

## Модифицированный закон Пашена для зажигания тлеющего разряда в инертных газах

© В.А. Лисовский, С.Д. Яковин

Харьковский государственный университет,  
310077 Харьков, Украина

(Поступило в Редакцию 22 июня 1999 г.)

Экспериментально и теоретически исследован пробой инертных газов в однородном постоянном электрическом поле при различных расстояниях между электродами  $L$  и радиусах разрядных трубок  $R$ . Показано, что при любых геометрических размерах разрядной камеры и материалах катода в минимуме кривых зажигания отношение напряженности пробойного электрического поля к давлению газа сохраняется постоянным. Получен модифицированный закон Пашена, согласно которому пробойное напряжение является функцией не только произведения давления газа на величину расстояния  $L$ , но и функцией отношения  $L/R$ .

### Введение

Тлеющий разряд постоянного тока широко используется для получения тонких полимерных и оксидных пленок, очистки поверхностей материалов, накачки газоразрядных лазеров, в плазменных дисплейных панелях, стабилизаторах напряжения и т.д. Поэтому исследование условий зажигания тлеющего разряда представляет значительный интерес. Как известно [1–7], кривые зажигания тлеющего разряда описываются законом Пашена  $U_{dc} = f(pL)$ , т.е. пробойное напряжение  $U_{dc}$  является функцией произведения давления газа  $p$  и расстояния между электродами  $L$ . Это означает, что кривые зажигания  $U_{dc}(p)$ , полученные для различных расстояний  $L$ , должны накладываться друг на друга, если их построить как функцию  $U_{dc}(pL)$ . Однако в ряде работ экспериментально было получено, что при одинаковых значениях произведения  $pL$  пробойное напряжение в случае большого разрядного промежутка с плоскими электродами заметно выше, чем в случае короткого промежутка [4,8–17].

В настоящей работе экспериментально и теоретически исследован пробой инертных газов в постоянном электрическом поле в разрядных камерах с различными расстояниями между электродами  $L$  и внутренними радиусами  $R$ .

### Теоретическая часть

Уравнение пробоя газа в однородном постоянном электрическом поле, полученное в [18], учитывает как ионизацию молекул газа электронным ударом и дрейф электронов и ионов вдоль поля, так и диффузионный уход электронов по радиусу разрядной трубки. Однако авторы [18] не выполнили ни анализа полученного уравнения пробоя, ни сравнения с экспериментальными результатами. Поэтому уравнение (12) в [18] после

несложных преобразований запишем в виде

$$\alpha = \frac{D_2}{V_e} \left( \frac{2.4}{R} \right)^2 + \alpha\gamma \left\{ \exp \left[ L \left( \alpha - \frac{D_e}{V_e} \left( \frac{2.4}{R} \right)^2 \right) \right] - 1 \right\}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  и  $\gamma$  — первый и второй коэффициенты Таунсенда,  $D_e$  — коэффициент поперечной диффузии электронов,  $V_e$  — дрейфовая скорость электронов.

Для инертных газов (аргон, ксенон и т.д.) [19–22] в широком диапазоне значений  $E_{dc}/p$  (вблизи и справа от минимумов кривых зажигания) можно записать следующие выражения для  $V_e$ ,  $D_e$  и  $\alpha$ :

$$V_e = \mu_e E_{dc} = \mu_{e0} \frac{U_{dc}}{pL}, \quad (2)$$

$$pD_e \approx \text{const} = D_{e0}, \quad (3)$$

$$\alpha = A_0 p \exp \left( - \frac{B_0 pL}{U_{dc}} \right), \quad (4)$$

где  $\mu_{e0}$  — подвижность электронов при  $p = 1$  Торр,  $A_0$  и  $B_0$  — константы [3].

