01;03

Теория диффузиофореза капель концентрированных растворов

© Ю.И. Яламов, Е.Ю. Терехина

Московский педагогический университет,
107005 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 28 января 1999 г.)

Теоретически получена скорость диффузиофореза высокотеплопроводных капель концентрированных растворов в бинарной газовой смеси. Радиус капель значительно больше средней длины свободного пробега молекул бинарной газовой смеси. Один из компонентов газовой смеси — молекулы паров вещества растворителя капли. Анализ полученной в работе формулы показал, что за счет диффузионного скольжения капля будет двигаться в сторону падения концентрации летучего компонента газовой смеси, а за счет фазового перехода — в противоположную сторону. С ростом относительной массовой концентрации летучего растворителя капли увеличиваются эффекты, связанные с зависимостью коэффициента поверхностного натяжения от отмеченной концентрации и реактивным переносом, обусловленным неоднородным вдоль поверхности капли фазовым переходом. В свою очередь при стремлении к единице относительной массовой концентрации летучего растворителя капли происходит убывание до нуля величины эффекта, связанного с диффузионным скольжением.

Рассматривается сферическая капля-частица радиуса R, состоящая из бинарного раствора. Раствор может иметь произвольную концентрацию растворенного вещества. Растворитель испытывает фазовый переход на поверхности капли. Растворенное в капле вещество не является летучим, т. е. не испаряется (не конденсируется) через поверхность капли. Капля взвешена в двухкомпонентной неоднородной по концентрации бинарной газовой смеси. Первый компонент ее образует молекулы паров вещества растворителя капли. Поверхность капли непроницаема для второго компонента газовой смеси. Предполагается, что теплопроводность капли значительно больше теплопроводности газовой смеси. Поэтому изменением температуры при фазовом переходе растворителя на поверхности капли пренебрегаем.

В силу сферической формы капли рассмотрение удобно проводить в сферической системе координат r, Θ, φ с началом в центре капли. На относительно большом удалении от капли (при $r \gg R$) предполагается наличие в объеме газовой смеси постоянных градиентов относительных концентрации $(\nabla C_{1e})_\infty$ и $(\nabla C_{2e})_\infty$ компонентов смеси. Введем обозначения

$$C_{1e} = \frac{n_{1e}}{n_{1e} + n_{2e}}, \quad C_{2e} = \frac{n_{2e}}{n_{1e} + n_{2e}}, \qquad (1), (2)$$

где n_{1e} и n_{2e} — числа молекул компонентов смеси в единице объема, а суммарное количество молекул в единице объема равно

$$n_e = n_{1e} + n_{2e}. \qquad (3)$$

Из (1)–(3) следует

$$C_{1e} + C_{2e} = 1, \quad (\nabla C_{1e})_\infty = -(\nabla C_{2e})_\infty. \qquad (4), (5)$$

Направление вектора $(\nabla C_{1e})_\infty$ выберем вдоль полярной оси

$$Z = r\cos\Theta. \qquad (6)$$

При предложенном выборе начала координат каплю удобно считать покоящейся, а центр тяжести внешней среды движущимся относительно капли при $r \to \infty$ со скоростью $\mathbf{u}$. Будем характеризовать внешнюю к капле газовую среду средней вязкостью η_{0e}, плотностью ρ_{0e}, температурой T_{0e}, относительными концентрациями компонентов C_{01e} и C_{02e}. Каплю будем характеризовать средней вязкостью η_{0i}, плотностью ρ_{0i}, температурой T_{0i} , относительными массовыми концентрациями компонентов раствора C_{01i} и C_{03i}. Предполагается, что при движении капля сохраняет сферическую форму. Это предположение справедливо, если сила поверхностного натяжения на границе раздела капля–внешняя газовая среда значительно больше сил внешнего вязкого сопротивления, стремящихся нарушить сферическую форму [1]

$$\sigma \gg \eta_{0e}|\mathbf{u}_D|, \qquad (7)$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения, $\mathbf{u}_D$ — скорость диффузиофореза капли, по порядку величины равная [2–4]

$$|\mathbf{u}_D| \approx \left|K_{sl}^{(e)} D_{12}^{(e)} (\nabla C_{1e})_\infty\right|. \qquad (8)$$

В (8) $K_{sl}^{(e)}$ — коэффициент диффузионного скольжения, $D_{12}^{(e)}$ — коэффициент взаимной диффузии газовой смеси. Из (7) и (8) получим следующее условие для допустимого $|(\nabla C_{1e})_\infty|$:

$$|(\nabla C_{1e})_\infty| \ll \frac{\sigma}{n_{0e} D_{12}^{(e)} |K_{sl}^{(e)}|}. \qquad (9)$$

