое же условие выполняется для вектора напряженности магнитного поля.

Кроме того, было установлено, что вблизи фокальной плоскости аксиальный поток энергии может принимать отрицательные значения в окрестности кольцевых фазовых дислокаций — колец Эйри. Положение колец Эйри, строго ограниченное фокальной плоскостью для чистых модовых состояний, может изменяться для модовых суперпозиций типа  $LP^{ev} \pm iLP^{od}$ , так что знаки (+) или (–) соответствуют положению колец ближе или дальше фокальной плоскости. Эти уникальные явления, протекающие в свободном пространстве, мы связали с асимметрией электрического и магнитного поля по отношению друг к другу и с наличием выделенного направления поляризации. Правомерно ожидать, что выше указанные явления не будут сопровождать циркулярно поляризованный непараксиальный гауссов пучок, поскольку для него отсутствует выделенное направление колебаний.

Целью данной работы явилось изучение векторных свойств циркулярно поляризованного непараксиального гауссова пучка, распространяющегося в свободном пространстве в окрестности фокальной плоскости.

1. Рассмотрим монохроматический модовый пучок низшего порядка ( $l = 0$ ), распространяющийся в свободном пространстве в положительном направлении оси  $z$  и являющийся решением уравнений Максвелла. Кроме того, потребуем, чтобы в параксиальном приближении ( $kz_0 \ll 1$ , где  $z_0$  — длина Рэлея,  $k_0 = 2\pi/\lambda$  — волновое число в вакууме) этот пучок превращался в параксиальный гауссов пучок [2]. Декартовы компоненты поля такого пучка представлены на табл. 1 в первой части данной работы. Сформируем из этих компонент циркулярно поляризованное поле в цилиндрических  $\{r, \varphi, z\}$  координатах по схеме  $CP_{ev}^{(\sigma)} \Rightarrow LP(e_y) + i\sigma LP(e_x)$  и  $CP_{od}^{(\sigma)} \Rightarrow LP(h_y) + i\sigma LP(h_x)$  (здесь сокращение  $CP$  соответствует аббревиатуре английских слов circularly polarized — циркулярно поляризованной,  $\sigma = \pm 1$  — спиральность — направление вращения вектора поляризации):

$$CP_{ev} : e_r = \sigma(z + iz_0)F_1 \exp(i\sigma\varphi),$$

$$\begin{aligned}
e_\varphi &= i(z + iz_0)F_1 \exp(i\sigma\varphi), \quad e_z = \sigma \frac{\partial F_0}{\partial r} \exp(i\sigma\varphi), \\
h_r &= (G_1 + r^2 F_2) \exp(i\sigma\varphi), \quad h_\varphi = i\sigma G_1 \exp(i\sigma\varphi), \\
h_z &= -(z + iz_0) \frac{\partial F_1}{\partial r} \exp(i\sigma\varphi); \tag{1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
CP_{od} : e_r &= (G_1 + r^2 F_2) \exp(i\sigma\varphi), \quad e_\varphi = i\sigma G_1 \exp(i\sigma\varphi), \\
e_z &= -(z + iz_0) \frac{\partial F_1}{\partial r} \exp(i\sigma\varphi). \\
h_r &= -\sigma(z + iz_0)F_1 \exp(i\sigma\varphi), \quad h_\varphi = -i(z + iz_0)F_1 \exp(i\sigma\varphi), \\
h_z &= -\sigma \frac{\partial F_0}{\partial r} \exp(i\sigma\varphi). \tag{2}
\end{aligned}$$

Для краткости выражения (1) и (2) записаны в системе CGS и в единицах волнового числа  $k = 2\pi/\lambda = 1$ .

Анализ приведенных выражений показывает, что использование циркулярно поляризованного базиса и цилиндрических координат не решает проблемы взаимной симметрии электрического и магнитного поля модового пучка. В целях дальнейшей симметризации полей, запишем суперпозицию четных и нечетных мод (1) и (2) по схеме  $CP^{(\sigma, \kappa)} \Rightarrow CP_{(ev)}^{(\sigma)} + i\kappa CP_{(od)}^{(\sigma)}$ , где  $\kappa = \pm 1$  — орбитальный индекс:

$$\begin{aligned}
e_r &= \{\sigma(z + iz_0)F_1 + i\kappa(G_1 + r^2 F_2)\} \exp(i\sigma\varphi), \\
e_\varphi &= i\sigma\{\sigma(z + iz_0)F_1 + i\kappa G_1\} \exp(i\sigma\varphi), \\
e_z &= -i\sigma \frac{\partial}{\partial r} \{(z + iz_0)F_1 + i\kappa\sigma F_0\} \exp(i\sigma\varphi), \tag{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_r &= -\{\sigma(z + iz_0)F_1 + i\kappa(G_1 + r^2 F_2)\} \exp(i\sigma\varphi), \\
h_\varphi &= \kappa\sigma\{\sigma(z + iz_0)F_1 + i\kappa G_1\} \exp(i\sigma\varphi), \\
h_z &= -i\sigma\kappa \frac{\partial}{\partial r} \{(z + iz_0)F_1 + i\kappa\sigma F_0\} \exp(i\sigma\varphi). \tag{4}
\end{aligned}$$

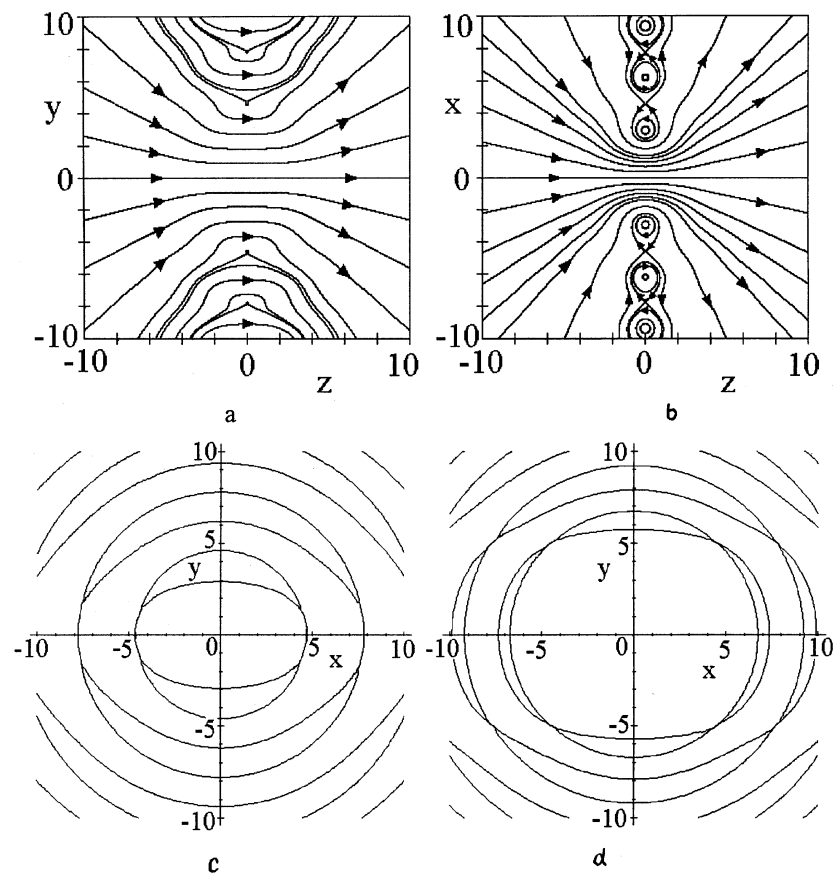
Теперь электрическое и магнитное поля оказались почти симметричны. Чтобы сделать поля полностью симметричными в смысле параксиального приближения, учтем, что второй член в круглых скобках в выражения для  $e_r$  и  $h_r$  на два порядка меньше первого  $G_1 \gg r^2 F_2$  (это условие будет

сохраняться даже при слабом требовании  $kz_0 \geq 1$ ). Указанный член учитывает отклонение поляризации поля от циркулярной. В параксиальном приближении должно выполняться соотношение между электрическим и магнитным полем в виде:  $\mathbf{h}_r = \hat{z} \times \mathbf{e}_r$ . Тогда из (3) и (4) следует, что

$$\sigma \cdot \kappa = 1. \quad (5)$$

Такая жесткая связь между "спиновыми и орбитальными" характеристиками векторного поля указывает на наличие в непараксиальном пучке спин-орбитального взаимодействия. В дальнейшем на примере непараксиальных оптических вихрей мы постараемся строго доказать это утверждение, в данной же работе ограничимся наглядной трактовкой указанного явления. Отметим, что посредством компьютерного моделирования мы проверили условие  $\sigma \cdot \kappa = -1$  для полей (3) и (4) и обнаружили, что такие поля не соответствуют бегущим волнам, но формируют особое состояние поля типа "капля света", о которых уже упоминалось в первой части статьи.