Подставим (2)–(4) в (1) и умножим левую и правую части (1) на  $L$ , тогда получим следующее уравнение пробоя:

$$A_0(pL) \exp \left( - \frac{B_0(pL)}{U_{dc}} \right) = \frac{D_{e0}}{\mu_{e0}} \frac{(2.4)^2}{U_{dc}} \left( \frac{L}{R} \right)^2 + \gamma A_0(pL) \exp \left( - \frac{B_0(pL)}{U_{dc}} \right) \left\{ \exp \left[ A_0(pL) \times \exp \left( - \frac{B_0(pL)}{U_{dc}} \right) - \frac{D_{e0}}{\mu_{e0}} \frac{(2.4)^2}{U_{dc}} \left( \frac{L}{R} \right)^2 \right] - 1 \right\}. \quad (5)$$

Так как обычно  $\gamma \ll 1$ , то уравнение (5) можно упростить

$$A_0(pL) \exp\left(-\frac{B_0(pL)}{U_{dc}}\right) \left\{ \gamma \exp\left[A_0(pL) \times \exp\left(-\frac{B_0(pL)}{U_{dc}}\right) - \frac{D_{e0}(2.4)^2}{\mu_{e0}} \frac{(L/R)^2}{U_{dc}}\right] - 1 \right\} + \frac{D_{e0}(2.4)^2}{\mu_{e0}} \frac{(L/R)^2}{U_{dc}} = 0. \quad (6)$$

Из (5), (6) видно, что пробойное напряжение  $U_{dc}$  является функцией не только произведения  $pL$ , но также и отношения  $L/R$ . Продифференцируем (5) по  $pL$  и приравняем величину производной  $dU_{dc}/d(pL)$  к нулю. Тогда для минимума кривой зажигания получим два решения, одно из которых не имеет физического смысла, а второе дает следующие соотношения:

$$\left(\frac{U_{dc}}{pL}\right)_{\min} = \left(\frac{E_{dc}}{p}\right)_{\min} = B_0, \quad (7)$$

$$\frac{A_0}{e}(pL)_{\min} = \frac{D_{e0}}{\mu_{e0}} \frac{(2.4)^2}{B_0(pL)_{\min}} \left(\frac{L}{R}\right)^2 + \frac{\gamma A_0}{e}(pL)_{\min} \times \left\{ \exp\left[\frac{A_0}{e}(pL)_{\min} - \frac{D_{e0}}{\mu_{e0}} \frac{(2.4)^2}{B_0(pL)_{\min}} \left(\frac{L}{R}\right)^2\right] - 1 \right\}, \quad (8)$$

$$\frac{A_0}{eB_0} U_{\min} = \frac{D_{e0}(2.4)^2}{\mu_{e0}} \frac{(L/R)^2}{U_{\min}} + \frac{\gamma A_0}{e} \frac{U_{\min}}{B_0} \times \left\{ \exp\left[\frac{A_0}{eB_0} U_{\min} - \frac{D_{e0}(2.4)^2}{\mu_{e0}} \frac{(L/R)^2}{U_{\min}}\right] - 1 \right\}, \quad (9)$$

где  $e$  — основание натуральных логарифмов,  $U_{\min} = (U_{dc})_{\min}$ .

При  $L/R \rightarrow 0$  выражения (8) и (9) принимают вид [3]

