01;05

Влияние перераспределения тока в матрице комбинированного сверхпроводника на распространение нормальной зоны

© В.В. Лысенко

Российский научный центр "Курчатовский институт",
123182 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 11 мая 1999 г.)

Выполнено расчетное исследование влияния перераспределения тока в стабилизирующей матрице комбинированного сверхпроводника с неравномерным распределением сверхпроводящей компоненты по сечению на скорость распространения нормальной зоны. Анализ задачи в безразмерных переменных позволил выделить параметры, определяющие значимость рассматриваемого эффекта. Получены параметрические зависимости скорости распространения нормальной зоны при условиях охлаждения, не обеспечивающих стационарную стабилизацию.

Переход в резистивное состояние комбинированного сверхпроводника сопровождается перетеканием транспортного тока в стабилизирующую матрицу. Характерное время перераспределения тока в неоднородном стабилизаторе большого сечения может составлять несколько секунд, вследствие чего этот процесс оказывает существенное влияние на стабильность сверхпроводника и динамику нормальной зоны. Примером могут служить проводники, представляющие собой кабель, скрученный из композитных сверхпроводящих проволок, окруженный дополнительным алюминиевым стабилизатором. Подобные проводники предназначены, в частности, для магнитных систем детекторов ускорителей элементарных частиц, где криостатирование обмотки осуществляется обычно путем косвенного охлаждения. Для расчета диффузии тока в стабилизирующую матрицу были предложены численные и аналитические методы [1,2]. Влияние перераспределения тока на стабильность сверхпроводников исследовалось в условиях косвенного охлаждения [3], а также охлаждения сверхтекучим гелием [4]. Изучению движущихся нормальных областей конечного размера в стационарно стабилизированных проводниках большого сечения посвящены работы [5,6].

Рассмотрим комбинированный сверхпроводник радиуса R_0, в котором сверхпроводящие жилы равномерно распределены во внутренней части радиуса R_i, окруженной областью дополнительного стабилизатора — нормального металла. Будем считать, что среднее удельное сопротивление ρ обеих частей проводника при температуре выше критической одинаково. В начальный момент времени транспортный ток I протекает по внутренней области проводника, температура которого равна температуре хладагента T_0 везде, кроме некоторой длины, мгновенно перешедшей в нормальное состояние. Запишем уравнение диффузии магнитного поля в цилиндрических координатах (1) для азимутальной компоненты магнитной индукции B, а также уравнение теплового баланса (2) в следующем виде:

$$\mu_0 \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial R} \frac{\rho}{R} \frac{\partial (RB)}{\partial R} + \frac{\partial}{\partial X} \rho \frac{\partial B}{\partial X}, \qquad (1)$$

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X} \lambda \frac{\partial T}{\partial X} - \frac{hP}{A}(T - T_0) + W(X, t). \qquad (2)$$

Здесь c и λ — средние объемная теплоемкость и теплопроводность проводника; A — полное поперечное сечение; P — охлаждаемый периметр; h — коэффициент теплоотдачи; $W = A^{-1} \int \rho j^2 dS$ — усредненная по сечению мощность тепловыделения в единице объема проводника, где абсолютная величина плотности тока j находится путем дифференцирования магнитной индукции

$$j(R, X, t) = \frac{1}{\mu_0} \sqrt{\left(\frac{1}{R} \frac{\partial (RB)}{\partial R} \right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial X} \right)^2}.$$

Будем придерживаться "ступенчатой" модели проводимости сверхпроводника [7], когда сопротивление композита изменяется скачком при некоторой температуре T_s, в качестве которой обычно используется среднее между температурой деления тока и критической температурой. Для упрощения анализа будем считать тепло- и электрофизические параметры проводника постоянными. Введем безразмерные переменные (3), выбрав характерные величины магнитной индукции, времени и длины согласно (4)

$$b = \frac{B}{B_0}, \qquad \theta = \frac{T - T_0}{T_s - T_0}, \qquad r = \frac{R}{L_m},$$

$$x = \frac{X}{L_h}, \qquad \tau = \frac{t}{t_h}, \qquad (3)$$

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_0}, \qquad t_h = \frac{c(T_s - T_0)A^2}{\rho I^2},$$

$$L_h = \sqrt{\frac{\lambda \cdot t_h}{c}}, \qquad L_m = \sqrt{\frac{\rho \cdot t_h}{\mu_0}}. \qquad (4)$$

В этом случае уравнение диффузии магнитного поля принимает вид (5) с граничными (6) и начальными условиями (7). Мы пренебрегли здесь вторым членом в правой части уравнения (1), связанным с радиальной компонентой плотности тока. Это допущение практически не влечет потери точности ввиду малости множителя

