

01;09

## **Переходные процессы в автостохастическом генераторе с запаздыванием**

© Э.В. Кальянов

Институт радиотехники и электроники РАН, Фрязино

*Поступило в Редакцию 4 февраля 2000 г.*

Проведен численный анализ переходных процессов в автостохастической системе с запаздыванием. Исследованы особенности переходных процессов, обусловленные изменением интенсивности хаотических начальных условий. Показана возможность переключения хаотических колебаний между бассейнами притяжения.

Автоколебательные системы с запаздывающей обратной связью широко используются для моделирования различных объектов во многих областях знаний [1–5]. Эти системы обладают сложной динамикой, особенности которой изучены недостаточно. При этом не исследованы переходные процессы в хаотическом режиме работы при большом запаздывании. Естественно ожидать, что они ведут себя иначе, чем в случае генераторов без запаздывания. Существенным усложнением переходных процессов в системах с запаздыванием является возможность возбуждения хаотических колебаний. Знание переходных процессов и путей их сокращения в ряде случаев необходимо, особенно при использовании автостохастических генераторов с запаздыванием в системах связи, основанных на применении динамического хаоса [6].

Само определение переходных процессов в общепринятом понимании к генераторам с запаздыванием применимо, по-видимому, лишь при работе в режимах регулярных колебаний. При хаотических колебаниях процесс генерации трудно рассматривать установившимся, так как непрерывно происходит изменение колебательного процесса. В связи с этим в работе [7] даже отмечается, что при хаотических колебаниях генератор с запаздыванием как бы находится в состоянии "переходных" процессов. Однако здесь следует отметить, что при хаотическом режиме работы, как и в случае регулярных движений, имеет место

заметно выраженное нарастание колебаний. При этом максимальные выбросы хаотических колебаний по истечении определенного времени не превышают некоторого значения, и хаотические колебания достигают своеобразного "насыщения". Это позволяет, пользуясь некоторыми ограничениями, определить время установления хаотических колебаний. В настоящей работе рассматриваются переходные процессы в генераторе с запаздыванием, описываемом, достаточно общими уравнениями с запаздывающим аргументом.

Исследование переходных процессов при возбуждении хаотических колебаний проводилось на основе нелинейных дифференциально-разностных уравнений, описывающих генератор с запаздыванием, содержащий также и инерционный элемент. Генератор состоит из замкнутого в кольцо нелинейного усилителя, фильтров первого и второго порядка, линии задержки и дифференцирующего устройства. Анализируемая система при кубической аппроксимации нелинейности усилителя описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y, \\ \dot{y} + (\omega/Q)y + \omega^2 x &= \omega^2 \{B[(1 - z^2)/\delta][x(t - \tau) - z]\}, \\ \delta \dot{z} + z &= x(t - \tau), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x$ ,  $y$ ,  $z$  — переменные, зависящие от времени  $t$ ;  $\omega$ ,  $Q$  — собственная частота и добротность фильтра второго порядка;  $\delta$  — постоянная времени фильтра первого порядка;  $\tau$  — запаздывание в цепи обратной связи;  $B$  — параметр усиления. Точкой обозначено дифференцирование по времени  $t$ .

В отличие от анализа переходных процессов в генераторе без запаздывания [8] при рассмотрении переходных процессов в системах с запаздыванием нельзя полагать начальные условия постоянными. Действительно, при циркуляции начального возмущения, обусловленного в реальных условиях шумовыми колебаниями различной природы, эти шумовые колебания продолжают воздействовать, причем случайным образом. Поэтому при численном анализе переходных процессов в системе с запаздыванием следует задавать начальные условия изменяющимися во времени колебаниями, причем шумовыми или шумоподобными. Для возможности воспроизведения результатов анализа переходных процессов в качестве начальных условий целесообразно использовать

решения уравнений, описывающих системы с хаотическим поведением. Удобно использовать, например, хаотические решения относительно простых нелинейных уравнений Ресслера. Эти уравнения имеют вид [9]