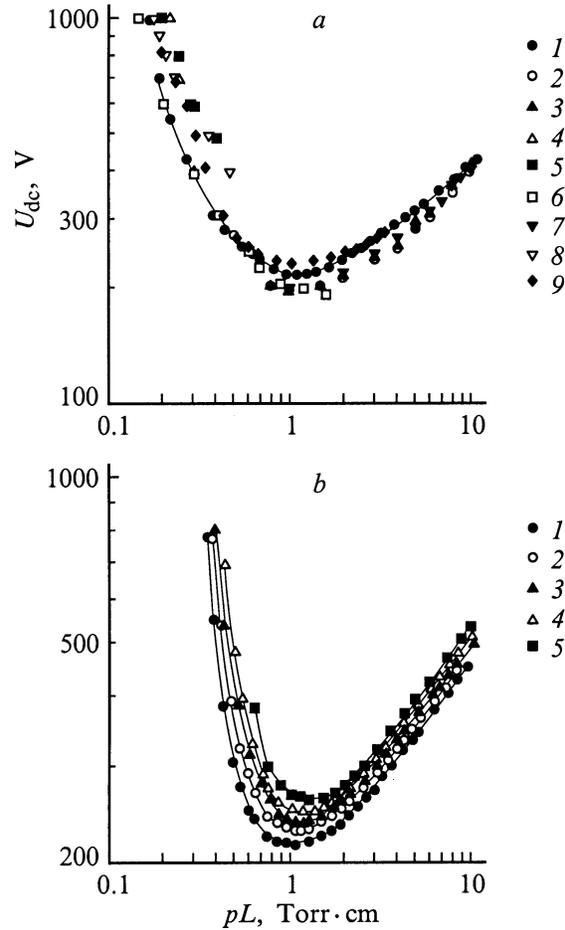
$$(pL)_{\min} = \frac{e}{A_0} \ln\left(\frac{1+\gamma}{\gamma}\right), \quad (10)$$

$$U_{\min} = \frac{eB_0}{A_0} \ln\left(\frac{1+\gamma}{\gamma}\right). \quad (11)$$

Из выражения (7) следует, что в разрядных камерах при изменении значений  $L$ ,  $R$  и  $\gamma$  кривые зажигания смещаются таким образом, что  $(E_{dc}/p)_{\min}$  всегда остается постоянной величиной, при этом ионизационная способность электрона максимальна. Из (8) и (9) видно, что координаты минимума  $(pL)_{\min}$  и  $U_{\min}$  являются функциями отношения  $L/R$ , а не отдельно  $L$  и  $R$ .

### Экспериментальные результаты

Для проверки полученных теоретических результатов были получены кривые зажигания тлеющего разряда в аргоне в диапазоне постоянных напряжений



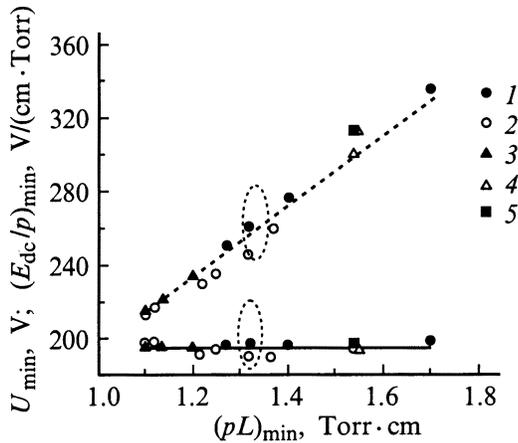
**Рис. 1.** *a* — экспериментальные кривые зажигания тлеющего разряда в аргоне: 1 — наши измерения, 2 и 3 — эксперимент [5] (катод из платины и никеля соответственно), 4 — [23] (стальной катод), 5 — [24] (катод из никеля), 6 — [25] (стальной катод), 7 — [26] (катод из платины), 8 — [27] (катод из нержавеющей стали), 9 — [13] (катод из меди); *b* — кривые зажигания тлеющего разряда в аргоне ( $R = 3.15$  см) при изменении расстояний между электродами  $L$ , см: 1 — 0.5, 2 — 1, 3 — 2, 4 — 4, 5 — 6.

$U_{dc} \leq 1000$  V и давлений  $p \approx 10^{-2} - 10$  Торг. Использовались разрядные трубки с внутренними диаметрами 9, 14, 27, 63 и 100 мм. Плоские параллельные электроды были изготовлены из нержавеющей стали и занимали все поперечное сечение разрядной трубки.

