07;12 Сравнение чувствительности термолинзового и фазового (интерференционного) методов фототермической спектроскопии

© А.Ю. Лукьянов, М.А. Новиков

Институт физики микроструктур РАН, 603600 Нижний Новгород, Россия Email: luk@ipm.sci-nnov.ru

(Поступило в Редакцию 10 января 2000 г.)

Получены выражения для амплитуд сигналов, регистрируемых при использовании термолинзового и фазового (интерферометрическом) методов фототермической спектроскопии в условиях объемного поглощения возбуждающего излучения для случаев соосного и перпендикулярного распространения зондирующего и возбуждающего излучения. На основе численных расчетов проведено сравнение чувствительности указанных методов для различных значений параметров. Показано преимущество фазового метода, особенно большое в тех случаях, когда размеры области переменных возмущений температуры существенно превышают радиус зондирующего света.

На протяжении последнего десятиления методы фототермической (термоволновой) спектроскопии получают все более широкое применение в микроскопии и интроскопии, в исследованиях теплофизических характеристик различных объектов и сред, в системах контроля за примесями и загрязнениями и т.д. Особый интерес вызывают оптические методы фототермической спектроскопии, поскольку они являются полностью бесконтактными и обладают высокой чувствительностью и пространственным разрешением. Благодаря простоте реализации наиболее популярными среди оптических методов фототермической спектроскопии остаются дефлекторный метод и метод тепловой линзы. Их основные закономерности изучены достаточно хорошо, особенно в приближении геометрической оптики [1,2]. Реже используется, а потому хуже изучен фазовый (интерферометрический) метод. И практически совсем не уделено внимания сравнению возможностей указанных трех методов. Фактически этому вопросу посвящены всего несколько работ. Так, в работе [3] проведен сравнительный анализ предельной чувствительности всех трех методов в ряде предельных случаев поглощения света в объеме исследуемого образца в приближении геометрической оптики. В работе [4] проведен сравнительный анализ величин фототермических сигналов, регистрируемых с помощью дефлекторного и фазового методов в случае поглощения света на поверхности исследуемого объекта.

Данная работа посвящена сравнению фазового и термолинзового сигналов для случая объемного поглощения света. Мы будем придерживаться методики вычисления фототермических сигналов, предложенной в [4] и позволяющей получать выражения, не ограничиваясь приближением геометрической оптики. Она состоит в решении задачи дифракции и в основном сводится к вычислению интеграла Френеля–Кирхгофа.

Сначала рассмотрим продольную конфигурацию (рис. 1). Распределение температуры в этом случае имеет цилиндрическую симметрию, поэтому уравнение

тепловой диффузии запишем в цилиндрических координатах. Будем рассматривать случай непрерывной накачки, промодулированной по синусоидальному закону и имеющей Гауссово распределение интенсивности,

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{1}{\chi}\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{Q(r,\varphi,z,t)}{K}, \quad (1)$$

где

$$Q(r,\varphi,z,t) = \alpha \frac{P_{\text{pump}}}{\pi r_{\text{pump}}^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{r_{\text{pump}}^2}\right) \cos\Omega t, \qquad (2)$$

 $r_{\rm pump}$ — радиус пучка накачки, $P_{\rm pump}$ — средняя мощность накачки, K — коэффициент теплопроводности, $\chi = K/(\rho c)$ — коэффициент температуропроводности, ρ — плотность, c — теплоемкость.

Пренебрегая теплопереносом вдоль оси z, колебания температуры на частоте модуляции Ω можно записать в виде

$$T_{\Omega}(r, z = 0, \varphi, t) = \operatorname{Re}\left\{\int_{0}^{\infty} \xi d\xi J_{0}(r\xi) \times \left(\frac{\alpha}{K} \frac{P_{\text{pump}}}{2\pi} e^{-\xi^{2} r_{\text{pump}}^{2}/8}\right) \frac{e^{i\Omega t}}{\xi^{2} + i\Omega/\chi}\right\}.$$
 (3)

Зондирующий свет с длиной волны λ_{probe} , прошедший соосно с пучком накачки через нагретую таким образом область длиной l, получит дополнительный набег фазы (при условии, что тепловая линза тонкая)

$$\Phi(r,\varphi,t) = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{probe}}} \frac{\partial n}{\partial T} \int_{-1/2}^{1/2} T(r,z,\varphi,t) dz$$
$$= \frac{2\pi}{\lambda_{\text{probe}}} \frac{\partial n}{\partial T} l T_{\Omega}(r,z=0,\varphi,t).$$
(4)



Рис. 1. Продольная конфигурация. Возбуждающий и зондирующий пучки света распространяются соосно; длина образца меньше длины перетяжки возбуждающего пучка света.

