

01;05

Сверхпроводящий вибратор с захваченным магнитным полем

© С.Г. Бодров, А.А. Семенов

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 28 июня 1999 г.)

Предложена конструкция сверхпроводящего вибратора изгибных колебаний. Рассчитана зависимость собственной частоты вибратора от магнитного поля. Показано, что у предложенной конструкции собственная частота в десятки раз более чувствительна к магнитному полю, чем у всех, использовавшихся ранее. Предложено использовать такой резонатор для исследования проникновения магнитного поля в сверхпроводники.

Введение

Магнитные свойства сверхпроводников второго рода до настоящего времени исследованы недостаточно. В частности, это связано с ограниченностью арсенала средств исследования. Использование техники колеблющихся в магнитном поле сверхпроводящих стержней и пластин открыло новые эффективные возможности изучения различных процессов в сверхпроводниках [1–10]. При колебаниях сверхпроводника в магнитном поле в его поверхностном слое индуцируются токи. В результате взаимодействия этих токов с полем возникают магнитоупругие силы, изменяющие собственную частоту колебаний сверхпроводящего образца. Колебания вместе с образцом вихревой решетки индуцируют объемные токи, взаимодействие которых с магнитным полем также приводит к возникновению силы и соответственно к изменению частоты собственных колебаний. При жестком закреплении вихревой решетки на центрах пиннинга изменение квадрата собственной частоты образца прямо пропорционально квадрату напряженности магнитного поля. Отклонение от этой пропорциональности дает, например, сведения о пиннинге. Добавление сверхпроводящего экрана, расположенного параллельно поверхности пластины или оси стержня, значительно повышает точность и расширяет возможности данной методики, в частности, позволяет определить глубину проникновения возмущения магнитного поля в сверхпроводник. Впервые применение экрана было рассмотрено в работах [6,10] для предельных случаев — бесконечно широкой пластины и круглого стержня. В работе [6] показано, что квадрат частоты изгибных колебаний бесконечно широкой пластины возрастает обратно пропорционально расстоянию между ней и экраном, т. е. возрастает неограниченно. Рассмотрение аналогичной задачи для круглого стержня показало, что в этом случае увеличение частоты собственных колебаний стремится к определенному пределу. В работе [10] рассмотрена задача об упругих колебаниях пластины конечной ширины над экраном. Показано, что и в этом случае, как и в случае бесконечно широкой пластины, магнитоупругая сила возрастает неограниченно при приближении пластины к экрану.

Во всех упомянутых работах магнитное поле было направлено параллельно длине вибратора. В этом случае при колебаниях вибратора происходит искривление магнитных силовых линий и на различных участках поверхности вибратора индукция магнитного поля имеет разное значение, что затрудняет рассмотрение механизма проникновения магнитного поля в сверхпроводник.

В настоящей работе рассмотрен сверхпроводящий вибратор, у которого исключены эти недостатки.

Постановка и решение задачи

Предлагаемый вибратор представляет из себя сверхпроводящую трубу прямоугольного сечения длиной L , у которой противоположные стенки имеют одинаковую толщину. Внутренние размеры трубы: ширина l , высота $2a$ (рис. 1, *a*). Боковые стенки B, B' достаточно толсты, чтобы выполнялось условие заделки для стенок A, A' , и неподвижны. Возбуждаются изгибные колебания в противофазе стенок A, A' , толщина которых равна h .

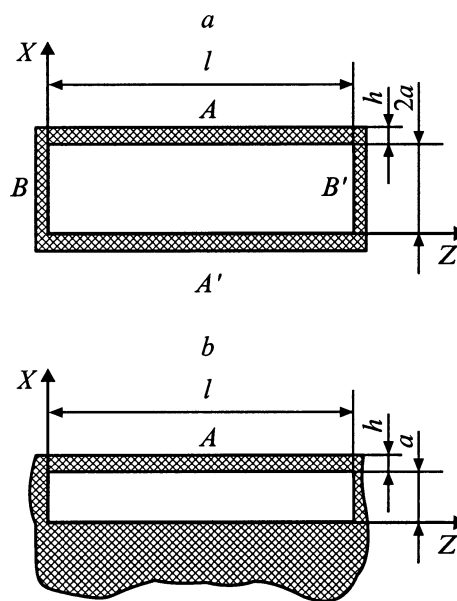


Рис. 1.

При условии, что длина трубы L много больше линейных размеров отверстия, вибратор можно считать бесконечно широким. Вибратор помещается в однородное магнитное поле с индукцией B_0 , параллельное стенкам (перпендикулярное плоскости рис. 1). Учитывая, что колебания стенок AA' происходят в противофазе, вследствие закона отражения на сверхпроводящей поверхности задача сводится к рассмотрению колебаний стенки A толщиной h прямоугольной полости шириной l и высотой a , проделанной в сверхпроводящем полупространстве (рис. 1, b), находящемся в однородном магнитном поле, параллельном стенкам полости.