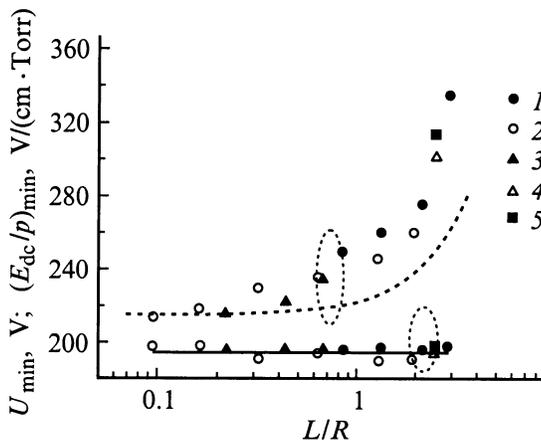
На рис. 1, *a* показана одна из наших кривых зажигания ( $L = 11$  мм,  $R = 50$  мм), а также кривые, экспериментальные, полученные в аргоне в работах [5,13,23–27]. Видно удовлетворительное согласие наших данных с результатами других авторов. На рис. 1, *b* представлены измеренные нами кривые зажигания при различных расстояниях между электродами  $L$ . Из него следует, что при увеличении  $L$  кривые зажигания смещаются не только в область более высоких пробойных напряжений  $U_{dc}$  (как это было получено в [8–17]), но и одновременно в область более высоких значений  $pL$ . Подобный вывод

можно сделать и из экспериментальных результатов, представленных на рис. 3 в работе [13] для неона. В [13] получены кривые зажигания вблизи и слева от минимума и отмечено, что увеличение  $L$  приводит к повышению  $U_{dc}$ ; однако из результатов работы [13] видно, что с ростом  $L$  кривые зажигания смещаются также в область более высоких значений  $pL$  (чему в [13] совершенно не было уделено внимания). Следовательно, наблюдаемое нами отклонение от закона Пашена хорошо подтверждается измерениями других авторов. По-видимому, такое смещение кривых зажигания в область более высоких  $U_{dc}$  и  $pL$  при увеличении расстояния между электродами  $L$  связано с возрастанием потерь заряженных частиц на боковых (радиальных) стенках разрядной трубки из-за диффузии поперек электрического поля.

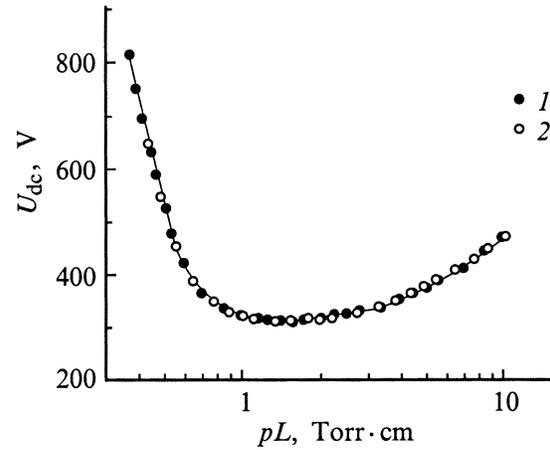
На рис. 2 и 3 показаны зависимости  $U_{min}$  и  $(E_{dc}/p)_{min}$  от величины  $(pL)_{min}$  и отношения  $L/R$ , полученные из наших экспериментальных кривых зажигания. Из рис. 2



**Рис. 2.** Зависимости  $U_{min}$  и  $(E_{dc}/p)_{min}$  от  $(pL)_{min}$ .  $R$ , см: 1 — 0,7, 2 — 3,15, 3 — 5, 4 — 0,45, 5 — 1,35; сплошная кривая —  $(E_{dc}/p)_{min} = 194 \text{ V}/(\text{cm} \cdot \text{Torr})$ , штриховая —  $U_{min} = 194(pL)_{min}$ .



**Рис. 3.** Зависимости  $U_{min}$  и  $(E_{dc}/p)_{min}$  от  $L/R$ . Значения  $R$  — те же, что и на рис. 2. Сплошная кривая —  $(E_{dc}/p)_{min} = 194 \text{ V}/(\text{cm} \cdot \text{Torr})$ , штриховая — расчет по (9).