Теперь найдем распределение амплитуды поля излучения зондирующего света в дальней зоне, где расположен фотоприемник. Интеграл Френеля–Кирхгофа в цилиндрических координатах запишется в виде

$$U(r', \varphi', t) = \frac{i}{\lambda_{\text{probe}}L} \int d\varphi \int r dr U(r, z = 0, \varphi, t)$$
$$\times \exp\left\{-\frac{ik}{2L}[r^2 + {r'}^2 - 2rr'\cos(\varphi - \varphi')]\right\}, \qquad (5)$$

где L — расстояние от нагретой области до фотоприемника, k — волновое число зондирующего света, $U(r, z = 0, \varphi)$ — амплитуда поля излучения зондирующего лазера в нагретой области.

Нас интересуют достаточно малые тепловые возмущения, для которых выполняется следующее приближение:

$$U(r, z = 0, \varphi, t) = U_0(r, z = 0, \varphi)e^{i\Phi(t)}$$
$$\approx U_0(r, \varphi)(1 + i\Phi(t)).$$
(6)

Здесь U_0 — амплитуда поля зондирующего лазера в отсутствии тепловых возмущений. Пусть она распределена по гауссовому закону [5]

$$U(r, z=0, \varphi, t) = E_0 \frac{\omega_0}{\omega(z_1)} \exp\left[-r^2 \left(\frac{1}{\omega^2(z_1)} + \frac{ik}{2R(z_1)}\right)\right]$$
$$\omega^2(z) = \omega^2 (1 + z^2/z_0^2), \quad R(z) = z(1 + z_0^2/z^2),$$
$$z_0 = \pi \omega^2 n / \lambda_{\text{probe}}.$$

В этом случае распределение интенсивности зондирующего света в дальней зоне будет иметь следующий вид:

$$I(r', \varphi', t) = |U(r', \varphi', t)|^{2} = I_{0}(r', \varphi') + U_{0}^{*}(r', \varphi')$$
$$\times \Delta U(r', \varphi', t) U_{0}(r', \varphi') \Delta U^{*}(r', \varphi', t).$$
(7)

Здесь $I_0(r', \varphi')$ — невозмущенное распределение интенсивности пробного света в дальней зоне,

$$\Delta U(r', \varphi', t) = -\frac{1}{\lambda_{\text{probe}}L}$$

$$\times \int d\varphi \int r dr U_0(r', \varphi', t) \Phi(r, \varphi, z, t)$$

$$\times \exp\left\{-\frac{ik}{2L}[r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\varphi - \varphi')]\right\}. \quad (8)$$

Для регистрации сигнала тепловой линзы обычно используется фотоприемник с установленной перед ним круглой диафрагмой. В этом случае термолинзовый сигнал будет пропорционален изменению интенсивности пробного света ΔI_{T1} , прошедшего через диафрагму,

$$\Delta I_{T1}(t) = \eta \int_{0}^{d} r' dr' \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \bigg[U_{0}^{*}(r',\varphi') \Delta U(r',\varphi',t) + U_{0}(r',\varphi') \Delta U^{*}(r',\varphi',t) \bigg], \qquad (9)$$

где η — квантовая эффективность фотоприемника, d — радиус диафрагмы.

$$\Delta I_{T1}(t) = -\eta \iint r dr d\varphi |U_0|^2 \Phi(r\varphi, t)$$

$$\times \operatorname{Im} \left\langle \omega_0^2 \left(1 + i \frac{z_1}{z_0} \right) \exp\left\{ \frac{r^2}{\omega_0^2 (1 + i z_1 / z_0)} \right\}$$

$$\times \int_{0}^{kd/L} \exp\left\{ -\frac{\xi^2}{4} \omega_0^2 \left(1 + i \frac{z_1}{z_0} \right) \right\} J_0(\xi r) \xi d\xi \right\rangle, \quad (10)$$

где $J_0(\xi r)$ — функция Бесселя первого рода.