На рис. 1, *a*, *b* приведены карты силовых линий вектора Пойнтинга для четной  $LP(e_y)$  моды (см. табл. 1 первой части данной работы) в плоскостях  $x = 0$  и  $y = 0$  соответственно. Обращает на себя внимание отсутствие симметрии в ходе силовых линий относительно поворота на  $\pi/2$ . Возникшая асимметрия как раз связана с отрицательными потоками энергии в  $z$  направлении. На рис. 1, *a* в окрестности колец Эйри силовые линии в плоскости  $x = 0$  имеют особенность типа точки возврата — отрицательный поток энергии отсутствует, в то время как кольцевые и петлевые линии вектора Пойнтинга на рис. 1, *b* для ортогональной плоскости  $y = 0$  указывают на наличие отрицательных потоков энергии. Вместе с тем основная часть светового потока сосредоточена в области фокальной плоскости с координатами  $r < z_0$  и проецируется на плоскость наблюдения в виде семейства гипербол. Эта область, лежащая вблизи оптической оси, соответствует параксиальному приближению и, как было показано в работе [4], силовые линии представляют семейство прямых образующих однополостного гиперболоида вращения. Заметим, что петлевые и кольцевые траектории указывают на наличие спин-орбитальной связи в непараксиальном пучке [5]. Сравнение карты силовых линий на рис. 1, *a* с силовыми линиями потока энергии волны после апланатического высокоапертурного микрообъектива на рис. 4.21 работы [2] показывает хорошее согласование результатов, полученных различными методами.

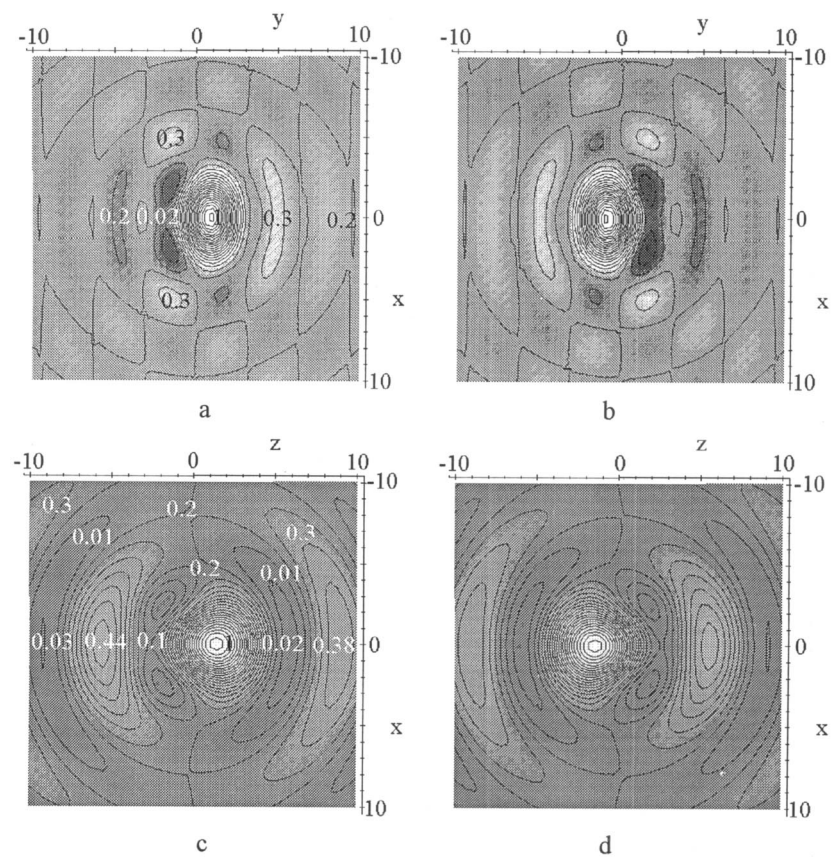


**Рис. 1.** Карты силовых линий вектора Пойтинга для четной  $LP(e_y)$  моды в плоскостях  $x = 0$  (a) и  $y = 0$  (b). Линии сингулярности этой же моды ( $P_z(x, y, z) = 0$ ) для  $kz_0 = 1$  (c) и  $kz_0 = 5$  (d). (Все длины указаны в единицах  $k = 2\pi/\lambda$ ).

