01;03

Изменение топологии и симметрии поля завихренности при турбулентном распаде вихря

© Т.О. Мурахтина, В.Л. Окулов

Институт теплофизики СО РАН, Новосибирск

Поступило в Редакцию 8 декабря 1999 г.

Предложена модель для описания турбулентного распада вихря как перехода от правовинтового колоннообразного вихря с плотным ядром к левовинтовому вихрю с полым ядром. Результаты работы развивают новый подход к рассмотрению явления распада вихря как к спонтанному изменению топологии и симметрии поля завихренности.

Явление распада вихря интенсивно изучалось для закрученных потоков в трубах. Хорошо известны пузыревидный, спиральный и двухспиральный типы распада, обнаруженные в течениях с умеренными числами Рейнольдса до 35 000 [1]. В [2,3] при числах Рейнольдса от 100 000 до 300 000 экспериментально обнаружена новая форма турбулентного распада вихря. В этом случае течение за распадом состоит из нескольких спиралей, вращающихся с очень большой скоростью. При числах Рейнольдса более 200 000 спирали сжимаются и картина распада все более напоминает осесимметричный контур с полым ядром. Анализ как диаграммы распределения азимутальной компоненты завихренности, так и измеренных в разных сечениях рабочего участка трубы профилей скорости из [3] позволяет сделать вывод о том, что до распада существовал круговой колоннообразный вихрь с плотным ядром, трансформировавшийся затем в кольцевой с полым ядром, т. е. в этом случае произошло изменение не только в топологии течения, характерное для всех ранее известных типов распада, но и в топологии поля завихренности. В данной работе изучим вопрос о возможности описания этой новой формы распада как перехода от плотного вихря с правой винтовой симметрией к поломоу вихрю с левой винтовой симметрией (рис. 1, b) по аналогии с предложенным в [4,5] описанием

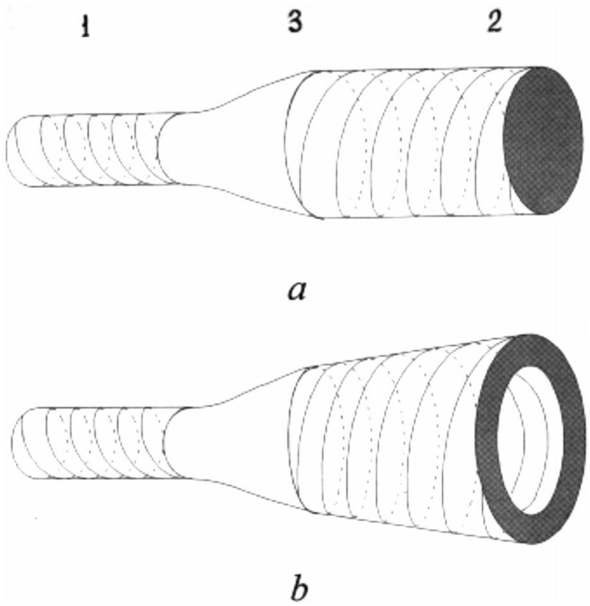

Рис. 1. Схемы изменения винтовой симметрии и топологии поля завихренности для разных типов распада: *a* — обычного и *b* — конического; *1* — правый винтовой вихрь, *2* — левый винтовой вихрь, *3* — зона распада.

других типов распада без изменений в топологии поля завихренности (рис. 1, *a*).

Для более точного описания средних характеристик течения за турбулентным распадом обобщим модель полого винтового вихря с постоянным распределением осевой компоненты завихренности в кольцевой области $r_0 - \varepsilon :< r < r + \varepsilon$, рассмотренной в [6], на случай ее гладкого распределения:

$$\omega_z = 2\Gamma \left[\frac{\varepsilon}{(\varepsilon^2 + (r - r_0)^2)} \right]^2,$$

$$f(r, \varepsilon, r_0) = \frac{r(r - r_0)}{(r - r_0)^2 + \varepsilon^2} + \frac{r_0}{\varepsilon} \mathrm{arctg} \left(\frac{r - r_0}{\varepsilon} \right) + \frac{r_0}{\varepsilon} \mathrm{arctg} \left(\frac{r_0}{\varepsilon} \right). \quad (1)$$

