

01;03

Электродиспергирование жидкости при реализации колебательной неустойчивости ее свободной поверхности

© А.И. Григорьев

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150000 Ярославль, Россия

(Поступило в Редакцию 23 декабря 1998 г.)

Проводится полуфеноменологический анализ возможных режимов электродиспергирования капель и менисков жидкости на торце капилляра, по которому жидкость подается в разрядную систему, при реализации колебательной неустойчивости заряженной поверхности жидкости, имеющей место: при зависящем от времени внешнем воздействии на поверхность жидкости; из-за конечной скорости перераспределения заряда по ее поверхности при виртуальных деформациях; при наличии тангенциального скачка поля скоростей на границе раздела сред.

Введение

Проблема расчета параметров электродиспергирования конечных заряженных объемов жидкости (капель и менисков на торце капилляра, по которому жидкость подается в разрядную систему) во внешних электрических полях представляется весьма актуальной в связи с многообразием физических, геофизических, технических и технологических ситуаций, в которых приходится иметь дело с жидкостью, поверхность которой неустойчива по отношению к собственному или индуцированному зарядам (см., например, [1–3] и указанную там литературу). Для некоторых частных случаев найдены адекватные физической ситуации аналитические и численные методы исследования и выполнены расчеты. Сказанное относится к расчету закономерностей моно- и полидиспергирования жидкости постоянным электрическим полем с вершины жидкого мениска на торце капилляра, по которому жидкость подается в разрядную систему [4–7]; к расчету параметров распада заряженных капель, свободных и осевших на предметах во внешних однородных и неоднородных электростатических полях [2,3,8–10]; к расчету параметров распада во внешнем электростатическом поле тонкого слоя жидкости на твердой подложке [11] и распыливанию материала электродов сильноточных электрических дуговых разрядов [12,13]. Однако до сих пор не делалось попыток теоретического анализа закономерностей распада заряженных и незаряженных капель в переменных во времени электрических полях, когда неустойчивость заряженной поверхности жидкости носит колебательный характер. Экспериментальные же исследования данного феномена, хотя и немногочисленные, но производились [14–18].

Слабо исследованы закономерности реализации неустойчивости заряженной поверхности заряженной капли по отношению к колебательным неустойчивостям ее поверхности, происходящим из-за движения капли относительно внешней среды (из-за наличия тангенциального скачка поля скоростей на поверхности капли) или из-за реализации эффекта релаксации заряда на

границе раздела сред [19–22]. Роль переменных во времени электрических полей в изменении закономерностей электродиспергирования жидкости с мениска на торце капилляра, по которому жидкость подается в разрядную систему, в теоретическом и экспериментальном отношении исследована также весьма мало [23,24]. Влияние же колебательной неустойчивости, связанной с релаксацией заряда, на закономерности электродиспергирования жидкости с мениска на торце капилляра в теоретическом отношении совсем не изучалось. Экспериментальные исследования такой неустойчивости и ее вклада в феноменологию электродиспергирования жидкости ограничивается постулатией фактов многочисленных наблюдений интенсивных хаотических осцилляций мениска при высоких значениях прикладываемой к разрядному промежутку разности потенциалов [23,25–31].

Анализу и систематизации разрозненных теоретических и экспериментальных исследований, частично заполняющих выше очерченный пробел в существующих представлениях об электродиспергировании жидкости, как раз и посвящена настоящая работа.

1. Как показано в [32,33], капля электропроводной жидкости во внешнем переменном во времени электрическом поле может претерпевать неустойчивости двух видов: резонансную и параметрическую. Резонансная неустойчивость связана с вынужденными капиллярными колебаниями капли, когда удвоенная частота вынуждающей силы (напряженности внешнего электрического поля) совпадает с одной из частот собственных капиллярных колебаний капли, в свою очередь зависящих от величины поля [34,35]. Параметрическая неустойчивость реализуется, когда частота внешнего электрического поля попадает в одну из резонансных зон в окрестности собственных частот капиллярных колебаний капли (зависящих от величины напряженности внешнего поля) [33,36–38]. Параметрическая неустойчивость имеет место и при стохастическом изменении величины заряда капли или напряженности внешнего электрического поля [39,40].

В зависимости от вязкости жидкости существует как минимум два возможных различных канала распада изолированных сильно заряженных капель или капель в сильных внешних электрических полях.

