

01

## Формирование и распространение импульсов с солитонным центром первого порядка комплексного уравнения Ландау–Гинзбурга

© А.С. Щербаков, А.Ю. Косарский

С.-Петербургский государственный технический университет

Поступило в Редакцию 28 января 2000 г.

Методами численного моделирования демонстрируется, что область формирования импульсов с солитонным центром первого порядка комплексного уравнения Ландау–Гинзбурга может быть существенно расширена, и рассматривается возможность применения таких импульсов для решения задач прецизионной синхронизации в системах обработки информации.

Эволюция уединенных волн в среде со слабой нелинейностью, аномальной дисперсией групповой скорости и потерями  $\gamma$  описывается комплексным уравнением Ландау–Гинзбурга [1] для амплитуды поля  $A$ , нормированной на амплитуду фундаментального солитона  $A_0$  при  $\gamma = 0$ :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\Gamma A - i \left( \frac{1}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + A|A|^2 \right). \quad (1)$$

Здесь  $\Gamma = \gamma Z_D$ , а нормированные переменные  $z = x/Z_D$ ,  $\tau = t/\tau_0$  связаны с координатой  $x$  и временем  $t$  в сопровождающей системе координат;  $Z_D = \tau_0^2 k_2^{-1}$  — дисперсионная длина,  $\tau_0$  — определяемая по уровню  $\sec h(1) \approx 0.65$  исходная длительность уединенной волны, которая не имеет начального chirpa частоты  $b$  и отвечает граничному условию

$$A(z = 0, \tau) = a_0 \sec h(\tau), \quad b(z = 0) = 0. \quad (2)$$

Имея в виду уединенные волны первого порядка [2], ограничимся интервалом  $1.0 \leq a_0 \leq 1.5$  значений нормированной амплитуды  $a_0$ , определяющей исходное превышение амплитудой импульса величины  $A_0$ . С помощью параметров  $a_0$  и  $\Gamma$  можно построить диаграмму (рис. 1),

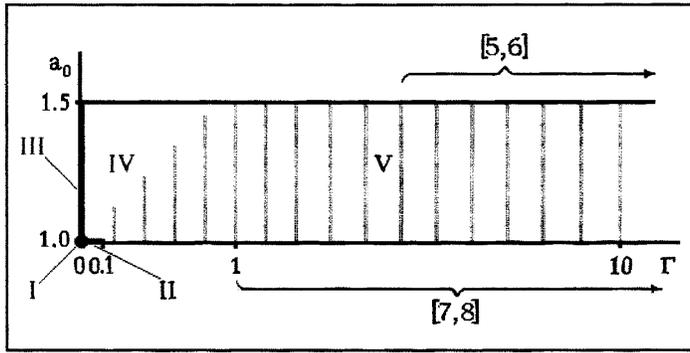


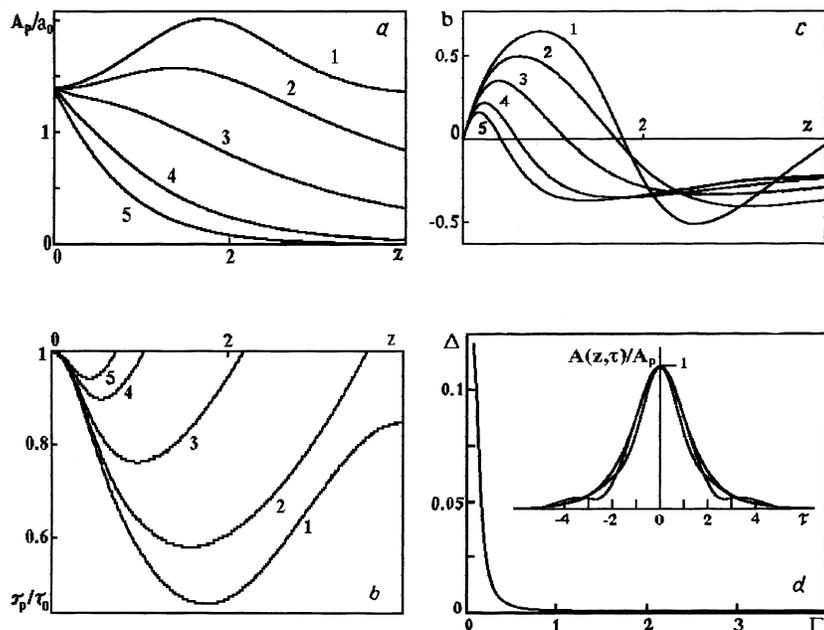
Рис. 1. Диаграмма зон существования уединенных волн — решений комплексного уравнения Ландау–Гинзбурга.