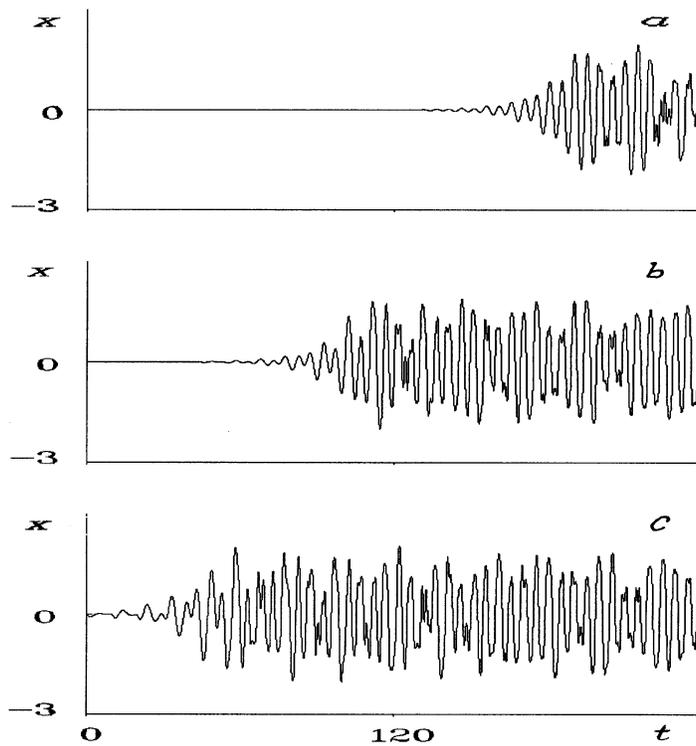
$$\begin{aligned}\dot{u} &= -v - w, \\ \dot{v} &= u + \alpha v, \\ \dot{w} &= -\beta w + uv + \sigma,\end{aligned}\tag{2}$$

где  $u$ ,  $v$ ,  $w$  — переменные, зависящие от времени  $t$ ;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$  — постоянные. Решение этих уравнений при  $\alpha = 0.3$ ,  $\beta = 8.5$ ,  $\sigma = 0.4$  является хаотическим с аттрактором типа "воронки" [1]. Спектр колебаний при этом не содержит регулярных составляющих.

В связи с необычным выбором начальных условий при решении уравнений (1) следует особо отметить, что начальные условия для переменных  $x$ ,  $y$  и  $z$  определялись величинами  $\gamma u(t)$ ,  $\gamma v(t)$  и  $\gamma w(t)$  соответственно. Вычисление последних при решении уравнений (2) проводилось при упомянутых выше значениях постоянных  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\sigma$ . Коэффициент  $\gamma$  введен для возможности изменения интенсивности хаотических колебаний, определяющих хаотически изменяющиеся начальные условия системы (1). Для исключения переходных процессов в решении уравнений (2) начальные условия для этих уравнений полагались равными  $u(0) = 5.536877$ ,  $v(0) = -1.617695$ ,  $w(0) = 0.1127826$ . Эти значения переменных  $u$ ,  $v$ ,  $w$  имеют место в некоторый момент времени по истечении достаточно большого времени после начала генерации. Численный анализ проводился методом Рунге–Кутты 4-го порядка. Шаг интегрирования выбран равным 0.05. При этом параметры  $Q$ ,  $B$ ,  $\omega$  и  $\delta$  в приведенных результатах расчетов не изменялись и выбраны равными следующим значениям:  $Q = 1$ ,  $B = 2.9$ ,  $\omega = 1$ ,  $\delta = 0.1$ .

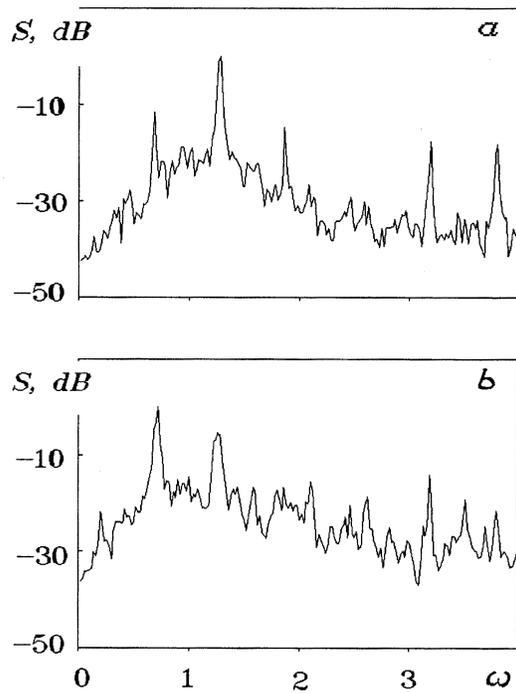
Численное решение системы уравнений (1) при отмеченных особенностях выбора начальных условий подтверждает ожидаемое увеличение задержки возбуждения колебаний по мере увеличения  $\tau$ . Это имеет место как при регулярной, так и при хаотической динамике.