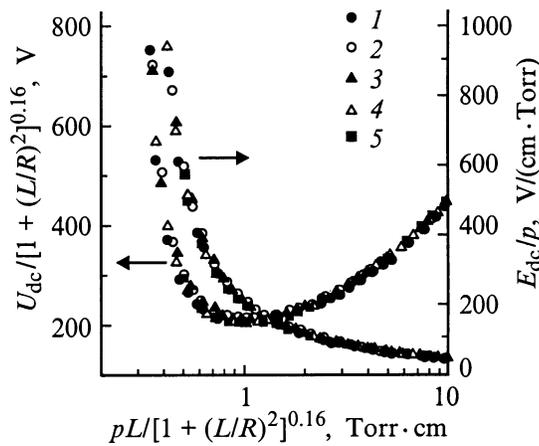


**Рис. 4.** Кривые зажигания при  $L/R = 2.4$ .  $L = 1.1$  (1), 3,3 см (2);  $R = 0.45$  (1), 1,35 см (2).

видно, что для измеренных координат минимумов кривых зажигания имеем  $U_{min} \propto (pL)_{min}$ , а из рис. 2 и 3 следует, что  $(E_{dc}/p)_{min} \approx \text{const} = 194 \pm 5 \text{ V}/(\text{cm} \cdot \text{Torr})$  (эта величина  $(E_{dc}/p)_{min}$  удовлетворительно согласуется со значением  $B_0 = 180 \text{ V}/(\text{cm} \cdot \text{Torr})$  [3]). На рис. 2 показана также прямая линия  $U_{min} = 194(pL)_{min}$ , которая хорошо описывает экспериментальные точки. Поэтому предсказанное выражением (7) поведение координат минимума кривых зажигания тлеющего разряда подтверждается нашими экспериментальными результатами. Следовательно, как бы мы ни изменяли расстояние между электродами  $L$  и радиус трубки  $R$ , в минимуме кривой зажигания в инертном газе отношение  $(E_{dc}/p)_{min}$  всегда остается постоянной величиной. Это же правило выполняется, если изменять величину коэффициента ион-электронной эмиссии  $\gamma$  материала катода (что отмечено в [4,5] и следует из результатов [28,29]).

Из рис. 3 видно также, что значения  $U_{min}$ , полученные из экспериментальных кривых зажигания для различных значений  $L$  и  $R$ , удовлетворительно укладываются на одну монотонно возрастающую кривую. На этом же рисунке показана теоретическая кривая  $U_{min}(L/R)$ , рассчитанная из уравнения (9), которая разумно согласуется с нашими экспериментальными результатами (при этом мы использовали значения  $\alpha$ ,  $V_e$  и  $D_e$  из работ [3,4,19–22]). Поэтому параметр  $L/R$ , как и  $pL$ , также является важным при описании кривых зажигания тлеющего разряда. На рис. 4 показаны две кривые зажигания в разрядных камерах с различными радиусами, при этом расстояние между электродами выбиралось таким, чтобы отношение расстояния между электродами и радиуса трубки было постоянной величиной  $L/R = 2.4$ . Видно, что кривые зажигания в этом случае практически накладываются друг на друга. Следовательно, закон Пашена можно записать в следующем модифицированном виде:

$$U_{dc} = f\left(pL, \frac{L}{R}\right). \quad (12)$$



**Рис. 5.** Зависимости  $U_{dc}^*$  и  $E_{dc}/p$  от  $(pL)^*$  в разрядной трубке с  $R = 3.15$  см.  $L$ , см: 1 — 0.5, 2 — 1, 3 — 2, 4 — 4, 5 — 6.