Когда вязкость жидкости мала, то при реализации неустойчивости капля вытягивается в фигуру, близкую к сфероиду вращения. На вершинах такого сфероида за счет суперпозиции высоких мод, которые претерпевают неустойчивость при вытягивании капли в сфероид из-за увеличения поверхностной плотности заряда на его вершинах, формируются эмиттирующие выступы. С вершин таких выступов начинается сброс заряда путем эмиссии весьма большого количества (от нескольких сотен для распада сильно заряженной капли до нескольких тысяч для распада незаряженной капли во внешнем электростатическом поле) сильно заряженных высокодисперсных дочерних капелек [2,7,8]. При распаде сильно заряженной капли маловязкой жидкости, имеющей предельный в смысле устойчивости заряд, она теряет $\approx 23\%$ начального заряда и 0.5% начальной массы, а затем возвращается к исходной сферической форме [2].

Если же вязкость жидкости в капле высока, то реализуется другой канал распада: при развитии неустойчивости, начинающейся с потери устойчивости основной модой капиллярных колебаний, что соответствует вытягиванию капли в сфероид, эмиссионные выступы на вершинах сфероида не успевают образоваться, так как инкременты неустойчивости высоких мод из-за более сильного влияния вязкости на них, чем на основную моду, оказываются малыми и сильно вытянувшаяся капля рвется на две, три, четыре части сравнимых размеров [3,4,41–43].

Роль вязкости в возбуждении капиллярных колебаний капли и развитии неустойчивости в ней можно характеризовать безразмерным параметром $\mu \equiv \nu(\rho/R\sigma)^{1/2}$, где ν — коэффициент кинематической вязкости, σ — коэффициент поверхностного натяжения жидкости, ρ — массовая плотность жидкости, R — радиус капли [2,3]. Влияние вязкости мало. Распад неустойчивой капли идет по первому каналу при $\mu \ll 1$. Если же $\mu \geq 1$, то вязкость играет определяющую роль в реализации неустойчивости заряженной поверхности капли. Распад неустойчивой капли идет по второму каналу.

2. Рассмотрим на основе общих посылок закономерности распада капель маловязких жидкостей ($\mu \ll 1$), неустойчивых в зависящих от времени электрических полях, принимая, что распад идет по первому каналу.

а) Резонансная раскачка колебаний (вынужденные колебания). Резонансная раскачка основной моды капиллярных колебаний однородным периодическим внешним электрическим полем $\mathbf{E} = E_0 \cos \omega_0 t$ имеет место, когда $2\omega_0$ приближается к ω_2 , частоте капиллярных колебаний основной моды. Примем, что резонанс реализовался. Это означает, что капля будет совершать колебания с большой амплитудой, определяющейся вязкостью жидкости и амплитудой вынуждающей силы (пропорциональной безразмерной комбинации физических параметров $w^2 = 9E_0^2 R / 4\pi\sigma$).

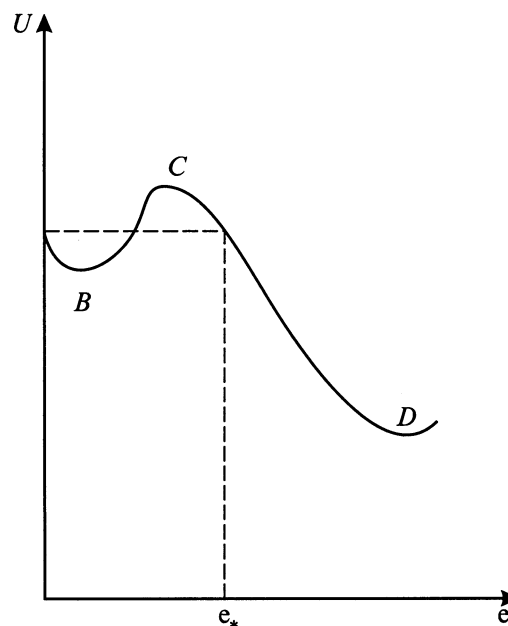


Рис. 1. Качественный вид зависимости энергии сфероидальной капли в однородном электрическом поле от величины ее эксцентриситета.

График зависимости потенциальной энергии капли в поле \mathbf{E} от величины ее эксцентриситета $U = U(e)$ имеет качественный вид, проиллюстрированный рис. 1 [44]. Видно, что если амплитуда резонансных колебаний основной моды капли превысит некоторую критическую, характеризуемую эксцентриситетом e_* , то капля претерпит неустойчивость. Это означает, что ее эксцентриситет начнет увеличиваться со временем очень быстро (быстрее, чем по экспоненциальному закону $\sim e^{\alpha t}$ [45]). При этом на вершинах сфероидальной капли за счет суперпозиции высоких мод, неустойчивость которых, согласно вышесказанному, будет генерироваться увеличением поверхностной плотности заряда на вершинах сфероида, сформируются эмиссионные выступы, с которых начнется сброс поляризационного заряда (рис. 2) [2,3,8].