на которой представлены зоны существования различных типов уединенных волн первого порядка комплексного уравнения Ландау–Гинзбурга, отвечающих граничному условию (2) и ограничению  $a_0 \in [1.0; 1.5]$ . Помимо зон I–III, иллюстрирующих области существования исследованных ранее фундаментальных солитонов [2], солитонов, адиабатически возмущенных малыми потерями [3] и асимптотических солитонов [4], на диаграмме удастся выделить также зону IV возникновения сложных осциллирующих решений и определяемую граничным значением параметра  $\Gamma = \Gamma_0(a_0)$  зону V формирования импульсов с солитонным центром (guiding-center solitons). Импульсы с солитонным центром впервые рассматривались в работах [5–6], где область их существования была оценена условием  $\Gamma \gg 1$ . В работах [7,8] было найдено, что формирование таких импульсов возможно при  $\Gamma \geq \Gamma_0 = 1$ . Цели данной работы — показать методами численного моделирования, что область формирования импульсов с солитонным центром первого порядка комплексного уравнения Ландау–Гинзбурга может быть существенно расширена в область  $\Gamma_0 < 1$ , и рассмотреть возможность применения таких импульсов для решения задач прецизионной синхронизации в системах обработки информации.

В ходе численных экспериментов моделировалась эволюция амплитуды, длительности, чирпа частоты и формы огибающей уединенных

волн комплексного уравнения Ландау–Гинзбурга, отвечающих граничному условию (2) и ограничению  $a_0 \in [1.0; 1.5]$ . Результаты моделирования позволяют сделать вывод о том, что условная граница между зонами IV и V,  $\Gamma_0(a_0)$ , как изображено на рис. 1, представляет собой возрастающую функцию  $a_0$ . На рис. 2, *a–c* приведены результаты расчетов амплитуды  $A_p = A(z, 0)$ , длительности  $\tau_p$  и chirpa частоты уединенных волн при  $a_0 = 1.4$  и различных значениях параметра  $\Gamma$ , причем приведенные для сравнения случаи  $\Gamma = 0.015$  и  $0.1$ , кривые 1 и 2, соответствуют решениям, относящимся к зоне IV; кривая 3 ( $\Gamma = 0.3$ ) отражает переходный случай; тогда как значения параметра  $\Gamma$  для кривых 4–5 отвечают импульсам с солитонным центром, зона V, и иллюстрируют их основные свойства, в первую очередь эффект возврата длительности импульса к исходному значению на длине распространения  $z = L_R$ . На графиках видно естественное в диссипативной среде уменьшение амплитуды импульсов, а также появление chirpa частоты у исходно спектрально-чистых импульсов. Зависимости, соответствующие  $\Gamma = 0.015, 0.1$  (кривые 1, 2 на рис. 2, *a–c*), осциллируют, тогда как при значениях параметра  $\Gamma$ , соответствующих кривым 4–5, зависимости амплитуды от длины распространения становятся монотонными, а chirp частоты проявляет тенденцию к стабилизации.

На рис. 2, *d* среднеквадратичное отклонение  $\Delta$  формы огибающей импульса с солитонным центром в точке возврата длительности  $z = L_R$  от огибающей вида гиперболического секанса в исходной точке  $z = 0$  представлено как функция параметра  $\Gamma$ . Из графика следует, что с ростом величины  $\Gamma$  отклонение  $\Delta$  быстро стремится к нулю, но и при  $\Gamma \geq 0.1$  огибающая импульса лишь незначительно отличается от исходной, так как  $\Delta \leq 0.1$ . Это утверждение иллюстрируется врезкой, на которой изображены нормированные амплитудные профили импульса с солитонным центром в точках  $z = 0, z = L_{\min}$  и  $z = L_R$  для одного из "наихудших" из исследованных случаев с  $a_0 = 1.4$  и  $\Gamma = 0.4$ . Приведенные амплитудные профили позволяют наглядно представить себе поведение огибающей, которое можно интерпретировать как интерференцию центральной части импульса с огибающей фундаментального солитона и его осциллирующей части, отражающей нестационарный характер эволюции импульса на участке  $z \in [0, L_R]$ . В зависимости от текущего значения фазы осциллирующей части поля ее наложение на солитонный центр приводит к деформации огибающей и компрессии импульса при  $z = L_{\min}$ . Видно также, что даже в этом случае в



**Рис. 2.** Результаты численного моделирования эволюции параметров уединенных волн комплексного уравнения Ландау–Гинзбурга для  $a_0 = 1.4$ : *a* — нормированной амплитуды  $A_p/a_0$ ; *b* — нормированной длительности  $\tau_p/\tau_0$ ; *c* — чирпа частоты; *d* — среднеквадратичного отклонения формы огибающей импульса с солитонным центром от огибающей вида гиперболического секанса как функции параметра  $\Gamma$  в точке  $z = L_R$  возврата длительности. Длина волокна нормирована на дисперсионную длину  $Z_d$ . Линии с 1 по 5 соответствуют  $\Gamma = 0.015; 0.1; 0.3; 0.8$  и  $1.3$ .