Подставляя в (10) выражение для $\Phi(r\varphi, t)$, окончательно получаем амплитуду термолинзового сигнала, нормированную на интенсивность зондирующего света,

$$TlSignal_{\parallel} = \frac{\pi\omega_0^4}{\lambda} \frac{\partial n}{\partial T} \frac{\alpha l}{K} P_{pump} Abs \left(\int_0^{kd/L} \xi d\xi \exp\left\{-\frac{\xi^2 \omega_0^2}{2}\right\} \right)$$
$$\times \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{\lambda^2 + i\Omega/\chi} Im \left[I_0 \left\{ \frac{\lambda\xi}{2} \omega_0^2 \left(1 - i\frac{z_1}{z_0}\right) \right\} \right]$$
$$\times \exp\left\{-\frac{\lambda^2}{4} \left[\frac{r_{pump}^2}{2} + \omega_0^2 \left(1 - \frac{z_1}{z_0}i\right) \right] \right\} \right] \right), \quad (11)$$

где $I_0(\xi r)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода.

Выражение (11) фактически описывает поведение сигнала тепловой линзы в общем виде. Остается только добавить, что для получения максимального сигнала необходимо оптимизировать значения двух параметров: kd/L и z_1 .

Перейдем теперь к рассмотрению регистрации тепловых возмущений фазовым методом. В этом методе дополнительный набег фазы пробного света регистрируется с помощью интерферометра, один луч которого проходит через нагретую область, а другой — вне ее. В литературе описано применение различных видов оптических интерферометров [6–8] для регистрации тепловых волн. Мы предпочитаем использовать поляризационные интерферометры [9]. К их преимуществам можно отнести высокую стабильность, высокую чувствительность и малые габариты [10]. Кроме того, в них не происходит потерь света. Распределение интенсивности света на фотоприемнике в этом случае имеет вид

$$I(r', \varphi', t) = |U(r', \varphi', t) + U_{\text{ref}}(r', \varphi', t)^2|$$

$$= |U_0(r', \varphi')^2|\cos^2\frac{\delta}{2} + \frac{1}{2}\cos\frac{\delta}{2}$$

$$\times \left(U'_0(r', \varphi')\Delta U'^*(r', \varphi', t)e^{i\delta/2} + \Delta U(r', \varphi', t)U'^*_0(r', \varphi')e^{i\delta/2}\right), \quad (12)$$

Журнал технической физики, 2000, том 70, вып. 11

где δ — постоянная разность фаз между лучами интерферометра,

$$U'_{\rm ref}(r',\varphi) = U'_0(r',\varphi')e^{i\delta},\qquad(13)$$

$$U'(r', \varphi') = U'_0(r', \varphi') + \Delta U'(r', \varphi', t).$$
(14)

Проинтегрировав последнее слагаемое по штрихованным координатам, получим величину фототермического сигнала

$$\Delta I_{\text{phsh}}(t) = \eta \sin \delta \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \int_{0}^{\infty} dr r |U_0(r,\varphi)|^2 \Phi(r,\varphi,t).$$
(15)

Как и следовало ожидать, максимум сигнала достигается при разности фаз между плечами интерферометра, равной $\delta = \pi/2$. В дальнейшем будем считать это условие выполненным. После подстановки $\Phi(r, \varphi, t)$ в (15) получаем следующее выражение для амплитуды интерференционного сигнала, нормированной на интенсивность зондирующего света:

IntSignal_{||} =
$$\frac{\omega_0^2}{8\lambda_{\text{probe}}} \frac{\partial n}{\partial T} \frac{\alpha l}{K} P_{\text{pump}}$$

× Abs $\left[Ei \left(-\frac{i\Omega}{\chi} \frac{r_{\text{pump}}^2 + \omega_0^2}{8} \right) \right],$ (16)

$$E_i(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt$$

— интегральная показательная функция.

Перейдем к рассмотрению поперечного варианта (рис. 2). В этом случае распределение переменной, на частоте Ω температуры будет иметь следующий вид:

$$T_{\Omega}(x, y, z, t) = \operatorname{Re} \int_{0}^{\infty} \xi d\xi \frac{\alpha}{K} \frac{P_{\text{pump}}}{2\pi} J_{0}(\xi \sqrt{y^{2} + z^{2}})$$
$$\times e^{-\frac{\xi^{2} r_{\text{pump}}^{2}}{8}} \frac{e^{i\Omega t}}{\xi^{2} + i\Omega/\chi}, \qquad (17)$$

где *x*, *y*, *z* — декартовы координаты.

