

01;05

## Динамическая стохастичность и скейлинг при распространении трещины

© О.Б. Наймарк, В.А. Баранников, М.М. Давыдова,  
О.А. Плехов, С.В. Уваров

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Поступило в Редакцию 7 октября 1999 г.

Проведены теоретические и экспериментальные исследования, позволившие объяснить механизм стохастического ветвления трещины и связать его с изменением фундаментальных свойств симметрии нелинейной системы "твердое тело с дефектами". Показано, что природа стохастического поведения квазихрупких материалов обусловлена нелинейной динамикой ансамбля микродефектов в условиях кинетических переходов, а переход от дисперсного к макроскопическому разрушению сопровождается появлением множества локализованных зон разрушения, развивающихся в режиме взрывной неустойчивости на дискретном спектре пространственных масштабов.

### Введение

В последние годы получен ряд новых экспериментальных данных по динамике трещин, обнаруживших качественные различия с результатами классической механики трещин:

предельная скорость распространения трещин в хрупких материалах (стекло, полиметилметакрилат (ПММА)) составляет 0.6 скорости волны Рэлея  $V_R$ , рассматриваемой как предельная в классической механике разрушения;

при скорости  $0.4V_R$  происходит резкий переход от прямолинейного распространения трещины к ее ветвлению [1];

закритический режим распространения трещины сопровождается выраженной акустической эмиссией [2];

поверхность излома образца имеет структуру, которая коррелирует с осцилляциями скорости [3–5].

Анализ фрактографии изломов показал, что объяснение наблюдаемых сценариев развития разрушения может быть достигнуто при описании физических механизмов, управляющих динамикой трещины. Авторами [6] было предложено объяснение существования предельной скорости прямолинейного распространения трещины и перехода к ветвлению как следствие взаимодействия трещины с ансамблем микротрещин в области ее вершины.

Экспериментально динамика распространения трещины изучалась нами на образцах из полиметилакрилата с использованием высокоскоростной видеокамеры. Результаты экспериментов подтвердили пороговый характер перехода от режима прямолинейного распространения трещины к ветвящемуся при достижении критической скорости, а также определяющую роль нелинейной кинетики накопления микротрещин в зоне, преобладающей к вершине трещины. Использование метода фотоупругости в сочетании с высокоскоростной видеосъемкой позволило установить волновой характер поля напряжений при движении трещины с выраженным нарушением радиальной симметрии в распределении волн напряжений (эффект Доплера), соответствие качественных картин рельефа поверхности излома режимам нелинейной динамики трещин.

## Стохастическая модель и определяющие уравнения

Учитывая решающую роль в развитии разрушения типичных мезоскопических дефектов (микротрещин, микросдвигов), последние были введены в [7] как локализация соответствующей группы симметрии тензора дилатации. Симметричный тензор  $s_{ik} = sv_i v_k$  характеризует объем  $s$  и ориентацию  $v$  микротрещины нормального отрыва. Энергия единичного эффекта, моделируемого как дислокационное скопление, записана в виде

$$E = E_0 - H_{ik}s_{ik} + \alpha s_{ik}^2. \quad (1)$$

В (1) слагаемое  $H_{ik}s_{ik}$  описывает работу "эффективного поля"  $H_{ik} = \gamma\sigma_{ik} + \lambda p_{ik}$ , представляющего сумму внешних напряжений  $\sigma_{ik}$  и "среднего" поля  $\lambda n \langle s_{ik} \rangle$ , изолированного дефектами; квадратичное слагаемое  $\alpha s_{ik}^2$  в (1) отражает локальное увеличение энергии в окрестности дефекта в результате его роста;  $\gamma, \lambda, \alpha$  — параметры материала,  $n$  — концентрация микротрещин.

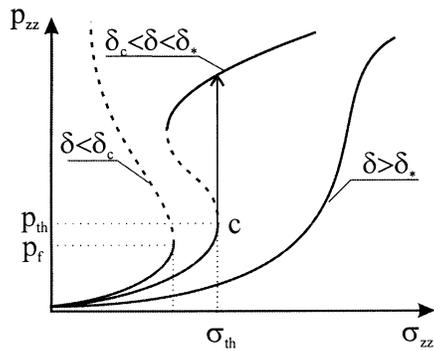


Рис. 1. Нелинейные реакции твердого тела на трещинообразование.

