

03

## К расчету температуры поверхности жидкости при совместном тепломассопереносе

© А.Р. Дорохов, В.С. Логинов

Томский политехнический университет

Поступило в Редакцию 24 марта 1999 г.

В окончательной редакции 8 сентября 1999 г.

Получена зависимость для расчета температуры поверхности слоя жидкости в процессе совместного тепломассопереноса. Показано, что при подобии законов тепло- и массопереноса имеет место постоянство этой температуры. Сопоставлены результаты численного и аналитического расчетов температуры поверхности слоя жидкости и определены условия справедливости расчетных формул, основанных на приближении "малых времен контакта".

Расчет процессов совместного тепломассопереноса основан на решении уравнений энергии и диффузии в стационарной [1,2] или нестационарной постановке [3]. При этом на границе раздела фаз жидкость–газ записываются условия термодинамического равновесия и баланса потоков тепла и массы. Будем для определенности рассматривать совместный тепломассоперенос в тонком слое водного раствора бромистого лития, на поверхности которого происходит абсорбция водяного пара. Воспользуемся приближенной аппроксимацией уравнения состояния раствора в виде линейной функции (при условии постоянства давления  $p = \text{const}$ )

$$C = d \cdot T + b, \quad (1)$$

где  $d$  и  $b$  — постоянные коэффициенты.

Согласно (1), на поверхности слоя раствора будет выполняться равенство

$$C_n = d \cdot T_n + b, \quad (2)$$

где  $T_n$  и  $C_n$  — температура и концентрация абсорбента на поверхности.

Запишем условие баланса потоков тепла и массы на поверхности раствора в виде

$$q = r_a g_n, \quad (3)$$

где  $r_a$  — удельная теплота абсорбции.

Определим потоки тепла  $q$  и массы  $g_n$  соотношениями

$$q = \alpha(T_n - T_o) \quad (4)$$

и

$$g_n = \rho\beta(C_n - C_o), \quad (5)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — коэффициенты тепло- и массообмена. Индекс "о" соответствует начальным параметрам раствора,  $\rho$  — плотность жидкости.

Согласно уравнению состояния (1), начальная концентрация раствора определяет термодинамически равновесную температуру

$$T_s = \frac{C_o - b}{d} \quad (6)$$

и соответственно концентрацию

$$C_s = d \cdot T_o + b. \quad (7)$$

Подставим выражения (5), (4) в (3) и выразим концентрации согласно уравнению состояния (1), получим

$$\alpha(T_n - T_o) = r_a \rho \beta d (T_n - T_s). \quad (8)$$

Запишем выражение (8) в виде

$$\frac{T_n - T_s}{T_n - T_o} = \frac{Nu}{Nu_D} \frac{Lu}{K_a}. \quad (9)$$

Здесь определены безразмерные параметры:  $Nu = \frac{\alpha L}{\lambda}$  — число Нуссельта для теплообмена;  $Nu_D = \frac{\beta L}{D}$  — диффузионное число Нуссельта;  $Lu = \frac{a}{D}$  — число Льюиса;  $K_a = \frac{r_d}{c_p}$  — аналог критерия фазового превращения;  $a$ ,  $D$ ,  $\lambda$ ,  $c_p$  — коэффициенты теплопроводности, диффузии, теплопроводности и теплоемкости жидкости;  $L$  — характерный линейный размер.

Обозначив  $\psi = Nu \cdot Lu / (Nu_D K_a)$ , разрешим (9) относительно температуры поверхности, получим

$$T_n = \frac{T_s - \psi T_o}{1 - \psi}. \quad (10)$$

Согласно (10), при совместном теплопереносе температура поверхности жидкости определяется значениями термодинамически равновесной температуры  $T_s$ , определяемой по начальной концентрации раствора  $c_o$ , начальной температурой жидкости  $T_o$  и отношением  $(Nu/Nu_D)$ .