Подставляя значения $\sigma = 10^{-1}\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$, $\eta_{0e} = 2\cdot 10^{-5}\,\mathrm{N\cdot s\cdot m^{-2}}$, $D_{12}^{(e)} = 5\cdot 10^{-5}\,\mathrm{m^2 s^{-1}}$, $|K_{sl}^{(e)} = 0.3|$, характерные по порядку величины для капель жидкости в газовых смесях, имеем

$$|(\nabla C_{1e})_\infty| \ll 3\cdot 10^8\,\mathrm{m^{-1}}. \qquad (10)$$

Последнее соотношение справедливо с огромным запасом, ибо градиент относительной концентрации в реальных системах не может превышать $10^3-10^4\,\mathrm{m}^{-1}$.

В работе [1] было показано, что, если удовлетворяется соотношение

$$|K_{sl}^{(e)}R|(\nabla C_{1e})_\infty| \ll 1, \qquad (11)$$

то распределения скоростей, давлений, температур и концентраций вне и внутри каждой отдельной капли удовлетворяют следующей системе линеаризованных дифференциальных уравнений:

$$\eta_{oe}\nabla^2\mathbf{V}^{(e)} = \nabla p^{(e)}, \qquad (12)$$

$$\mathrm{div}\mathbf{V}^{(e)} = 0, \quad \nabla^2 T_e = 0, \qquad (13),\ (14)$$

$$\eta_{0i}\nabla^2\mathbf{V}^{(i)} = \nabla p^{(i)}, \quad \mathrm{div}\mathbf{V}^{(i)} = 0, \qquad (15),\ (16)$$

$$\nabla^2 T_i = 0, \quad \nabla^2 C_{1e} = 0, \quad \nabla^2 C_{1i} = 0. \qquad (17)-(19)$$

В (12)–(13), (15)–(16) и (19) введены следующие обозначения: $\mathbf{V}^{(e)}$ и $\mathbf{V}^{(i)}$ — среднемассовые скорости среды вне и внутри капли, $p^{(e)}$ и $p^{(i)}$ — соответствующие давления,

$$C_{1i} = \frac{m_1 n_{1i}}{\rho_i}. \qquad (20)$$

Массовая относительная концентрация растворителя C_{1i} связана с массовой относительной концентрацией растворенного в капле вещества $C_{3i} = m_3 n_{3i}$ соотношением

$$C_{1i} + C_{3i} = 1, \qquad (21)$$

так как $\rho_i = n_{1i}m_1 + n_{3i}m_3$ есть суммарная плотность капли. В [1] приведены все граничные условия на большом расстоянии от поверхности и на самой поверхности частицы с учетом всех эффектов, связанных с наличием слоя Кнудсена, в случае термофореза крупных капель концентрированных растворов. Аналогичные условия были использованы в [5] для построения теории диффузиофореза таких же капель, однако граничные условия и результат для скорости представлены в виде, справедливом для случая, когда $C_{1e} \ll C_{2e}$. Поэтому в данной работе используются на поверхности капли граничные условия, соответствующие [1], что дает более общий вид для скорости диффузиофореза, чем в работе [5].

Не приводя в силу громоздкости математической записи указанных граничных условий, укажем на их следующий физический смысл: наличие изотермического и диффузионного скольжений с учетом линейных по числу Кнудсена поправок на кривизну поверхности и барнеттовских эффектов; непрерывность радиальной и касательной составляющих тензора вязких напряжений на поверхности капли; условие непроницаемости второго компонента газовой смеси и условие непрерывности первого (летучего) компонента смеси в каждой точке поверхности капли; непроницаемость поверхности капли для растворенного в ней вещества; скачок температуры и относительной концентрации летучего компонента газовой смеси в слое Кнудсена.