Считая длину ячейки много большей размеров области, в которой существует интересующее нас возмущение температуры, можно записать выражение для переменной фазы зондирующего света в таком виде:

$$\Phi_{\Omega}(x, y, t) = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{probe}}} \frac{\partial n}{\partial T} \int_{-\infty}^{\infty} dz T(x, y, z, t).$$
(18)

Повторяя описанную выше процедуру вычислений для поперечной конфигурации, получаем выражения для амплитуд интерференционного и термолинзового сигналов,



Рис. 2. Поперечная конфигурация. Возбуждающий и зондирующий пучки света распространяются перпендикулярно друг другу и пересекаются внутри образца.

нормированных на интенсивность зондирующего света,

IntSignal_⊥ =
$$\frac{\pi^2}{2} \sqrt{\frac{\chi}{\Omega}} \frac{\omega_0^2}{\lambda_{\text{probe}}} \frac{\partial n}{\partial T} \frac{\alpha l}{K} P_{\text{pump}}$$

× Abs $\left[\text{Erfc} \left(\sqrt{\frac{\Omega}{\chi} \frac{r_{\text{pump}}^2 + \omega_0^2}{8} e^{i\pi/4}} \right) \right],$ (19)

$$\text{TlSignal}_{\perp} = 2\pi \frac{\omega_0^4}{\lambda_{\text{probe}}} \frac{\partial n}{\partial T} \frac{\alpha l}{K} P_{\text{pump}} \text{Abs}\left(\int_0^{M/L} dt \exp\right)$$

$$\times \left\{ -\frac{t^2 \omega_0^2}{2} \right\} t \int_0^\infty \frac{dx}{x^2 + i\Omega/\chi} \operatorname{Im}\left[I_0 \left\{ \frac{tx}{2} \omega_0^2 \left(1 - i\frac{z}{z_0} \right) \right\} \right] \\ \times \exp\left\{ -\frac{x^2}{4} \left[\frac{r_0^2}{2} + \omega_0^2 \left(1 - \frac{z}{z_0} i \right) \right] \right\} \right] \right).$$
(20)

Для сравнения чувствительности фазового (интерференционного) и термолинзового методов необходимо рассмотреть отношение

$$\left(\frac{\text{IntSignal}}{\text{IntNoise}}\right) \middle/ \left(\frac{\text{TlSignal}}{\text{TlNoise}}\right).$$

Мы будем учитывать только дробные шумы пробного света. В этом случае

$$\left(\frac{\text{IntSignal}}{\text{IntNoise}}\right) / \left(\frac{\text{TISignal}}{\text{TINoise}}\right) = \frac{\text{IntSignal}}{\text{TISignal}} \times \left(1 - \exp\left(-\frac{\omega_0^2 k^2 d^2}{2L^2}\right)\right)^{1/2}.$$
 (21)

Зависимости отношения чувствительности фазового (интерференционного) и термолинзового методов качественно очень похожи в обоих рассмотренных конфигурациях. Единственное различие состоит в несколько большей крутизне кривых для поперечного варианта. Поэтому мы ограничимся рассмотрением графиков зависимости

$$\left(\frac{\text{IntSignal}}{\text{IntNoise}}\right) / \left(\frac{\text{TlSignal}}{\text{TlNoise}}\right)$$

от частоты модуляции накачки и радиуса пучка накачки только для продольного варианта, а для поперечного варианта приведем графики зависимости отношения IntSignal/TlSignal от теплопроводности и радиуса зондирующего пучка.

На рис. З представлена зависимость отношения чувствительности интерференционного и термолинзового методов от радиуса пучка накачки для нескольких значений частоты ($f = 2\pi\Omega$) модуляции накачки. В области малых значений диаметра пучка накачки, для которых длина волны тепловой диффузии много больше r_0 , отношение

$$\left(\frac{\text{IntSignal}}{\text{IntNoise}}\right) / \left(\frac{\text{TlSignal}}{\text{TlNoise}}\right)$$

не зависит от r_0 , поскольку источник тепла можно представить как точечный. В области больших значений r_0 , для которых длина тепловой диффузии много меньше r_0 , отношение

$$\left(\frac{\text{IntSignal}}{\text{IntNoise}}\right) / \left(\frac{\text{TlSignal}}{\text{TlNoise}}\right)$$



Рис. 3. Отношение чувствительности интерференционного и термолинзового методов в продольной конфигурации в зависимости от радиуса пучка накачки при $K = 1.5 \cdot 10^{-3}$ W/(cm·deg), $\rho = 0.9$ g/cm⁻³, c = 2 J/(g·deg), $\omega_0 = 3 \mu$ m.