Величина коэффициента  $\psi$  наиболее просто определяется при малых временах контакта, когда для расчета коэффициентов тепло- и массообмена справедливы зависимости

$$\alpha = \frac{\lambda}{\delta_t}, \quad \beta = \frac{D}{\delta_D}, \quad (11)$$

где  $\delta_t = \sqrt{\pi a \tau}$  и  $\delta_D = \sqrt{\pi D \tau}$  — соответственно "глубины" проникновения тепловой "волны" и концентрационной "волны",  $\tau$  — текущее время.

В этом случае получаем, что  $\psi = \sqrt{Lu}/K_a$ , при этом, согласно (10), значение температуры поверхности  $T_n$  не зависит от времени процесса. В данном случае формула для расчета температуры поверхности совпадает с полученной ранее в работах [1,2]. Рассмотрим случай абсорбции водяного пара водным раствором бромистого лития при давлении водяного пара 1 кПа, тогда значения входящих в формулу (10) параметров следующие:  $d = -5.3 \cdot 10^{-3}$ ,  $b = 0.6431$ ,  $c_o = 0.405$ ,  $T_s = 44.9^\circ\text{C}$ ,  $K_a = 7.43$ ,  $Lu = 72.7$ ,  $\psi = 1.148$ . При значении  $T_o = 32^\circ\text{C}$  получаем  $T_n = 38.0^\circ\text{C}$ .

Сам по себе факт установления некоторого постоянного значения температуры поверхности представляется весьма интересным, поскольку свидетельствует о синхронизации процессов тепло- и массообмена. Это позволяет при расчете соответствующих закономерностей теплопереноса ограничиться введением констант, которые легко получаются при подстановке (10) в (4). Однако в условиях быстрого падения температуры поверхности от первоначального значения, соответствующего термодинамически равновесному состоянию раствора ( $44.9^\circ\text{C}$ ), до установившегося значения, которое в рассмотренном примере равно  $38^\circ\text{C}$ , возможно влияние этого процесса на величины коэффициентов

тепло- и массопереноса. Этот эффект исследован в [4] при численном анализе процесса нестационарной пленочной конденсации.

С целью определения условий применимости модели "малых времен контакта" к расчету совместного тепломассопереноса был выполнен численный расчет процесса абсорбции водяного пара слоем водного раствора бромистого лития. Была использована неявная схема расчета, при численной реализации которой использовался метод прогонки [5]. Результаты численного расчета сопоставлялись с расчетом коэффициента теплоотдачи по первой формуле в (11), которую представляли в виде

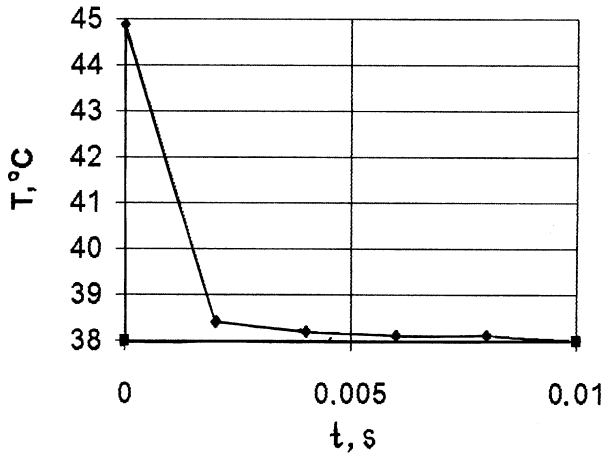
$$Nu = 0.594 \cdot Fo^{-0.5}. \quad (12)$$

Здесь  $Fo = \alpha\tau/L^2$  — число Фурье.