Дальнейший ход решения задачи по вычислению скорости диффузиофореза аналогичен изложенному в работах [1,2,5]. В итоге получим аналитическое выражение для скорости диффузиофореза умеренно крупных высокотеплопроводных капель концентрированных бинарных растворов, взвешенных в бинарной газовой смеси,

$$\mathbf{U}_D = -2K_{DSl}D_{12}^{(e)}\Psi(\nabla C_{1e})_\infty. \qquad (22)$$

В (22) имеем

$$\Psi = \Psi_{DSl} + \Psi_\sigma + \Psi_\nu + \Psi_p. \qquad (23)$$

Входящие в (23) величины имеют вид

$$\Psi_{DSl} = \left(1 + \frac{\beta'^{(D)}_R}{R}\right)g_1 + \frac{\beta_R^{(D)}}{R}g_2 - \frac{\beta_B^{(D)}}{R}g_3, \qquad (24)$$

$$\Psi_\sigma = \frac{1}{K_{DSl}D_{12}^{(e)}}\frac{R}{3\eta_{0i}}\frac{\partial\sigma}{\partial C_{1i}}\Big|_{C_{1i}=C_{01i}}g_4, \qquad (25)$$

$$\Psi_\nu = -\frac{n_{0e}^2 m_1}{K_{DSl}\rho_{0e}n_{02e}}\left(1 + \frac{2\eta_{0e}}{\eta_{0i}} + \frac{\rho_{0e}}{\rho_{0i}} + 6\frac{C_m^*}{R}\right)g_2, \qquad (26)$$

$$\Psi_p = -\frac{1}{K_{DSl}}\left[\frac{C_\nu^{(D)}}{R}\left(1 + \frac{2\eta_{0e}}{\eta_{0i}} + \frac{6C_m^*}{R}\right)\right.$$
$$\left. + \frac{C_D^{(D)}}{R}\frac{n_{oe}^2 m_1}{\rho_{0e}n_{02e}}\left(1+\frac{2\eta_{0e}}{\eta_{0i}}+\frac{2\rho_{0e}}{\rho_{0i}}+\frac{6C_m^*}{R}\right)\right]g_4, \qquad (27)$$

$$g_1 = \frac{1}{\alpha_{C_m}\Delta}\left(1 + \gamma\frac{K_n^{(n)}}{R}\right), \qquad (28)$$

$$g_2 = \frac{1}{\alpha_{C_m}\Delta}\left(\gamma - 2\frac{C_D^{(D)}}{R}\right), \qquad (29)$$

$$g_3 = \frac{1}{\alpha_{C_m}\Delta}\left[\left(-1 + \frac{K_n^{(n)}}{R}\right)\gamma + \left(1 + \frac{2C_D^{(D)}}{R}\right)\right], \qquad (30)$$

$$g_4 = \frac{\gamma}{\alpha_{C_m}\Delta}, \qquad (31)$$

$$\gamma = \frac{n_{01e}n_{02e}\rho_{0i}^2 D_{13}^{(i)}}{n_{0e}^2\rho_{01e}\rho_{03i}D_{12}^{(e)}\frac{\partial\Phi}{\partial C_{1i}}\Big|_{C_{1i}=C_{01i}}}, \qquad (32)$$

$$\Delta = \left(1 + \frac{2K_n^{(n)}}{R}\right)\gamma + 2\left(1 - \frac{C_D^{(D)}}{R}\right), \qquad (33)$$

$$\alpha_{C_m} = \left(1 + \frac{2}{3}\frac{\eta_{0e}}{\eta_{0i}} + \frac{2C_m^*}{R}\right). \qquad (34)$$

В (22)–(34) введены обозначения: K_{DSl} — коэффициент диффузионного скольжения бинарной газовой смеси [1,2]; $D_{12}^{(e)}$ — коэффициент взаимной диффузии бинарной газовой смеси; σ — коэффициент межфазного поверхностного натяжения капля–газовая смесь; C_m^*, $\beta'^{(D)}_R$, $\beta_R^{(D)}$, $\beta_B^{(D)}$, $K_n^{(n)}$, $C_\nu^{(D)}$ и $C_D^{(D)}$ — коэффициенты для двухкомпонентной газовой смеси при произвольных отношениях масс и концентраций компонентов, аналитический вид которых и методика вычисления представлены в работах [1,6–21]; Φ — эмпирическая функция, учитывающая зависимость относительной численной насыщающей концентрации первого компонента газовой смеси от относительной концентрации C_{1i} растворителя в капле.

Представляет интерес относительный вклад членов Ψ_σ, Ψ_V и Ψ_p в скорость (22) по отношению к основному члену Ψ_{DSl}, связанному с диффузионным скольжением.