Макроскопический тензор плотности микродефектов  $p_{ik}$  получен усреднением

$$p_{ik} = n \int s_{ik} W(s, \mathbf{v}, \mathbf{l}) ds d^3 \mathbf{v} d^3 \mathbf{l} \quad (2)$$

с функцией распределения, установленной в [9] при решении уравнения Фокера–Планка с учетом предположения о статистической автомодельности распределения дефектов [8]. На рис. 1 представлены зависимости  $p_{zz}$  от  $\sigma_{zz}$  в условиях одноосного растяжения для различных величин параметра  $\delta = 2\alpha/\lambda n$ . Решение (2) показывает существование трех качественно различных реакций твердого тела на рост дефектов при переходе через некоторые значения  $\delta_*$  и  $\delta_c$ , которые являются точками бифуркации: монотонную ( $\delta > \delta_*$ ), метастабильную ( $\delta_c < \delta < \delta_*$ ) и неустойчивую ( $\delta < \delta_c$ ). Анализ реакции [9] показал, что квазихрупкому разрушению соответствует область  $\delta < \delta_c$ , в которой переход через пороговое значение  $p_c$  приводит к взрывообразному росту дефектов. Свободная энергия  $F$ , отражающая спектр указанных реакций твердого тела на трещинообразование (рис. 1), представлена в виде [9]:

$$F = \frac{1}{2}A(\delta)p_{ik}^2 + \frac{1}{4}Bp_{ik}^3 + \frac{1}{6}C(\delta)p_{ik}^4 + D\sigma_{ik}p_{ik} - \frac{1}{2}\chi(\nabla p_{ik})^2, \quad (3)$$

где  $A, B, C$  и  $D$  — параметры разложения. Градиентный член позволяет учесть эффекты нелокальности в ”длинноволновом приближении”,  $\chi$  — параметр нелокальности. Зависимость коэффициентов при квадратичном и высших членах разложения (3) от параметра  $\delta$  обеспечивает смену асимптотик при переходе через точки бифуркации  $\delta_*$  и  $\delta_c$ .

Кинетика накопления дефектов определяется темпом уменьшения свободной энергии при увеличении плотности дефектов (подход Гинзбурга–Ландау [10]  $\frac{\delta F}{\delta t} = \frac{\delta F}{\delta p_{ik}} \dot{p}_{ik} \leq 0$  ( $\frac{\delta}{\delta p_{ik}}$  — вариационная производная), что позволяет записать кинетическое уравнение для тензора  $p_{ik}$

$$\frac{dp_{ik}}{dt} = -\Gamma \frac{\partial F}{\partial p_{ik}} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \zeta \frac{\partial p_{ik}}{\partial x_1} \right), \quad (4)$$

где  $\Gamma$  — кинетический коэффициент,  $\zeta = \Gamma \chi$ . Тензор деформации определяется известным соотношением  $\varepsilon_{ik} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ik}}$  ( $\Phi = F - \sigma_{ik} \varepsilon_{ik}$ ), что дает

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2\mu} \sigma'_{ik} + \frac{1}{9k} \sigma_{11} \delta_{ik} + D p_{ik}, \quad (5)$$

где  $\mu$  и  $k$  — сдвиговой и объемный модули,  $\sigma'_{ik}$  и  $\sigma_{11}$  — бесследовые и изотропные компоненты тензора напряжений. Уравнения (4), (5) представляют собой определяющие соотношения для твердого тела с микротрещинами.