Интегрируя (1), восстанавливаем тангенциальный и осевой профили скорости:

$$w_\varphi = \frac{\Gamma}{r}\left[\frac{r(r-r_0)}{(r-r_0)^2+\varepsilon^2} + \frac{r_0}{\varepsilon}\mathrm{arctg}\left(\frac{r-r_0}{\varepsilon}\right) + \frac{r_0}{\varepsilon}\mathrm{arctg}\left(\frac{r_0}{\varepsilon}\right)\right],$$

$$w_z = w_0 - \frac{r}{l}w_\varphi. \qquad (2)$$

На рис. 2 представлена аппроксимация измеренных в [3] профилей скорости моделью (2) с указанными в таблице значениями параметров: Γ — характеризующего циркуляцию вихря; r_0 — радиуса кольцевой области с концентрированной завихренностью; 2ε — ее размера; $2\pi l$ — шага вихревых линий; w_0 и p_0 — скорости и давления на оси; r — радиального расстояния от оси. Как видно из рисунка, в сечениях, максимально удаленных от зоны распада, модель хорошо согласуется с осредненными экспериментальными значениями скоростей, несмотря на то что модель (2) является точным решением уравнений Эйлера. Как и ожидалось, в области до распада течение хорошо описывается моделью вихря с концентрированным ядром $r_0 = 0$.

Теперь, следуя [4,5], будем рассматривать возможность возникновения распада вихря как возможность существования различных вихревых структур при одинаковых значениях интегральных характеристик потока:

расхода

$$Q = 2\pi\rho\int_0^R w_z r\,dr,$$

циркуляции скорости

$$G = Rw_\varphi(R),$$

осевого потока момента количества движения

$$L = 2\pi\rho\int_0^R w_\varphi w_z r^2\,dr,$$

осевого потока количества движения

$$J = 2\pi\rho\int_0^R\left(w_z^2 + \left(\int_0^r \frac{w_\varphi^2}{\sigma}d\sigma + \frac{p_0}{\rho}\right)\right)r\,dr, \qquad (3)$$

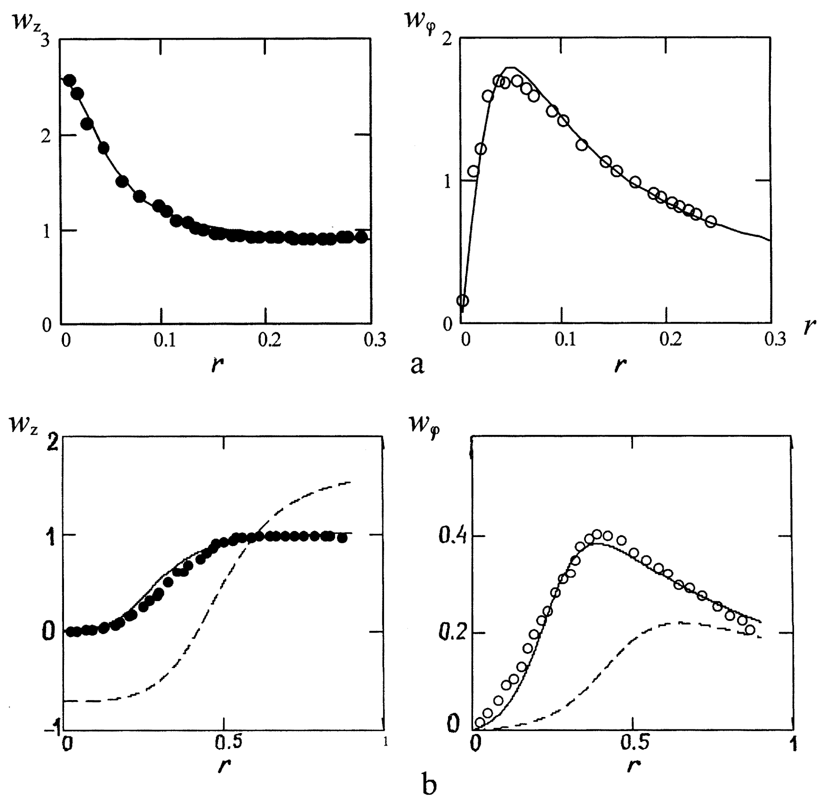

Рис. 2. Профили осевой и азимутальной компонент скорости до (a) и после (b) распада при $\mathrm{Re} = 230\,000$. Экспериментальные данные [2] изображены точками; аппроксимация — сплошной линией; расчет — штриховой.

осевого потока энергии

$$E = 2\pi\rho \int\limits_0^R \left(\frac{w_z^2 + w_\varphi^2}{2} + \left(\int\limits_0^r \frac{w_\varphi^2}{\sigma} d\sigma + \frac{p_0}{\rho} \right) \right) w_z r dr.$$

Из-за недостатка экспериментальных данных для точной оценки потерь на вязкие эффекты и турбулентные пульсации в законах сохранения (3)

Параметры вихревых структур		Γ	w_0	l	ε	r_0	p_0
До распада	аппроксимация и расчет	0.18	2.6	0.10*	0.5	0	0
После распада	аппроксимация	0.05	0.02	−0.20*	0.19	0.24	—
	расчет	0.03	−0.69	−0.08*	0.24	0.44	5.46

* положительные и отрицательные значения l обозначают правый и левый винтовой вихри соответственно.