Для наглядности рассмотрим случай весьма крупных частиц, когда число Кнудсена $K_n = \bar{\lambda}/R$ стремится к нулю. Под $\bar{\lambda}$ здесь понимается средняя длина свободного пробега молекул газа в бинарной газовой смеси. Очевидно, что все кинетические коэффициенты, содержащие множитель $1/R$, в формулах (24)–(31) и (33)–(34) пропорциональны λ. Поэтому при $\lambda/K \to 0$ из (24)–(31), (33)–(34) имеем

$$\Psi_{DSl} = \frac{1}{\alpha_0 \Delta_0}, \tag{35}$$

$$\Psi_\sigma = \frac{1}{K_{DSl} D_{12}^{(e)}} \frac{R}{n_{0e}} \frac{\partial \sigma}{\partial C_{1i}}\Big|_{C_{1i}=C_{01i}} \frac{\gamma}{\alpha_0 \Delta_0}, \tag{36}$$

$$\Psi_\nu = -\frac{n_{0e}^2 m_1}{2K_{DSl}\rho_{0e} n_{02e}} \left(1 + \frac{2\eta_{0e}}{\eta_{0i}} + \frac{\rho_{0e}}{\rho_{oi}}\right) \frac{\gamma}{\alpha_0 \Delta_0}, \tag{37}$$

$$\Psi_P = 0, \quad \Delta_0 = 2 + \gamma, \quad \alpha_0 = 1 + \frac{2}{3}\frac{\eta_{oe}}{\eta_{0i}}. \tag{38}$$

Составим отношения

$$E_{21} = \frac{\Psi_\sigma}{\Psi_{DSl}} = \frac{R \frac{\partial \sigma}{\partial C_{1i}}\big|_{C_{1i}=C_{01i}} \gamma}{3\eta_{0i} K_{DSl} D_{12}^{(e)}}, \tag{39}$$

$$E_{31} = \frac{\Psi_\nu}{\Psi_{DSl}} = -\frac{n_{0e}^2 m_1 \gamma}{2K_{DSl} n_{02e} \rho_{0e}} \left(1 + \frac{\eta_{0e}}{\eta_{0i}} + \frac{\rho_{0e}}{\rho_{0i}}\right), \tag{40}$$

$$E_{41} = \frac{\Psi_P}{\Psi_{DSl}} = 0. \tag{41}$$

Для проведения численных оценок по формулам (39)–(40) в качестве примера рассмотрим каплю водного раствора глицерина в бинарной газовой смеси воздух–водяной пар при температуре $T_{0e} = 239\,\mathrm{K}$ и атмосферном давлении смеси. Расчеты проводились при следующих значениях величин, входящих в (32) и (39)–(41): $n_{01e} = 3.0 \cdot 10^{23}\,\mathrm{m}^{-3}$; $n_{02e} = 2.7 \cdot 10^{25}\,\mathrm{m}^{-3}$; $n_{0e} = 2.7 \cdot 10^{25}\,\mathrm{m}^{-3}$; $m_1 = 18 \cdot 1.7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$; $m_2 = 29 \cdot 1.7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$; $m_3 = 92 \cdot 1.7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$; $\rho_{0e} = 1.3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$; $\eta_{0e} = 1.8 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg \cdot m^{-1} s^{-1}}$; $K_{DSl} = 0.3$; $D_{12}^{(e)} = 2.5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m^2 s^{-1}}$. Величины, зависящие от концентрации C_{01i}, представлены в табл. 1.

Для $\partial\sigma/\partial C_{1i}\big|_{C_{1i}=C_{01i}}$ принималось среднее значение, равное $7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N \cdot m^{-1}}$. Учитывая, что $\eta_{0e}/\eta_{oi} \ll 1$ и $\rho_{0e}/\rho_{0i} \ll 1$, для E_{21} и E_{31} получим результаты, представленные в табл. 2.

Таблица 1.

C_{01i}	1	0.8	0.5	0.1	0
$\frac{\partial \Phi}{\partial C_{1i}}$	$9.75 \cdot 10^{-3}$	$2.3 \cdot 10^{-3}$	$18.3 \cdot 10^{-3}$	$38.9 \cdot 10^{-3}$	$51.2 \cdot 10^{-3}$
η_{0i} $\mathrm{kg \cdot m^{-1} s^{-1}}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$1.7 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$2.3 \cdot 10^{-1}$	1.48
ρ_{0i} $\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$	$1 \cdot 10^3$	$1.06 \cdot 10^3$	$1.18 \cdot 10^3$	$1.24 \cdot 10^3$	$1.26 \cdot 10^3$
$D_{13}^{(i)}$ $\mathrm{m^2 \cdot s^{-1}}$	$D_{11}^{(i)}$	$4.1 \cdot 10^{-10}$	$3.9 \cdot 10^{-10}$	$3 \cdot 10^{-10}$	0
n_{0i} $\mathrm{m^{-3}}$	$3.4 \cdot 10^{28}$	$2.8 \cdot 10^{28}$	$2.1 \cdot 10^{28}$	$9.9 \cdot 10^{27}$	$8.5 \cdot 10^{27}$

Таблица 2.