точке возврата  $z = L_R$  отличие огибающей от исходной связано лишь с появлением небольших, до 10% по амплитуде, крыльев, лежащих вне временного интервала  $3\tau_0$ .

Одна из возможностей практического применения уединенных волн первого порядка комплексного уравнения Ландау–Гинзбурга связана с решением задач прецизионной синхронизации в высокопроизводительных системах обработки информации, где требования к параметрам син-

хросигналов возрастают с ростом информационной емкости и точности обработки данных. Повышенные требования можно удовлетворить, если использовать в качестве синхросигналов пикосекундные оптические импульсы, распространяющиеся по одномодовым волоконным световодам с потерями. При этом точность синхронизации ограничена ошибкой определения энергетического центра синхроимпульса, которая, в свою очередь, не превышает длительности синхроимпульса, так что применение оптических солитонных импульсов первого порядка для передачи синхросигналов по одномодовым световодам способно обеспечить пикосекундную точность синхронизации. Возможности, связанные с применением адиабатически возмущенных потерями фундаментальных солитонов уравнения Ландау–Гинзбурга обсуждались ранее [9]. Теперь же, с точки зрения достижения максимальной точности синхронизации, связанной с минимальным значением длительности  $\tau_S$  синхроимпульса, возникают две возможности. Первая из них по-прежнему состоит в использовании адиабатически возмущенных фундаментальных солитонов, начальная длительность которых равна  $\tau_F = \tau_S \exp(-2\gamma L_0)$  [3], где  $L_0$  — длина волоконного канала передачи, а начальная энергия есть  $E_F = 2k_2\sigma^{-1}\tau_F^{-1}$ , где  $\sigma = 2.7 \text{ rad/W/km}$  в кварцевом световоде [8]. Вторая возможность связана с применением в качестве носителя синхросигнала импульсов с солитонным центром первого порядка с начальной длительностью  $\tau_G = \tau_S$  и начальной энергией  $E_G = 2a_0^2k_2\sigma^{-1}\tau_G^{-1}$ . При этом существенно, что, как видно из рис. 2, *d*, энергетический центр импульса с солитонным центром не приобретает какого-либо временного сдвига по мере прохождения по волоконному световоду. Соотношение начальных энергий  $E_F$  и  $E_G$  оказывается основным фактором выбора между адиабатическим возмущенными фундаментальными солитонами и импульсами с солитонным центром, длительности  $\tau_S$  которых после прохождения одного и того же волоконного канала передачи  $L_0$  одинаковы. В зоне V на рис. 1, где  $\Gamma > \Gamma_0$ , выполняется условие  $E_G < E_F$ , и импульсы с солитонным центром изначально имеют меньшую энергию, чем фундаментальные солитоны, т. е.  $L_0 > L_R = \gamma^{-1} \ln a_0$ . Для типичных значений  $a_0 = 1.4$  и  $\gamma = 0.5 \text{ dB/km}$  получается  $L_R = 5.84 \text{ km}$ . Следовательно, при одинаковой точности синхронизации импульс с солитонным центром первого порядка — энергетически более выгодный носитель синхросигнала в информационной системе со средней базой, чем адиабатически возмущенный потерями фундаментальный солитон.

## Список литературы

- [1] *Dodd P., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х.* Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М.: Мир, 1988. 694 с.
- [2] *Hasegawa A., Tappert F.* // *Appl. Phys. Lett.* 1973. V. 23. N 3. P. 142–144.
- [3] *Hasegawa A., Kodama Y.* // *Proc. IEEE.* 1981. V. 69. P. 1145–1150.
- [4] *Satsuma J., Yajima N.* // *Supplement of the Progress of Theoretical Physics.* 1974. N 55. P. 284–306.
- [5] *Hasegawa A., Kodama Y.* // *Opt. Lett.* 1990. V. 15. N 24. P. 1443–1445.
- [6] *Hasegawa A., Kodama Y.* // *Phys. Rev. Lett.* 1991. V. 66. N 2. P. 161–164.
- [7] *Shcherbakov A.S., Andreeva E.I.* // *Proc. SPIE.* 1994. V. 2429. P. 227–234.
- [8] *Shcherbakov A.S., Andreeva E.I.* // *Optical Fiber Technology.* 1996. N 2. P. 127–133.
- [9] *Shcherbakov A.S.* // *Proc. SPIE.* 1999. V. 3733. P. 306–315.