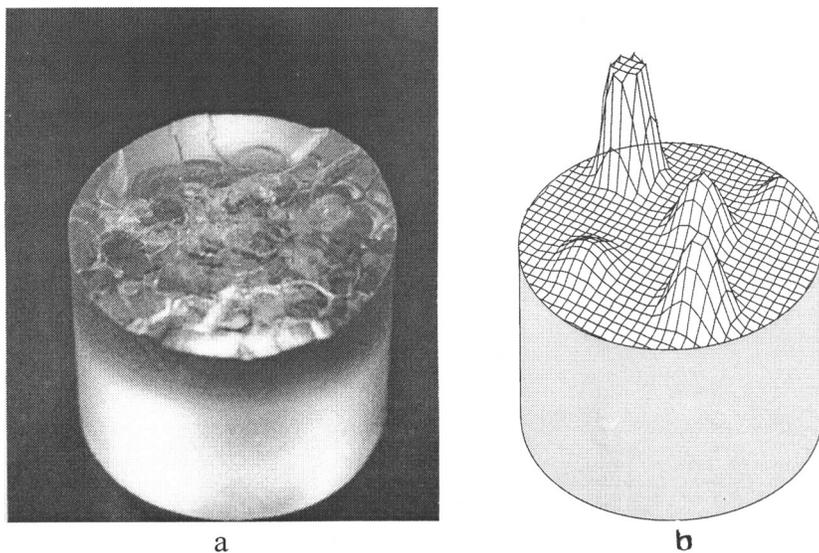
Особенности поведения нелинейной системы для  $\delta \leq \delta_c$  при переходе через порог устойчивости  $p_c$  исследовались [6], и показано, что заключительная стадия разрушения описывается (рис. 1) автомодельным решением вида

$$\hat{p} = g(t) f(\xi), \quad \xi = \frac{x}{\phi(t)} \quad (6)$$

с сингулярным типом зависимости от времени  $g(t) = G(1 - t/t_c)^{-m}$ , где  $g(t)$  управляет законом роста плотности дефектов на спектре пространственных масштабов  $\xi$ ; (спектр собственных чисел нелинейной задачи);  $\phi$  определяет изменение полуширины области локализации;  $G > 0$  и  $m > 0$  — эффективные параметры материала в окрестности точки  $p_c$ .

## **Автомодельность разрушения. Динамическая ветвь при отколе**

Спектр собственных форм (6) определяет новый набор независимых координат нелинейной системы (4), (5) на развитой стадии процесса разрушения, сопровождающейся локализацией разрушения и формированием очагов макроскопических трещин. Подчинение нелинейной



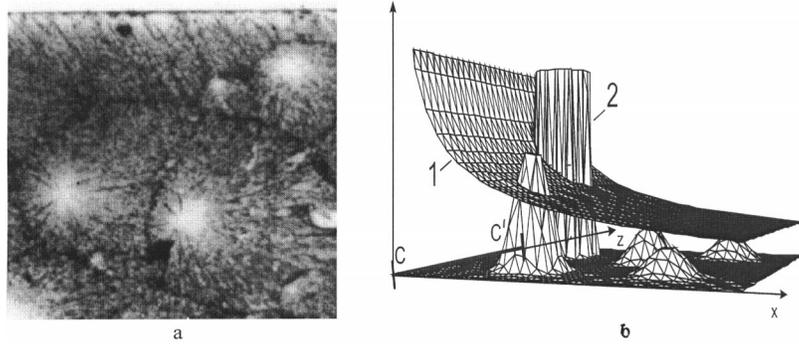
**Рис. 2.** Фотография откольной зоны (а), численное моделирование распределения плотности микротрещин в откольном сечении образца (b).

динамики системы новому набору переменных означает резкое изменение симметрии системы, ее топологических свойств. Существование спектра масштабов локализации (по сути, энергетических спектров) указывает на возможность резонансного возбуждения соответствующих нелинейных автомодельных мод и режимов. В [11] этот результат был подтвержден экспериментально при обнаружении эффекта "динамической ветви" при отколе, когда в откольных сечениях с различной амплитудой растягивающих напряжений наблюдались четко выраженные очаги локализации разрушения в виде зеркальных зон с различным пространственным масштабом локализации. Резонансное возбуждение указанных "структур разрушения" при соответствующих амплитудах ударного импульса (для ПММА  $\sigma_A = 1.5 \cdot 10^7$  Па) и длительностях  $\sim 10^{-6}$  с является причиной слабой зависимости времени разрушения от амплитуды волны напряжений.