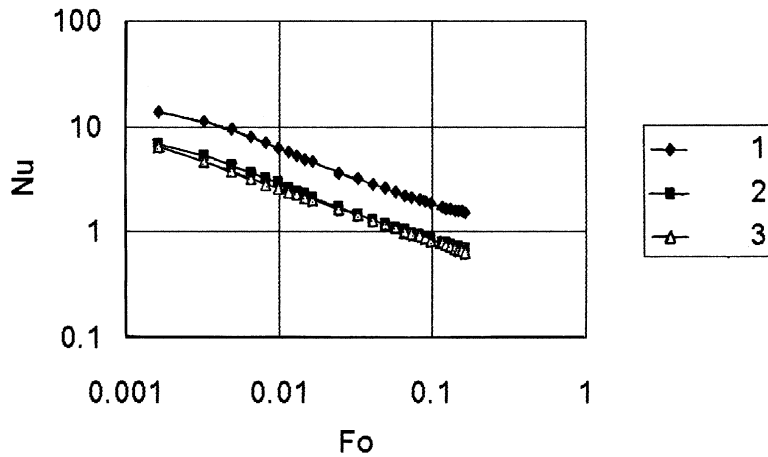
В результате подстановки температуры поверхности (10) в (4) и некоторых преобразований получаем закон теплообмена при совместном тепломассопереносе

$$Nu^* = 0.594 \cdot M_1 \cdot Fo^{-0.5}, \quad (13)$$

в котором  $Nu^* = \alpha^*L/\lambda$ ,  $M_1 = 1(1 - \psi)$ . Заметим, что появление параметра  $M_1$  в формуле (13) есть лишь результат переопределения тем-



**Рис. 1.** Зависимость температуры поверхности слоя раствора от времени (численный расчет).



**Рис. 2.** Зависимость числа Нуссельта от числа Фурье: 1, 2 — численный расчет ( $1 - \Delta T = T_n - T_o$ ;  $2 - \Delta T = T_s - T_o$ ); 3 — расчет по формуле (13).

пературного напора, поскольку коэффициент теплоотдачи  $\alpha^*$  в формуле (13) связан с коэффициентом теплоотдачи  $\alpha$  простым соотношением

$$\alpha^* = \frac{q}{T_s - T_o} = \frac{\alpha}{1 - \psi}. \quad (14)$$

На рис. 1, показано, как изменяется температура поверхности раствора в зависимости от времени в начальный момент протекания процесса абсорбции. Как видно, уже при  $\tau \approx 0.005$  s температура поверхности достигает значения  $T_n \approx 38.0^\circ\text{C}$ , что согласуется с приведенной ранее оценкой. Постоянство температуры поверхности имеет место до  $\tau \approx 0.14$  s, после чего начинается ее дальнейшее снижение.

На рис. 2 сопоставлены результаты численного расчета и расчета по формуле (13). Здесь точки 1 получены при определении температурного напора как разности температуры поверхности и начальной температуры раствора. Точки 2 получены при определении температурного напора в виде разности между равновесной температурой раствора, определенной по его начальной концентрации, и его начальной температурой.

Точки 3 получены в результате расчета по аналитической зависимости (13). Как видно, численный расчет при значениях  $10^{-3} < Fo < 0.3$  хорошо согласуется с расчетом по аналитической зависимости.

В результате проведенного анализа и численных расчетов установлены временные границы, в которых допустимо, во-первых, использовать закономерности теплопереноса, соответствующие "малым временам контакта", и, во-вторых, получено выражение (10) для расчета температуры поверхности слоя жидкости при произвольном времени контакта.

## Список литературы

- [1] *Накоряков В.Е., Григорьева Н.И.* // Теоретические основы химической технологии. 1980. Т. 14. № 4. С. 483–488.
- [2] *Процессы совместного тепло- и массопереноса при пленочной абсорбции и пузырьковом кипении* / В.Е. Накоряков, Н.И. Григорьева, С.И. Лежнин, Л.В. Потатуркина. Новосибирск, 1993. 36 с. (Препринт № 266–93/РАН, Ин-т теплофизики).
- [3] *Chiang S.H., Toor H.L.* // American Journal of Chemical Eng. 1964. V. 10. N 3. P. 398–402.
- [4] *Дорохов А.Р., Логинов В.С., Бульба Е.Е.* // Сборник научных трудов НИИ КТ. Хабаровск: Изд-во Хабар. гос. ун-та, 1998. В. 4. С. 188–194.
- [5] *Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А.* Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1984. 288 с.