Модифицированный закон (12) сформулируем таким образом. Возьмем две разрядные трубки с  $L_1, R_1$  и  $L_2, R_2$  соответственно, измерим в них кривые зажигания и построим их как функции  $U_{dc1,2} = f(pL_{1,2})$ . Тогда эти две кривые зажигания совпадут только в том случае, если  $L_1/R_1 = L_2/R_2$ . Иначе говоря, обычный закон Пашена  $U_{dc} = f(pL)$  справедлив только для тех разрядных трубок, у которых  $L/R$  равны. Разряды, у которых размеры электродов и расстояния между ними геометрически подобны, а давления газа обратно пропорциональны расстояниям между электродами, имеют одно и то же напряжение зажигания. В общем же случае при произвольных  $L$  и  $R$  обычный закон Пашена не выполняется.

Отметим, что при соответствующем выборе координатных осей можно добиться того, что все измеренные нами кривые зажигания практически совпадут. Например, если по оси абсцисс отложить

$$pL^* = pL / \left( 1 + \left( \frac{L}{R} \right)^2 \right)^a, \quad (13)$$

а по оси ординат

$$U_{dc}^* = U_{dc} / \left( 1 + \left( \frac{L}{R} \right)^2 \right)^a, \quad (14)$$

где для аргона  $a \approx 0.16$ , то приведенные на рис. 1, b кривые зажигания накладываются друг на друга с точностью  $\pm 5$  В (рис. 5). Очевидно, что при  $L/R \rightarrow 0$  мы имеем обычную кривую Пашена  $U_{dc} = f(pL)$ . Из (13) и (14) видно, что  $U_{dc}^*/(pL)^* = U_{dc}/(pL) = E_{dc}/p$ , т.е. зависимости  $E_{dc}/p = f((pL)^*)$  для различных кривых зажигания также должны совпадать (что мы и видим на рис. 5). С помощью соотношений (13), (14) и приведенных на рис. 5 значений пробойных напряжений мы можем с хорошей точностью предсказать кривую зажигания в разрядной камере при произвольных величинах расстояния  $L$  и радиуса  $R$ . Из рис. 5 следует, что закон

Пашена можно записать еще в одном модифицированном виде  $U_{dc}^* = f((pL)^*)$ .

Сделаем одно замечание по поводу методики измерения кривых зажигания. Кривую зажигания тлеющего разряда, как правило, измеряют двумя методами: 1) фиксируют расстояние  $L$  и затем с изменением давления газа измеряют пробойные напряжения; 2) устанавливают фиксированное значение давления газа и измеряют пробойные напряжения при различных расстояниях  $L$ . Однако из полученных в настоящей работе результатов следует, что второй метод измерения кривой зажигания (при фиксированном давлении и переменном  $L$ ) является некорректным. Полученная таким образом "кривая зажигания" будет представлять собой некоторую кривую, которая при небольших  $L$  близка к кривой Пашена, но по мере увеличения  $L$  смещается в область более высоких пробойных напряжений. Каждую полученную этим способом экспериментальную точку нужно будет пересчитывать с помощью соотношений (13) и (14), чтобы получить какую-либо полезную информацию о зажигании разряда.

## Выводы

Таким образом, в настоящей работе экспериментально и теоретически исследовано зажигание тлеющего разряда в инертных газах при различных межэлектродных зазорах и радиусах разрядных трубок. Показано, что в минимуме кривых зажигания при произвольных значениях расстояния между электродами, радиуса разрядной камеры и коэффициента ион-электронной эмиссии отношение  $(E_{dc}/p)_{min}$  сохраняется постоянным. Получен модифицированный закон Пашена  $U_{dc} = f(pL, L/R)$ , т.е. пробойное напряжение  $U_{dc}$  является как функцией произведения давления газа и величины зазора, так и функцией отношения  $L/R$ . Экспериментально показано, что обычный закон Пашена  $U_{dc} = f(pL)$  справедлив только для тех разрядных трубок, у которых размеры электродов и расстояния между ними геометрически подобны. В общем случае закон Пашена не выполняется.