2. Обращает на себя внимание неоднородное распределение потоков отрицательной энергии и связанное с ним расщепление линий сингулярности. По своей природе этот эффект напоминает явление мульти-

плетности энергетических уровней атома, возникающее за счет влияния спина микрочастицы. На рис. 1,  $c, d$  приведены семейства линий сингулярности ( $P_z = 0$ )  $LP(e_y)$  моды, для которых одновременно обращаются в нуль как действительные, так и мнимые части поперечных компонент электрического и магнитного поля. (Линии сингулярности  $LP(e_x)$  моды будут просто повернуты на  $\pi/2$ ). Расщепление линий сингулярности приводит к уникальному явлению — оптическому эффекту Магнуса модового пучка в свободном пространстве. Рассмотрим это явление подробнее.

Наличие спин-орбитальной связи предполагает различный отклик волновой функции пучка на правую  $\sigma = 1$  и левую  $\sigma = -1$  циркулярную поляризацию. Однако поля (3) и (4) симметричны относительно поворота вокруг оптической оси. Чтобы нарушить внешнюю симметрию, введем слабое возмущение в виде плоской волны с амплитудой  $a_0$ , распространяющейся под углом  $\alpha$  к оси  $z$ . Результат действия слабого возмущения на модовый пучок с правой и левой циркуляцией в фокальной плоскости приведен на рис. 2. Как видно из распределения интенсивности  $P_z$ , в фокальной плоскости  $z = 0$  переключение поляризации с  $\sigma = 1$  на  $\sigma = -1$  вызывает поворот всей картины в целом на  $\pi$ . Явление вращения спекл картины в поле излучения оптического волокна при смене направления циркуляции поляризации известно как оптический эффект Магнуса [6]. Но в основе этого явления лежат фундаментальные принципы взаимодействия излучения и среды с градиентом показателя преломления. Здесь же мы встретились с исключительным проявлением эффекта Магнуса в свободном пространстве. По-видимому, роль градиента показателя преломления в этом случае выполняет градиент интенсивности непараксиального модового пучка. На возможность наблюдения поперечного смещения пучка в фокальной плоскости линзы на расстоянии порядка полдлины волны указывали оценочные расчеты, представленные в работе [7], а в работе [8] поперечный сдвиг фокального пятна был обоснован с помощью геометрикооптического подхода. На первый взгляд поперечное смещение пучка и вращение картины интенсивности не связаны между собой. Тем не менее сравнение рис. 2,  $a$  и  $b$  показывает, что центральное пятно, в котором сосредоточена основная интенсивность поля, испытывает поперечное смещение на расстоянии  $d \propto \lambda/2$  за счет поворота на  $\pi$  при переключении знака циркуляции поляризации. Важно заметить, что одновременно с поперечным сдвигом наблюдается продольное смеще-



**Рис. 2.** Карты линий уровня интенсивности (в отн. ед.) для суперпозиции циркулярно поляризованной  $CP^{(\sigma, \kappa)}$  моды и плоской монохроматической волны с амплитудой  $a_0 = 1$ , распространяющейся вдоль оптической оси ( $\alpha = 0$ ) в плоскости  $xy$  при  $\sigma = 1$  (*a*) и  $\sigma = -1$  (*b*), а также в плоскости  $xz$  при  $\sigma = 1$  (*c*) и  $\sigma = -1$  (*d*) для  $kz_0 = 1$ .

ние перетяжки пучка приблизительно на то же расстояние (рис. 2, *c, d*). Оказывается заманчивым связать полученное поперечное смещение с различием скоростей распространения пучков с ортогональной круго-

вой поляризацией вдоль оптической оси. Однако это предположение ошибочно, поскольку продольная компонента вектора Пойнтинга  $\int P_z dS$ , отвечающая за групповую скорость, одинакова для обеих ортогональных поляризаций.

Авторы благодарят В.Г. Шведова за полезную дискуссию.

## Список литературы

- [1] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 719 с.
- [2] Солимено С., Крозиньяни Б., Ди Порто П. Дифракция и волноводное распространение оптического излучения. М.: Мир, 1989. 662 с.
- [3] Abramochkin E., Volostnikov V. // Optics Communications. 1996. V. 125. P. 302–232.
- [4] Воляр А.В., Фадеева Т.А., Шведов В.Г. // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. В. 5.
- [5] Воляр А.В., Жилайтис В.З., Шведов В.Г. // Оптика и спектроскопия. 1999. Т. 86. № 4. С. 664–670.
- [6] Воляр А.В., Фадеева Т.А. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. В. 23. С. 59–67.
- [7] Баранова Н.Б., Савченко А.Ю., Зельдович Б.Я. // Письма в ЖЭТФ. 1994. Т. 59. В. 4. С. 216–218.
- [8] Садыков Н.Р. // Оптика и спектроскопия. 1998. Т. 84. № 2. С. 293–296.