C_{01i}	E_{21}	E_{31}
0	0	0
0.1	$1.3 \cdot 10^3 R$	-0.93
0.5	$1.3 \cdot 10^5 R$	-2.5
0.8	$6.3 \cdot 10^5 R$	-3.46
1	∞	$-\infty$

Из таблицы 2 видно, что с ростом C_{01i} — относительной массовой концентрации летучего растворителя капли увеличиваются эффекты, связанные с зависимостью коэффициента поверхностного натяжения от C_{01i} и реактивным переносом, связанным с неоднородным вдоль поверхности капли фазовым переходом.

При $C_{01i} = 0$ из (36) и (37) имеем $\Psi_\sigma = 0$ и $\Psi_\nu = 0$ (в силу того, что $\gamma = 0$), а из (35) и (22) получим

$$\mathbf{U}_D^{(\text{unflying})} = -K_{DSl} D_{12}^{(e)} \frac{(\nabla C_{1e})_\infty}{\alpha_0}. \tag{42}$$

При $C_{01i} = 1$ капля не содержит растворенного нелетучего вещества, т. е. γ становится бесконечно большой, и из (39) и (40) следует, что E_{21} и E_{31} неограниченно возрастают, а скорость

$$\mathbf{U}_D^{(\text{flying})} = \frac{R}{3\eta_{0i}\alpha_0} \frac{\partial \sigma}{\partial C_{1i}}\Big|_{C_{1i}=C_{01i}} (\nabla C_{1e})$$
$$+ \frac{n_{0e}^2 m_1 D_{12}^{(e)}}{\rho_{0e} n_{02e} \alpha_0} \left(1 + \frac{2\eta_{0e}}{\eta_{0i}} + \frac{\rho_{0e}}{\rho_{0i}}\right) (\nabla C_{1e})_\infty. \tag{43}$$

Предельные формулы для нелетучих капель (42) и чистых летучих (43) совпадают с результатами работ [1,3,5]. Представим скорость $\mathbf{U}_D$ (22) в виде

$$\mathbf{U}_D = \left(U_D^{(1)} + U_D^{(2)} + U_D^{(3)} + U_D^{(4)}\right) (\nabla C_{1e})_\infty, \tag{44}$$

где для случая $\bar{\lambda}/R = 0$ имеем

$$U_D^{(1)} = -2\frac{K_{DSl} D_{12}^{(e)}}{\alpha_0 \Delta_0}, \tag{45}$$

$$U_D^{(2)} = -\frac{2R\gamma}{3\eta_{0i}\alpha_0\Delta_0} \frac{\partial\sigma}{\partial C_{1i}}\bigg|_{C_{1i}=C_{01i}}, \tag{46}$$

$$U_D^{(3)} = \frac{n_{0e}^2 m_1 \gamma}{\rho_{0e} n_{02e} \alpha_0 \Delta_0} \left(1 + \frac{2\eta_{0e}}{\eta_{oi}} + \frac{\rho_{0e}}{\rho_{0i}}\right), \tag{47}$$

$$U_D^{(4)} = 0. \tag{48}$$

В табл. 3 приведены численные значения величин, определяемых соотношениями (45)–(48) для капель водного раствора глицерина в газовой смеси воздух–водяной пар. Значения вычислены при концентрациях C_{01i}, меняющихся от 1 до 0 при тех же значениях параметров газовой смеси и капли раствора, которые использовались при составлении табл. 1 и 2. Радиус капли R в табл. 3 следует подставлять в метрах.

Таблица 3.

C_{01i}	$U_D^{(1)}$, m^2s^{-1}	$U_D^{(2)}$, m^2s^{-1}	$U_D^{(3)}$, m^2s^{-1}	$U_D^{(4)}$, m^2s^{-1}
0	$-7.5 \cdot 10^{-6}$	0	0	0
0.1	$-5.1 \cdot 10^{-6}$	$-6.6 \cdot 10^{-3}R$	$4.7 \cdot 10^{-6}$	0
0.5	$-3.3 \cdot 10^{-6}$	$-4.3 \cdot 10^{-1}R$	$8.3 \cdot 10^{-6}$	0
0.8	$-2.75 \cdot 10^{-6}$	$-1.7 \cdot R$	$9.5 \cdot 10^{-6}$	0
1	0	$-4.6 \cdot R$	$1.6 \cdot 10^{-5}$	0

С ростом концентрации C_{01i} летучего компонента капли (воды) и соответствующего убывания концентрации C_{03i} нелетучего компонента (глицерина) происходит убывание до нуля величины $U_D^{(1)}$, определяющей составляющую скорости, связанную с диффузионным скольжением, пропорциональным K_{DSl}.