На рис. 2, *a* представлены фотография типичной поверхности излома с множественными зеркальными зонами и результаты численного моделирования распределения плотности микротрещин в одном из откольных сечений в области "динамической ветви" (рис. 2, *b*). Характерные локализованные распределения в плотности дефектов с "обостряющейся кинетикой" соответствуют наблюдаемым зеркальным зонам, имеющим близкий размер при данной амплитуде напряжений в сечении откола.

## Механизм неустойчивости при распространении трещин

Развитые представления о пространственно-временной кинетике накопления микротрещин были использованы для объяснения особенностей процесса распространения трещины. Динамика взаимодействия макротрещины и ансамбля микродефектов в окрестности вершины трещины включает две стадии. Первая стадия завершается формированием области локализации дисперсного разрушения. Это приводит к возникновению новой макроскопической дефектной структуры, флуктуация поля напряжений которой существенно превышает размер единичного микродефекта. Вторая стадия соответствует взрывообразному росту плотности микротрещин, локализованному на пространственном масштабе  $L_T$ . Время разрушения  $\tau_c$  складывается из двух частей:  $t_u$  — период формирования пространственного распределения дефектов, близкого в автомодельному, и  $t_c$  — так называемое время обострения [9]. Значения  $L_T$  и  $t_c$  определяют критическую скорость прямолинейного распространения трещины  $V_c \approx \frac{L_T}{t_c}$ . Рассмотрим более детально два характерных режима распространения трещины: прямолинейное распространение ( $V < V_c$ ) и режим ветвления трещины  $V > V_c$ . Прямолинейное распространение реализуется в случае, если период  $t_u$  составляет основную часть  $\tau_c$ . Скорость трещины в этом случае не превышает критическую  $V_c$ . Это означает, что в окрестности вершины трещины на масштабе  $L_T$  формируется область, где напряжения превышают критические  $\sigma > \sigma_c$ , и за время  $\tau_c = \frac{L_T}{V} \geq t_c$  происходит зарождение трещин вдоль линии первоначальной ориентации макротрещины. При критическом уровне внешней нагрузки, обеспечивающей  $V \sim V_c$ , на поверхности излома образца формируется характерная



**Рис. 3.** *a* — ячеистая структура поверхности излома, соответствующая началу перехода к ветвящемуся режиму распространения трещины; *b* — распределение напряжений (1) и плотности дефектов (2) в окрестности вершины трещины (линия *C-C'*).

ячеистая структура (рис. 3, *a*). На рис. 3, *b* приведены результаты численного моделирования эволюции плотности микротрещин в зоне перед вершиной трещины (линия *C-C'*).

Статистическая неоднородность свойств материала позволяет обогатиться не только ближайшим структурам, но и удаленным на некоторое расстояние от края магистральной трещины. При скоростях  $V > V_c$  автомодельные профили распределения дефектов успевают сформироваться на некотором спектре траекторий с величиной угла раскрытия  $\theta$ , определяемой уровнем напряжения  $\sigma_c$ , индуцирующего автомодельный режим. Принимая во внимание асимптотический закон распределения напряжений вблизи вершины трещины  $\sigma_{ij} \approx K_I r^{-1/2} f_{ij}(\theta)$  (где  $K_I$  — коэффициент интенсивности напряжений;  $r, \theta$  — полярные координаты точки в окрестности вершины трещины), можно определить угол ветвления  $\varphi$ . В пределах угла  $\varphi$  при заданных внешних условиях (значении  $K_I$ ) обеспечиваются критические напряжения, формирующие автомодельный профиль на масштабе  $L_T$ . Дальнейшее увеличение скорости трещины сопровождается ростом ветвления, т. е. расширением зоны с множественным зарождением автомодельных локализованных структур разрушения.