далее ограничимся рассмотрением задачи в рамках идеальной жидкости. Однако в отличие от [4,5], поскольку число описывающих вихрь параметров увеличилось, для использования даже этой упрощенной модели необходимо добавить к уже имеющимся законам сохранения Q, G, L, J, E еще один. При его получении был учтен тот факт, что константа Бернулли в случае стационарного движения невязкой жидкости остается постоянной не только вдоль линий тока, что обеспечивает сохранение осевой компоненты потока энергии E, но и вдоль вихревых линий также. В результате в качестве дополнительной характеристики может быть рассмотрен осевой поток энергии вдоль вихревых линий:

$$B = 2\pi\rho \int_0^R \left(\frac{w_\varphi^2 + w_z^2}{2} + \left(\int_0^r \frac{w_\varphi^2}{\sigma} d\sigma + \frac{p_0}{\rho} \right) \right) \cdot \omega_z r dr. \qquad (4)$$

Таким образом, теперь, имея необходимое количество законов сохранения, можно снова поставить задачу о нахождении параметров вихревых структур, существующих при одних и тех же значениях Q, G, L, J, E, B. Подставляя (1)–(2) в (3)–(4), получаем систему уравнений относительно характеристик вихря Γ, l, ε, r_0, w_0, p_0. Явно выражая w_0, l, Γ, p_0 как функции двух переменных ε и r_0:

$$w_0(\varepsilon, r_0) = \frac{Q\Gamma(\varepsilon, r_0)k2(\varepsilon, r_0) - Lk1(\varepsilon, r_0)}{\pi\Gamma(\varepsilon, r_0)(k2(\varepsilon, r_0) - k1(\varepsilon, r_0)^2)},$$

$$l(\varepsilon, r_0) = \pi\Gamma(\varepsilon, r_0)^2 \frac{k2(\varepsilon, r_0) - k1(\varepsilon, r_0)^2}{L - Q\Gamma(\varepsilon, r_0)k1(\varepsilon)}, \qquad \Gamma(\varepsilon, r_0) = \frac{G}{k0(\varepsilon)},$$

$$p_0(\varepsilon, r_0) = \frac{J}{\pi} - \frac{1}{\pi}\left[w_0(\varepsilon, r_0)Q + \frac{L}{l(\varepsilon, r_0)} + 2\pi\Gamma(\varepsilon, r_0)^2 K1(\varepsilon, r_0) \right],$$

исходную систему сведем к двум нелинейным уравнениям на параметры ε и r_0:

$$\begin{cases} w_0(\varepsilon,r_0)\Big[J-\frac{w_0(\varepsilon,r_0)}{2}Q+\frac{\pi}{2}\frac{\Gamma(\varepsilon,r_0)^2}{l(\varepsilon,r_0)^2}k2(\varepsilon,r_0)+\pi\Gamma(\varepsilon,r_0)^2k4(\varepsilon,r_0)\Big] \\ +\pi\frac{\Gamma(\varepsilon,r_0)}{l(\varepsilon,r_0)}\Big[p_0(\varepsilon,r_0)k1(\varepsilon,r_0)+\Gamma(\varepsilon,r_0)^2k5(\varepsilon,r_0)+\frac{\Gamma(\varepsilon,r_0)^2}{2l(\varepsilon,r_0)^2}k3(\varepsilon,r_0) \\ +2\Gamma(\varepsilon,r_0)^2K2(\varepsilon,r_0)\Big]=E, \\ 2\pi\Gamma(\varepsilon,r_0)\varepsilon^2\Big[(w_0^2(\varepsilon,r_0)+2p_0(\varepsilon,r_0))k6(\varepsilon,r_0) \\ +2w_0(\varepsilon,r_0)\frac{\Gamma(\varepsilon,r_0)}{l(\varepsilon,r_0)}k7(\varepsilon,r_0)+\frac{\Gamma(\varepsilon,r_0)^2}{l(\varepsilon,r_0)^2}k8(\varepsilon,r_0)\Big] \\ +2\pi\Gamma(\varepsilon,r_0)\varepsilon^2\Big[\Gamma(\varepsilon,r_0)^2(k9(\varepsilon,r_0)+2K3(\varepsilon,r_0))\Big]=B, \end{cases} \tag{5}$$