При колебаниях вибратора магнитное поле вне полости не изменяется ни по направлению, ни по величине. Захваченное в полости магнитное поле остается однородным и параллельным стенкам полости, а его величина изменяется во времени из-за изменений при колебаниях площади поперечного сечения полости.

Для удобства будем рассматривать вибратор, представленный на рис. 1, b . Так как магнитное поле захвачено в полости вибратора, то при колебаниях поток остается постоянным, т. е.

$$S_0 B_0 = S(t) B(t), \quad \text{где } S_0 = al; \quad S = al + \int_0^l \xi(z) dz e^{i\omega t},$$

где $\xi(z)$ — амплитуда колебаний, ω — круговая частота. В приближении малых колебаний

$$B(t) = B_0 \frac{S_0}{S} = B_0 \left(1 - \frac{1}{al} \int_0^l \xi(z) dz \exp(i\omega t) \right). \quad (1)$$

Сила, которая действует на единицу площади колеблющейся пластинки со стороны магнитного поля, равна разности магнитных давлений, действующих на ее плоскости,

$$F_m = -\frac{B_0^2}{\mu_0 al} \int_0^l \xi(z) dz \exp(i\omega t). \quad (2)$$

Здесь μ_0 — магнитная постоянная. Уравнение упругих гармонических колебаний пластины при учете F_m запишется в виде [11]

$$h\rho\omega^2\xi(z) = \frac{h^3 E}{12(1-\mu^2)} \Delta^2 \xi(z) - \frac{B_0^2}{\mu_0 al} \int_0^l \xi(z) dz. \quad (3)$$

Здесь E — модуль Юнга, μ — коэффициент Пуассона, ρ — плотность. Общее решение уравнения (3) запишется в виде

$$\xi(z) = A \cos kz + B \sin kz + C \operatorname{ch} kz + D \operatorname{sh} kz + \frac{1}{k^4 l^5} M \int_0^l \xi(z) dz. \quad (4)$$

Здесь

$$M = \frac{12(1-\mu^2)l^4 B_0^2}{h^3 a \mu_0 E}; \quad k^4 = \rho \omega^2 \frac{12(1-\mu^2)}{h^2 E};$$

A, B, C, D — постоянные интегрирования. Постоянные интегрирования определяются из следующих граничных условий:

$$\xi(z) \Big|_{z=0,1} = 0, \quad \frac{d\xi(z)}{dz} \Big|_{z=0,1} = 0. \quad (5)$$

Граничные условия (5) дают четыре алгебраических уравнения, связывающих постоянные интегрирования и

$$\int_0^l \xi(z) dz.$$

Проинтегрировав (4) по z , получим пятое уравнение. Таким образом, имеем систему из пяти уравнений относительно пяти неизвестных

$$A + C + \frac{1}{k^4 l^5} M \int_0^l \xi(z) dz = 0,$$

$$A \cos kl + B \sin kl + C \operatorname{ch} kl + D \operatorname{sh} kl + \frac{1}{k^4 l^5} M \int_0^l \xi(z) dz = 0,$$

$$B + D = 0,$$

$$-A \sin kl + B \cos kl + C \operatorname{sh} kl + D \operatorname{ch} kl = 0,$$

$$A \sin kl + B(1 - \cos kl) = C \operatorname{sh} kl + D(\operatorname{ch} kl - 1)$$

$$+ \xi \left(\frac{1}{k^4 l^4} M - 1 \right) \int_0^l \xi(z) dz = 0. \quad (6)$$

Система (6) имеет нетривиальное решение, только если определитель, составленный из коэффициентов при A, B, C, D и $\int_0^l \xi(z) dz$, равен нулю. Отсюда получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$(1 - \cos kl \operatorname{ch} kl) k^5 = M \left[kl(1 - \cos kl \operatorname{ch} kl) - 2 \sin kl - 2 \operatorname{sh} kl + 2 \operatorname{sh} kl \operatorname{ch} kl + 2 \cos kl \operatorname{sh} kl \right]. \quad (7)$$

Из уравнения (7) при учете (4) получено следующее соотношение между собственной частотой колебаний и магнитным полем:

$$\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2} = \alpha \frac{B_0^2}{\rho h a \omega_0^2 \mu_0}. \quad (8)$$

Коэффициент α в широких пределах изменения правой части равенства (8) остается с высокой точностью постоянным и равным $\alpha = 0.690$. Для больших значений

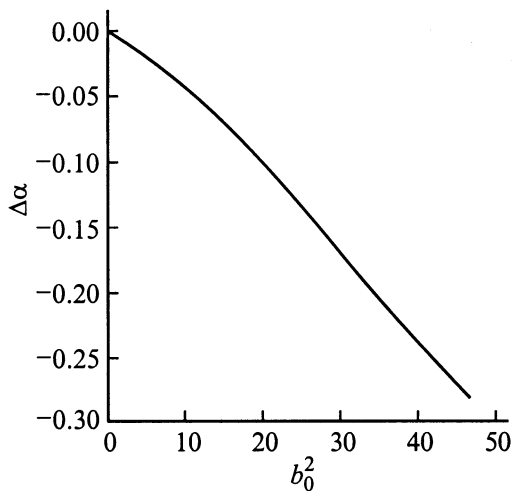


Рис. 2.