## Экспериментальное исследование распространения трещин

В наших экспериментах мы использовали прямоугольные образцы из ПММА (модуль Юнга  $E = 6.0 \text{ GNm}^{-2}$ , коэффициент Пуассона  $\nu = 0.33$ , плотность  $\rho = 1.18 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ) длиной  $L = 141 \text{ mm}$ , высотой 66 и 86 mm и толщиной от 0.6 до 1.9 mm. Скорость волны Рэлея для ПММА — 1400 m/s. Экспериментальная установка позволяла создавать напряжения в диапазоне от 13 до 45 МПа. В ходе эксперимента определялись сила, приложенная к образцу, средняя скорость трещины и поле напряжений в образце. Поверхности разрушения образцов исследовались с помощью оптического микроскопа. Трещина инициировалась острым лезвием на середине боковой грани образца. Для визуализации поля напряжений применялся метод фотоупругости. Эксперименты проводились с использованием высокоскоростной цифровой видеокамеры Remix REM 100-8 в лаборатории LAMEF (ENSAM, г. Бордо, Франция). Камера позволяет делать серию снимков из восьми кадров с разрешением  $740 \times 574$  точек. Выдержка одного кадра от 5 ns, время задержки между двумя кадрами составляло 5–10  $\mu\text{s}$ .

Скорость трещины измерялась двумя способами. В первом методе для определения средней скорости трещины измерялись ее длина на каждом кадре и время задержки между кадрами. Другой способ основан на использовании эффекта Доплера. Мы измеряли характеристики опережающих  $(\nu_1, \lambda_1)$  и отстающих  $(\nu_2, \lambda_2)$  акустических волн, индуцированных движущейся трещиной. Скорость трещины вычислялась по разности длин волн  $\lambda_2 - \lambda_1$  (или по разности частот излучаемых волн  $\nu_1 - \nu_2$ )

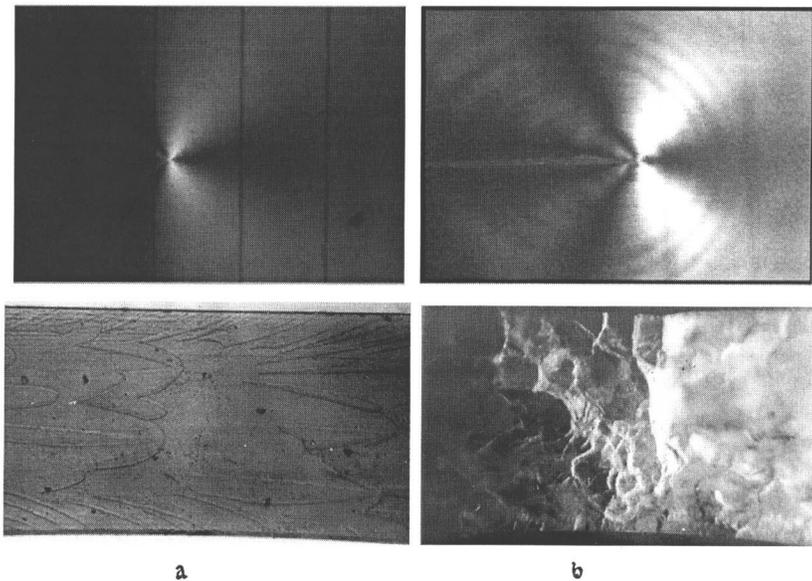
$$V = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2 + \lambda_1} V_R = \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1 + \nu_2} V_R, \quad (8)$$

где  $\nu_i$  — частота излучаемых волн,  $\lambda$  — длина волны,  $V_R$  — скорость волн.  $V_R$  измерялась по скорости распространения фронта волны, вызванной взаимодействием трещины с препятствиями. В качестве препятствия использовалось круглое отверстие. В результате взаимодействия трещина генерировала единичный волновой импульс, по движению фронта которого вычислялась скорость наблюдаемых на снимках волн. Трещина генерирует волны напряжений, движущиеся со скоростью  $1400 \pm 100 \text{ m/s}$ , что наиболее близко к скорости волны Рэлея  $V_R^*$  [23]. Измерения на

основе двух методов находятся в хорошем согласии: расхождение между результатами составляет 7–8%.