где

$$k0(\varepsilon,r_0)=f(1,\varepsilon,r_0); \qquad k1(\varepsilon,r_0)=2\int_0^1 xf(x,\varepsilon,r_0)dx;$$

$$k2(\varepsilon,r_0)=2\int_0^1 xf(x,\varepsilon,r_0)^2dx; \quad k3(\varepsilon,r_0)=2\int_0^1 xf(x,\varepsilon,r_0)^3dx;$$

$$k4(\varepsilon,r_0)=\int_0^1\frac{f(x,\varepsilon,r_0)^2}{x}dx; \quad k5(\varepsilon,r_0)=\int_0^1\frac{f(x,\varepsilon,r_0)^3}{x}dx;$$

$$k6(\varepsilon,r_0)=\int_0^1\frac{x}{[\varepsilon^2+(x-r_0)^2]^2}dx; \quad k7(\varepsilon,r_0)=\int_0^1\frac{xf(x,\varepsilon,r_0)}{[\varepsilon^2+(x-r_0)^2]^2}dx;$$

$$k8(\varepsilon,r_0)=\int_0^1\frac{xf(x,\varepsilon,r_0)^2}{[\varepsilon^2+(x-r_0)^2]^2}dx; \quad k9(\varepsilon,r_0)=\int_0^1\frac{f(x,\varepsilon,r_0)^2}{x[\varepsilon^2+(x-r_0)^2]^2}dx;$$

$$K1(\varepsilon,r_0)=\int_0^1 xP(x,\varepsilon,r_0)dx; \quad K2(\varepsilon,r_0)=\int_0^1 xP(x,\varepsilon,r_0)f(x,\varepsilon,r_0)dx;$$

$$K3(\varepsilon,r_0)=\int_0^1\frac{xP(x,\varepsilon,r_0)}{[\varepsilon^2+(x-r_0)^2]^2}dx; \quad P(x,\varepsilon,r_0)=\int_0^x\frac{f(s,\varepsilon,r_0)^2}{s^3}ds.$$

Здесь функция $f(r, \varepsilon, r_0)$ имеет вид (1). Под параметрами Γ, l, ε, r_0, w_0, p_0 имеются в виду безразмерные комбинации $\Gamma/R \cdot U$, l/R, ε/R, r_0/R, w_0/U, $p_0/\rho \cdot U^2$, где R — радиус сечения на входе в рабочий участок трубы, U — среднерасходная скорость в том же сечении, ρ — плотность жидкости. В качестве безразмерных интегралов Q, G, L, J, E, B используются величины $Q/\rho \cdot U \cdot R^2$, $G/R \cdot U$, $L/\rho \cdot U^2 \cdot R^3$, $J/\rho \cdot U^2 \cdot R^2$, $E/\rho \cdot U^3 \cdot R^2$, $B/\rho \cdot U^3 \cdot R$.

Исследование системы (5) показало, что в допустимой области изменения параметров $\varepsilon(0 \leqslant \varepsilon \leqslant 1)$ и $r_0(0 \leqslant r_0 \leqslant 1)$ существуют два корня. Значения параметров, вычисленных по первому корню, совпадают с параметрами вихря до распада; второй корень соответствует вихревой структуре после распада (см. таблицу). Сопоставление расчетных и экспериментальных профилей осевой и азимутальной компонент скорости приводится на рис. 2. Количественное согласование с экспериментальными данными вполне приемлемое, принимая во внимание тот факт, что модель не учитывала изменения интегральных характеристик течения за счет незначительного изменения геометрии рабочего участка трубы, потерь на трение и турбулентные пульсации.

Таким образом, впервые было установлено наличие винтовой симметрии поля завихренности для течений, в которых реализуется турбулентный распад вихря. Новый тип распада был промоделирован как переход от колоннообразного правовинтового вихря с плотным ядром к полому коническому левовинтовому вихрю при фиксированных интегральных характеристиках потока. Результаты моделирования, качественно согласуясь с экспериментом [2,3], подтверждают предложенную в [4] трактовку распада вихря как внезапную смену винтовой ориентации вихревых нитей, образующих ядро вихревой структуры, на зеркально-симметричную.

Список литературы

[1] *Faler J.H., Leibovich S.* // Phys. Fluids. 1977. V. 20. N 9. P. 1385–1399.
[2] *Sarpkaya T.* // Phys. Fluids. 1995. V. 7. P. 2301–2303.
[3] *Sarpkaya T., Novak F.* // AIAA 99-0135. 1999. P. 1–19.
[4] *Окулов В.Л.* // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. В. 19. С. 47–54.
[5] *Okulov V.L., Alekseenko S.V., Legrand J., Legentilhomme P.* // Russian J. of Engineering Thermophysics. 1997. V. 7. N 3–4. P. 149–164.
[6] *Alekseenko S.V., Kuibin P.A., Okulov V.L., Shtork S.I.* // J. Fluid Mech. 1999. V. 382. P. 195–243.