На рис. 1, *a, b* иллюстрируется процесс возбуждения хаотических колебаний при трех значениях параметра  $\gamma$  при запаздывании, равном  $\tau = 9.4$ . При очень малой величине этого параметра ( $\gamma = 0.000001$ , рис. 1, *a*) заметное нарастание колебаний происходит лишь по истечении



**Рис. 1.** Реализации нарастающих колебаний при различной интенсивности хаотически изменяющихся начальных условий:  $a - \gamma = 0.000001$ ;  $b - \gamma = 0.001$ ;  $c - \gamma = 0.1$ .

относительно большого интервала времени ( $t \in [0; 140]$ ). Этот интервал времени, в течение которого автоколебаний практически нет, можно назвать "временем молчания", обозначив его через  $T$ . По мере увеличения  $\gamma$  время молчания уменьшается. Так, при  $\gamma = 0.0001$  оно равно  $T = 80$ , а при  $\gamma = 0.001$  —  $T = 45$  (рис. 1,  $b$ ). При  $\gamma = 0.1$  время молчания уже практически отсутствует (рис. 1,  $c$ ). Таким образом, для уменьшения  $T$ , а соответственно и для ускорения процесса нарастания хаотических колебаний, следует увеличивать  $\gamma$ .



**Рис. 2.** Спектры мощности колебаний при различной интенсивности хаотически изменяющихся начальных условий: *a* —  $\gamma = 0.000001$ ; *b* —  $\gamma = 0.001$ .

Интересным фактом является изменение спектрального состава "установившихся" колебаний (по истечении интервала времени  $t \in [0; 2400]$ ) при различных величинах  $\gamma$ , когда запаздывание сохраняется постоянным ( $\tau = 9.4$ ). При варьировании  $\gamma$  устанавливаются колебания с двумя различными спектрами мощности  $S$ . Эти спектры иллюстрируются рис. 2: рис. 2, *a* получен при  $\gamma = 0.000001$ , а рис. 2, *b* — при  $\gamma = 0.001$ . В случае  $\gamma = 0.001$  спектр смещен в область низких частот по сравнению со спектром рис. 2, *a*. Такой же спектр (как показанный на рис. 2, *b*) имеет место при  $\gamma = 0.8$ . При  $\gamma = 0.0001$ , при  $\gamma = 0.01$  и даже при  $\gamma = 1$  спектр такой же, как и при  $\gamma = 0.000001$ .

Изменение спектра колебаний в хаотическом режиме, отображаемом рис. 2, *b*, свидетельствует о переходе колебаний в другой ("низкочастотный") бассейн притяжения. Иными словами, интенсивность хаотически изменяющихся начальных условий может определять возбуждение хаотических колебаний в том или ином бассейне притяжения.

Проведенные исследования показывают, что переходные процессы установления колебаний автостохастического генератора с запаздыванием могут занимать относительно большое время и возрастают с увеличением запаздывания. Для повышения уровня хаотически изменяющихся начальных условий с целью сокращения переходных процессов на практике в автоколебательных системах с запаздыванием целесообразно использовать усилители с большим уровнем собственных шумов. При этом следует учитывать возможность переключения хаотических колебаний между различными бассейнами притяжения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 98-02-16722).

## Список литературы

- [1] *Неймарк Ю.И., Ланда П.С.* Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987. 424 с.
- [2] *Гласс Л., Мэки М.* От часов к хаосу. Ритмы жизни. М.: Мир, 1991. 248 с.
- [3] *Кислов В.Я.* // РЭ. 1993. Т. 38. № 10. С. 1783–1815.
- [4] *Кальянов Э.В.* // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. В. 16. С. 71–75.
- [5] *Лоскутов А.Ю., Мушеников А.В., Одинцов А.И., Федосеев А.И., Федянович А.В.* // Квантовая электроника. 1999. Т. 29. № 2. С. 127–131.
- [6] *Pecora L.M., Carroll T.L., Johnson G.A., Mar D.J., Heagy J.F.* // Chaos. 1997. V. 7. N 4. P. 520–543.
- [7] *Котырев Е.А., Плисс Л.Е.* // РЭ. 1965. Т. 10. № 9. С. 1628–1634.
- [8] *Максимов А.О., Соседко Е.В.* // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. В. 17. С. 1–6.
- [9] *Rossler O.E.* // Phys. Lett. 1976. V. 57A. N 5. P. 397–398.