Рис. 4. Отношение чувствительности интерференционного и термолинзового методов в продольной конфигурации в зависимости от частоты модуляции накачки при $K = 0.32 \text{ W/(cm \cdot deg)}, \rho = 0.9 \text{ g/cm}^{-3}, c = 2 \text{ J/(g \cdot deg)}, r_0 = 10 \,\mu\text{m}.$



Рис. 5. Отношение чувствительности интерференционного и термолинзового методов в поперечной конфигурации в зависимости от коэффициента теплопроводности при $\rho = 0.9 \text{ g/cm}^{-3}$, $c = 2 \text{ J/(g·deg)}, \omega_0 = 3 \mu \text{m}, f = 10 \text{ Hz}.$

быстро возрастает и перестает зависеть от Ω , поскольку форма тепловых возмущений все больше повторяет форму пучка накачки.

На рис. 4 приведены зависимости отношения чувствительности интерференционного и термолинзового методов в зависимости от частоты модуляции накачки для различных радиусов зондирующего пучка. Из них видно, что с уменьшением частоты интерференционный сигнал растет быстрее, чем термолинзовый. Это особенно заметно для малых радиусов зондирующего пучка. Качественно это можно объяснить тем, что уменьшение частоты модуляции приводит к росту объема нагретой области и более быстрому росту абсолютных значений температуры по сравнению с ростом ее производных по координатам, ответственных за формирование термолинзового сигнала.

Подобным же образом можно объяснить и более быстрый рост интерференционного сигнала при увеличении теплопроводности образца рис. 5.

На рис. 6 приведены зависимости отношения интерферометрического и термолинзового сигналов от радиуса пучка зондирующего света для различных частот модуляции. В соответствии с ними по мере уменьшения радиуса пучка зондирующего света наблюдается более быстрый рост интерферометрического сигнала. Качественно это объясняется тем, что у тепловой линзы, как у линзы вообще, больше работают края, а изменение фазы зондирующего света максимально в центре нагретой области.



Рис. 6. Отношение чувствительности интерференционного и термолинзового методов в поперечной конфигурации в зависимости от радиуса зондирующего пучка при $K = 1.5 \cdot 10^{-3}$ W/(cm·deg), $\rho = 0.9$ g/cm⁻³, c = 2 J/(g·deg), $r_0 = 10 \ \mu$ m.

В том случае, когда преобладают технические шумы, величина которых пропорциональна интенсивности пробного, отношение

$$\left(\frac{\text{IntSignal}}{\text{IntNoise}}\right) / \left(\frac{\text{TlSignal}}{\text{TlNoise}}\right) = \frac{\text{IntSignal}}{\text{TlSignal}} \times \left(1 - \exp\left(-\frac{\omega_0^2 k^2 d^2}{2L^2}\right)\right)$$

и характер рассмотренных выше зависимостей принципиально не изменяется.

Во всех исследованных случаях чувствительность интерференционного метода оказалась большей по сравнению с термолинзовым. Таким образом, было показано, что фазовый (интерференционный) метод регистрации тепловых волн обладает преимуществом в чувствительности, особенно значительным в тех случаях, когда размеры области переменных возмущений температуры превышают радиус пучка зондирующего света.

Список литературы

- [1] *Bicanic D.* Photoacoustic and Photothermal Phenomena III. Berlin: Springer, 1992.
- [2] *Mandelis A*. Principles & Perspectives of Photothermal and Photoacoustic Phenomena, New York: Elsevier, 1992.
- [3] Бражник П.К., Новиков М.А. // Опт. и спектр. 1991. Т. 70. № 2. С. 453.

- [4] Глазов А.Л., Муратиков К.Л. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 11. С. 187–196.
- [5] Ярив А. Квантовая электроника. М.: Сов. Радио, 1980. 488 с.
- [6] Glasov A.L., Muratikov K.L. // Int. J. Optoelectronics. 1989. Vol. 4. N 3. P. 589–597.
- [7] Бражник П.К., Новиков М.А., Пушкин А.А. // Опт. и спектр. 1990. Т. 68. № 3. С. 631–635.
- [8] Faubel W., Seidel B.S., Ache H.J. // Opt. Eng. 1996. Vol. 35. (12). P. 3555–3561.
- [9] Лукьянов А.Ю., Владыкин Г.Б., Аратскова А.А. и др. // Журнал физ. химии. 1997. Т. 71. № 8. С. 1497.
- [10] Francon M., Mallick S. Polarization Interferometers, Application in Microscopy and Macroscopy. New York: Academic Press, 1971.