индукции магнитного поля, когда $\omega \gg \omega_0$, величина α уменьшается. На рис. 2 приведена зависимость $\Delta\alpha = \alpha - 0.690$ от

$$b_0^2 = \frac{B_0^2}{\rho h a \omega_0^2 \mu_0}.$$

В качестве примера рассмотрим резонатор из ниобия с параметрами $\rho = 8.6 \cdot 10^3 \text{ kg}$, $E = 1.6 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, $\mu = 0.39$, $l = 4 \text{ cm}$, $h = 0.5 \text{ mm}$, $a = 0.5 \text{ mm}$, $B = 0.4 \text{ T}$. В отсутствие поля собственная частота колебаний такого резонатора составляет $\omega(0) = 1.25 \cdot 10^4 \text{ Hz}$. В поле с индукцией 0.4 T частота колебаний $\omega(0.4) = 1.4 \cdot 10^4 \text{ Hz}$. Таким образом, при наложении магнитного поля с индукцией 0.4 T частота колебаний изменяется на 12%. При наложении такого же магнитного поля параллельно длине резонатора изменение частоты колебаний составит [10] 0.126%, т. е. почти в 100 раз меньше, чем в нашем случае.

В проведенных выше расчетах принималось, что глубина проникновения возникающих при колебаниях возмущений магнитного поля в материал сверхпроводника равна нулю. В реальном же случае возмущение магнитного поля проникает в материал сверхпроводника на конечную глубину, увеличивая тем самым эффективную величину зазора a . Поэтому измеренная частота колебаний сверхпроводящего резонатора в магнитном поле всегда будет меньше, чем рассчитанная. Сопоставление измеренной и рассчитанной частот дает возможность определить глубину проникновения. Используя плоскопараллельные пластинки из сверхпроводящего материала, вставляемые в полость вибратора, можно добиться величины зазора в 5 и менее микрон. При условии, что величина зазора измерена с точностью 0.1%, можно провести абсолютные измерения глубины проникновения с точностью, лучшей 50 Å. Учитывая же, что собственная частота механических колебаний может быть измерена с точностью $10^{-4}\%$, а при столь малом зазоре уже в поле

в несколько десятых тесла частота колебаний практически полностью определяется магнитными силами, могут быть зафиксированы изменения глубины проникновения в несколько сотых ангстрема.

В заключение следует еще раз подчеркнуть, что предлагаемая конструкция имеет существенные преимущества перед применяемыми в настоящее время. Во-первых, колебания такого резонатора не приводят к искажению магнитных силовых линий (за исключением краевых эффектов, которыми можно пренебречь при достаточно большой ширине резонатора), и, во-вторых, частота колебаний такого резонатора более чувствительна к магнитному полю. Недостатком является то, что для изменения поля в полости резонатора необходимо вывести хотя бы часть резонатора из сверхпроводящего состояния, а затем снова охладить до исходной температуры.

Список литературы

- [1] Бодров С.Г., Перегуд Б.П., Семенов А.А. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 11. С. 2201–2203.
- [2] Brandt B.N., Esquinazi P., Neckel H.-L. // Temp. Phys. 1986. Vol. 63. N 3/4. P. 187–214.
- [3] Brandt B.N., Esquinazi P., Neckel H.-L. // Temp. Phys. 1987. Vol. 64. N 1/2. P. 1–16.
- [4] Бодров С.Г., Перегуд Б.П., Семенов А.А. // СФХТ. 1989. Т. 2. № 4. С. 97–106.
- [5] Бодров С.Г., Семенов А.А. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 12. С. 14–20.
- [6] Бодров С.Г., Семенов А.А. // СФХТ. 1991. Т. 4. № 19. С. 1668–1677.
- [7] Бодров С.Г., Данилов А.Д., Семенов А.А. // Там же. С. 1678–1688.
- [8] Бодров С.Г., Данилов А.Д., Русаков А.И., Семенов А.А. // ЖТФ. 1993. Т. 63. Вып. 4. С. 67–72.
- [9] Бодров С.Г., Русаков А.И., Семенов А.А. // ЖТФ. 1993. Т. 4. Вып. 4. С. 80–88.
- [10] Русаков А.И., Семенов А.А. // СФХТ. 1994. Т. 7. № 7. С. 1179–1186.
- [11] Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теория упругости. М., 1965.