$(L_m/L_h)^2$, возникающего при этом члене в обезразмеренном уравнении (характерное значение множителя составляет 10^{-3})

$$\frac{\partial b(r,\tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial r}\frac{1}{r}\frac{\partial (rb)}{\partial r}, \tag{5}$$

$$b(0,\tau) = 0, \qquad b(r_0,\tau) = 1, \tag{6}$$

$$b(r,0) = \begin{cases} \beta^2 r/r_0, & r \le r_0/\beta, \\ r_0/r, & r > r_0/\beta. \end{cases} \tag{7}$$

Здесь $r_0 = R_0/L_m$, $\beta = R_0/R_i$. Параметр L_m представляет собой глубину диффузии электрического поля за время нагрева некоторого сечения проводника при прохождении через него фронта нормальной зоны. При сделанных допущениях диффузия тока в каждом из сечений проводника происходит независимо, а началом отсчета времени для задачи (5)–(7) является момент, когда температура в данном сечении достигает T_s. Используя решение задачи (5)–(7), можно вычислить зависимость от времени безразмерной удельной мощности тепловыделения

$$w(\tau) = 0.5 \int_0^{r_0} \left(\frac{\partial (rb)}{\partial r}\right)^2 \frac{dr}{r},$$

которую будем использовать для анализа тепловых процессов в безразмерных переменных. В этом случае уравнение (2) имеет вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{\theta}{\alpha} + w(\tau - \tau_s), \tag{8}$$

где $\alpha = \rho I^2/\big(hP(T_s - T_0)A\big)$; $\tau_s(x)$ — момент времени, когда безразмерная температура в точке x достигает 1.

Установившееся значение безразмерной скорости распространения нормальной зоны, которое определяется задачей (5)–(8), зависит от трех безразмерных параметров: β — отношение общего размера проводника к размеру области, содержащей сверхпроводящую фракцию, параметра α, характеризующего интенсивность охлаждения, и r_0. Параметр r_0 определяется отношением характерных времен поперечной диффузии тока $t_m = \mu_0 R_0^2/\rho$ и омического нагрева как $r_0 = (t_m/t_h)^{1/2}$. Для случая мгновенного перераспределения тока по сечению матрицы задача имеет известное аналитическое решение [7], а безразмерная скорость v_0 распространения нормальной зоны определяется выражением

$$v_0 = \frac{\alpha - 2}{\sqrt{\alpha^2 - \alpha}}. \tag{9}$$

Для нахождения скоростей распространения нормальной зоны вначале проводилось численное интегрирование задачи (5)–(7) с помощью метода конечных разностей [8]. Затем, используя полученную временнýю зависимость мощности тепловыделения (в табличном виде с подробностью, необходимой для обеспечения расчета скорости с точностью примерно 1%), также

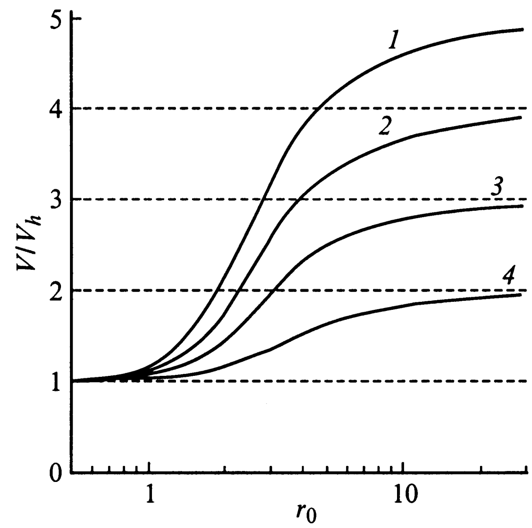

Рис. 1. Зависимость безразмерной скорости распространения нормальной зоны в адиабатических условиях от параметра r_0. $\beta = 5$ (*1*), 4 (*2*), 3 (*3*), 2 (*4*).