## Список литературы

- [1] *Paschen F.* // Annalen der Physik und Chemie. Wiedemanns Annalen. 1889. Vol. 37. Ser. 3. N 1. P. 69–96.
- [2] *Townsend J.S.* Electricity in Gases. Oxford: Clarendon Press, 1915.
- [3] *Энгель А.* Ионизованные газы. М.: Физматгиз, 1959.
- [4] *Мик Дж., Крэгс Дж.* Электрический пробой в газах. М.: ИЛ, 1960.
- [5] *Браун С.* Элементарные процессы в плазме газового разряда. М.: Атомиздат, 1961.
- [6] *Lisovskiy V.A., Yegorenkov V.D.* // J. Phys. D. 1994. Vol. 27. N 11. P. 2340–2348.
- [7] *Sato M.* // Bull. Yamagata Univ. 1999. Vol. 25. N 2. P. 119–125.

- [8] *Townsend J.S., McCallum S.P.* // *Phill. Mag.* 1928. Vol. 6. P. 857.
- [9] *Fricke H.* // *Zs. f. Phys.* 1933. Vol. 86. P. 464–478.
- [10] *McCallum S.P., Klatzow L.* // *Phil. Mag.* 1934. Vol. 17. P. 279–291.
- [11] *Buttner H.* // *Zs. f. Phys.* 1939. Vol. 111. P. 750.
- [12] *Heymann F.G.* // *Proc. Phys. Soc.* 1950. Vol. 63. P. 25.
- [13] *Miller H.C.* // *Physica.* 1964. Vol. 30. N 11. P. 2059–2067.
- [14] *Jacques L., Bruynooghe W.* // *Prog. 15<sup>th</sup> Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases.* 1981, Minsk. P. 609–610.
- [15] *Jacques L., Bruynooghe W., Boucique R., Wieme W.* // *J. Phys. D.* 1986, Vol. 19. N 9. P. 1731–1739.
- [16] *Yumoto M., Sakai T., Edinuma Y.* et al. // *Proc. 8<sup>th</sup> Intern. Symp. On High Voltage Engineering.* Yokohama, 1993. P. 409–412.
- [17] *Auday G., Guillot P., Galy J., Brunet H.* // *J. Appl. Phys.* 1998. Vol. 83. N 11. P. 5917–5921.
- [18] *Kolobov V.I., Fiala A.* // *Phys. Rev. E.* 1994. Vol. 50. N 4. P. 3018–3032.
- [19] *Kucukarpaci H.N., Lucas J.* // *L. Phys. D.* 1981. Vol. 14. N 11. P. 2001–2014.
- [20] *Puech V., Torchin L.* // *J. Phys. D.* 1986. Vol. 19. N 12. P. 2309–2323.
- [21] *Suzuki M., Taniguchi T., Tagashira H.* // *J. Phys. D.* 1990. Vol. 23. N 7. P. 842–850.
- [22] *Lisovskiy V.A., Yegorenkov V.D.* // *J. Phys. D.* 1998. Vol. 31. N 23. P. 3349–3357.
- [23] *Гусева Л.Г.* // *ЖТФ.* 1970. Т. 40. Вып. 10. С. 2253–2256.
- [24] *Дикиджи А.Н., Клярфельд Б.Н.* // *ЖТФ.* 1955. Т. 25. Вып. 6. С. 1038–1044.
- [25] *Schonhuber M.J.* // *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems.* 1969. Vol. 88. N 2. P. 100–107.
- [26] *Ehrenkranz F.* // *Phys. Rev.* 1939. Vol. 55. P. 219–227.
- [27] *Pace J.D., Parker A.B.* // *J. Phys. D.* 1973. Vol. 6. N 12. P. 1525–1536.
- [28] *Jacobs H., LaRocque A.P.* // *J. Appl. Phys.* 1947. Vol. 18. N 2. P. 199–203.
- [29] *Jacobs H., LaRocque A.P.* // *Phys. Rev.* 1948. Vol. 74. N 2. P. 163–165.