## Результаты экспериментов

Установлены два режима распространения трещины: равномерно-прямолинейный и режим ветвления (рис. 4). В первом случае (рис. 4, *a*) трещина движется со скоростью до 416 м/с ( $0.3V_R$ ) и формирует гладкую поверхность разрушения. В режиме ветвления скорость трещины достигает 500–800 м/с ( $0.36–0.6V_R$ ) и поверхность излома имеет значительную шероховатость (рис. 4, *b*). Поверхность разрушения, созданная быстрой трещиной, состоит из множества "зеркальных" зон (рис. 4, *b*). Эти зоны возникают в местах зарождения дочерних микротрещин в окрестности вершины трещины. Местоположение, число и характер развития этих зон зависят от скорости трещины. Если скорость основной



**Рис. 4.** Картины распределения напряжений и фрактография изломов образца.

трещины низка, зоны формируются только по направлению максимума растягивающих напряжений, совпадающему с исходной ориентацией трещины, что и дает образование гладкой поверхности излома. При высоких скоростях эти зоны имеют различную ориентацию, что приводит к грубой поверхности разрушения. Шероховатость увеличивается по мере увеличения скорости трещины. При скоростях, превышающих 650 m/s, наблюдается частичная фрагментация образца.

## Заключение

Переход от дисперсного к макроскопическому разрушению сопровождается появлением множества локализованных зон разрушения, которые развиваются в режиме взрывной неустойчивости на дискретном спектре пространственных масштабов.

Природа стохастического поведения квазихрупких материалов обусловлена динамикой ансамбля микродефектов в условиях кинетических переходов. Экспериментально наблюдаемые режимы распространения трещин (равномерно-прямолинейный и ветвящийся) являются следствием зарождения множества "дочерних" трещин на траекториях с ориентацией, отличной от ориентации исходной трещины.

Работа проводится при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-01-00471).

Авторы выражают благодарность профессору Ж.-Л. Латаяду (LAMEF-ENSAM, Франция) за возможность использования экспериментального оборудования и содержательные дискуссии.

## Список литературы

- [1] *Ravi-Chadar K., Knauss W.G.* // International Journal of Fracture. 1982. V. 26. P. 65–80.
- [2] *Boudet J.F., Ciliberto S., Steinbeg V.* // Journal de Physique. II France. 1996. V. 6. P. 1493–1516.
- [3] *Bouchaud E., Bouchaud J.-P., Peanes J., Lapasset G.* // Fractals. 1993. V. 1. N 4. P. 1051–1058.
- [4] *Peanes J., Bouchaud E., Lapasset G.* // Fractals. 1993. V. 1. N 4. P. 1057–1059.
- [5] *Sharon E., Gross S.P., Fineberg J.* // Physical Review Letters. 1995. V. 74. P. 5097–5099.

- [6] *Naimark B., Davydova M.M., Plechov O.A.* Failure scaling as multiscale instability in defect ensemble. Proceedings of NATO Workshop "Probamat-21 Century", Kluwer, 1998. P. 127–142.
- [7] *Наймарк О.Б.* О деформационных свойствах и кинетике разрушения твердых тел с микротрещинами. Препринт. О термодинамике разрушения и деформировании твердых тел с микротрещинами. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1982.
- [8] *Баренблат Г.И., Ботвина Л.Р.* // Проблемы прочности. 1985. № 12. С. 17–24.
- [9] *Naimark O.B.* Kinetic transition in ensembles of microcracks and some nonlinear aspects of fracture. In Proceedings of the IUTAM Symposium on nonlinear analysis of fracture / Ed. J.R. Willis, Kluwer, The Netherlands, 1996. P. 285–298.
- [10] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика: Статистическая физика (Т. 5). М.: Наука, 1976. 584 с.
- [11] *Евсеев Е.П., Зильбербрандт Е.О., Златин Н.А.* и др. // Письма ЖТФ. 1977. Т. 3. С. 684–687.