с помощью метода конечных разностей рассчитывалась эволюция первоначального теплового возмущения в проводнике. Результаты расчета установившейся скорости распространения нормальной зоны в отсутствие охлаждения представлены на рис. 1. Размерное значение скорости можно найти путем умножения соответствующего безразмерного значения на параметр $V_h = L_h/t_h = IA^{-1}\big(\rho\lambda/(T_s - T_0)\big)^{1/2}\,\mathrm{s}^{-1}$. Зависимость безразмерной скорости от безразмерного радиуса проводника имеет характерный вид перехода между двумя предельными случаями: при малых значениях r_0 перераспределение тока по всему сечению стабилизирующей матрицы происходит достаточно быстро, так что этот процесс не оказывает влияния на динамику нормальной зоны. При значениях r_0 выше 10–30 ток практически не успевает перетечь в область дополнительного стабилизатора за время прохождения фронта нормальной зоны, при этом средняя по сечению удельная мощность тепловыделения приближается к $\beta^2\rho(I/A)^2$, а безразмерная скорость распространения — к β. Заметим, что в рамках данной модели безразмерная скорость в адиабатических условиях не зависит от электропроводности матрицы (параметр L_m не зависит от ρ). Это обстоятельство связано с тем, что влияние перераспределения тока на скорость распространения определяется отношением характерных времен диффузии тока и омического нагрева, которые зависят от ρ одинаковым образом. Сделаем оценку характерного поперечного размера L_m. При $I/A = 10^8\,\mathrm{A/m^2}$, $c = 2 \cdot 10^3\,\mathrm{JK^{-1} \cdot m^{-3}}$, $T_s - T_0 = 2.5\,\mathrm{K}$ получаем $L_m \approx 0.6\,\mathrm{mm}$.

Результаты расчета скорости при наличии линейного охлаждения приведены на рис. 2. Штриховыми линиями на рисунке показаны значения скорости для случая равномерного распределения сверхпроводящей фракции

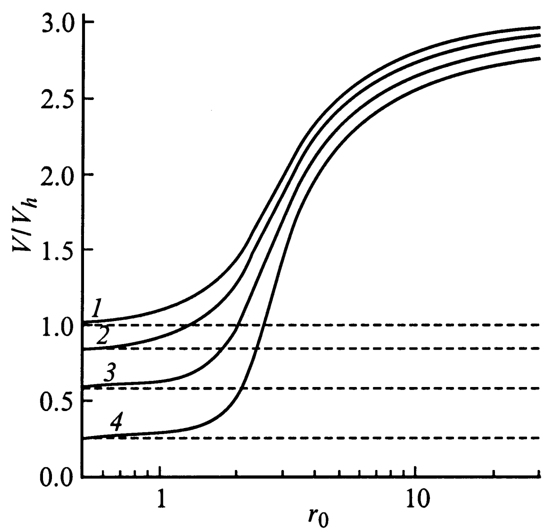

Рис. 2. Зависимость безразмерной скорости распространения нормальной зоны от параметра r_0. $\beta = 3$; $\alpha = \infty$ (*1*), 10 (*2*), 4 (*3*), 2.5 (*4*).

по всему сечению стабилизатора. Как и в случае адиабатических условий, при малых значениях r_0 скорость определяется выражением (9). С ростом r_0 безразмерная скорость стремится к βv_0, где при вычислении v_0 в качестве эффективного параметра стабилизации необходимо использовать $\beta^2\alpha$.

С целью верификации представленных результатов было выполнено численное моделирование распространения нормальной зоны путем совместного решения уравнений (1), (2) методом конечных разностей. Расхождения в значениях скорости составили не более 1–2%.

Как свидетельствуют результаты настоящей работы, анализ перехода в нормальное состояние сверхпроводящего магнита, выполненного из проводника рассмотренного типа с характерным поперечным размером в диапазоне $(1-10)L_m$, должен проводиться с учетом конечного времени перераспределения тока. Для проводников с характерным поперечным размером более $(10-20)L_m$ скорость распространения нормальной зоны может быть определена, если считать, что мощность тепловыделения обусловлена током, протекающим в той части стабилизатора, где сосредоточена сверхпроводящая компонента.

Работа выполнена при поддержке Гранта ведущих научных школ РФФИ (№ 96-15-98230).

Список литературы

[1] *Devred A.* // J. Appl. Phys. 1989. Vol. 65. N 10. P. 3963–3967.
[2] *Lee A.A., Wands R.H., Fast R.W.* // Cryogenics. 1992. Vol. 32. P. 863–866.
[3] *Baynham D.E., Fetisov N.V., Martovetsky N.N.* // IEEE Trans. Appl. Supercond. 1993. Vol. 3. P. 805–808.
[4] *Huang X., Eyssa Y.M.* // IEEE Trans. Magn. 1991. Vol. 27. P. 2304–2307.
[5] *Dresner L.* // Proc. 11th Intern. Conf. Magn. Tech. Tsucuba (Japan), 1989. P. 1084–1089.
[6] *Kupferman R., Mints R.G., Ben-Jacob E.* // J. Appl. Phys. 1991. Vol. 70. N 12. P. 7484–7491.
[7] *Уилсон М.* Сверхпроводящие магниты. М.: Мир, 1985. 405 с.
[8] *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.