В то же время с ростом C_{01i} увеличиваются составляющие $U_D^{(2)}$ и $U_D^{(3)}$, обусловленные соответственно влиянием переменного поверхностного натяжения (см. $\partial\sigma/\partial C_{1i}|_{C_{1i}=C_{01i}}$) и фазовым переходом (испарением или конденсацией) на поверхности капли.

Список литературы

[1] *Яламов Ю.И., Галоян В.С.* Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван: Луйс, 1985. 206 с.
[2] *Яламов Ю.И.* Докт. дис. М., 1968.353 с.
[3] *Яламов Ю.И., Обухов Б.А.* // ЖТФ. 1972. Т. 42. Вып. 5. С. 1064–1068.
[4] *Яламов Ю.И., Обухов Б.А., Дерягин Б.В.* // ДАН СССР. 1972. Т. 207. № 4. С. 824–826.
[5] *Ушакова Н.Я., Яламов Ю.И.* Термо- и диффузиофоретический перенос капель бинарных растворов. Деп. В ВИНИТИ. № 5958-В89. М., 1989. 172 с.
[6] *Савков С.А., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* // Физическая кинетика и гидромеханика дисперсных систем. М., 1986. С. 110–127. Деп. ВИНИТИ. № 5321-В86.
[7] *Яламов Ю.И., Юшканов А.А., Савков С.А.* // ДАН СССР. 1987. Т. 296. № 5. С. 1107–1111.
[8] *Яламов Ю.И., Юшканов А.А., Савков С.А.* // ДАН СССР. 1988. Т. 301. № 5. С. 1111–1114.
[9] *Brock J.R.* // J. Catalyses. 1963. Vol. 2. N 3. P. 248–250.
[10] *Гайдуков М.Н., Ивченко И.Н., Яламов Ю.И.* // Изв. АН СССР. Сер. МЖГ. 1972. № 2. С. 199–203.
[11] *Метелкин Е.В., Яламов Ю.И.* // Изв. АН СССР. Сер. МЖГ. 1973. № 4. С. 142–148.
[12] *Sone Y., Onishi I.* // J. Phys. Sec. Jap. 1973. Vol. 2. N 3. P. 248–250.
[13] *Яламов Ю.И., Гайдуков М.Н.* // Физика аэродисперсных систем и физическая кинетика. Калинин, 1973. С. 49–57.
[14] *Яламов Ю.И., Щукин Е.Р., Алехин Е.И.* // Актуальные проблемы физики и механики аэродисперсных систем. М., 1989. С. 43–77. Деп. в ВИНИТИ. № 580-В89.
[15] *Алехин Е.И., Яламов Ю.И.* // Избранные вопросы физики аэрозолей. М., 1989. С. 3–9. Деп. в ВИНИТИ. № 862-В89.
[16] *Яламов Ю.И., Щукин Е.Р., Алехин Е.И.* // ТВТ. 1990. Т. 28. № 2. С. 256–262.
[17] *Алехин Е.И., Яламов Ю.И.* Кинетические эффекты на границе раздела жидкость–многокомпонентная смесь газов. М., 1990. 119 с. Деп. в ВИНИТИ. № 4119-В90.
[18] *Алехин Е.И., Яламов Ю.И.* Математические основы решения граничных задач кинетической теории многокомпонентных газов вблизи конденсированной фазы. М.: МОПИ им. Н.К. Крупской, 1991. 150 с.
[19] *Яламов Ю.И., Юшканов А.А.* // Физика аэродисперсных систем и физическая кинетика. М., 1979. С. 149–174. Деп. в ВИНИТИ. № 3014-79.
[20] *Яламов Ю.И., Гайдуков М.Н., Галоян В.С., Мелкумян М.А.* // Физика дисперсных систем и физическая кинетика. М., 1981. Вып. 5. С. 7–78. Деп. в ВИНИТИ. № 3865-81.
[21] *Яламов Ю.И., Мелкумян М.А., Гайдуков М.Н.* // ДАН СССР. 1983. Т. 250. № 6. С. 1384–1388.