Поскольку поляриность внешнего поля, согласно принятому, меняется с частотой ω_0 , то капля будет находиться в состоянии неустойчивости в течение интервала времени $\tau \approx (1/4)\omega_0$, за который она успевает выбросить несколько дочерних капелек. В течение следующей четверти периода изменения напряженности периодического внешнего поля по мере убывания величины поляризационного заряда $\sim E_0 \cos \omega t$ неустойчивая капля вернется к сферической форме.

Затем все начнется сначала, т.е. весь процесс резонансной раскачки и реализации неустойчивости капли. Если во время первого акта сброса дочерних капелек родительская капля заметно уменьшит свой радиус R , то для ее остатка уменьшится величина параметра w^2 и, следовательно, уменьшится амплитуда резонансных колебаний. Если в максимуме амплитуды капиллярных

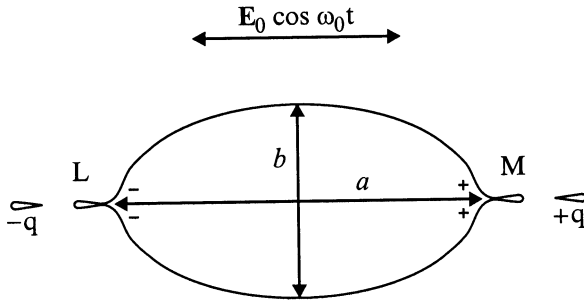


Рис. 2. Схематический вид капли, претерпевающей неустойчивость в переменном электрическом поле.

колебаний эксцентриситет e сфероидальной капли станет меньше e_* , то следующего акта неустойчивости не произойдет. А капля будет просто совершать колебания большой амплитуды.

Может оказаться, что время гидродинамической релаксации τ_p капли от неустойчивого состояния, характеризуемого сильно вытянутой сфероидальной формой, до состояния с эксцентриситетом e_* окажется больше полупериода колебаний внешнего поля

$$\tau_p \ll \frac{1}{\omega_0}.$$

Тогда после смены полярности поля E капля, не успевая вернуться к сферической форме и еще имея эксцентриситет $e \geq e_*$, опять двинется по участку CD на рис. 1, т.е. снова претерпит неустойчивость, только знаки зарядов, сбрасываемых с концов капли L и M (рис. 2), поменяются.

Если поле E является неоднородным, то в зависимости от степени неоднородности линейный (по времени) резонанс могут претерпевать не только основная мода, но и более высокие: 3, 4, 5-я и т.д., как это показано в [10,32].

Если родительская капля имела заряд Q , то в результате одного цикла неустойчивости ее заряд может уменьшиться настолько, что собственные частоты капли изменятся существенно, а она выйдет из резонансной полосы и в дальнейшем будет уже устойчива.

б) Параметрическая раскачка колебаний. Параметрический резонанс незаряженной капли в электрическом поле $E_0 \cos \omega_0 t$ реализуется, когда частота внешнего поля ω_0 попадает в малую окрестность одной из собственных частот капиллярных колебаний капли ω_n , а амплитуда величины напряженности поля E_0 достаточно велика, чтобы энергия, получаемая каплей за период ω_0 от поля, превысила энергию, теряемую на вязкую диссипацию. Параметрический резонанс означает зависимость амплитуды n -й моды от времени вида

$$a_n(t) = a_{n_0} \exp(\gamma t) \cos(\omega_0 t).$$

Если речь идет о неустойчивости основной моды, когда форма капли колеблется между сплюснутым и

вытянутым сфероидом, то реализация неустойчивости происходит по схеме, описанной в предыдущем разделе: как только амплитуда колебаний станет такова, что ее эксцентриситет e превысит критическое значение e_* (рис. 1), то с этого момента амплитуда капли увеличивается аperiodически со временем, быстрее, чем по экспоненциальному закону. Если за время t_* такого роста амплитуды капли и формирования на ее вершинах эмиссионных выступов полярность внешнего поля не изменится ($t_* \gg (1/4)\omega_0^{-1}$), а его величина не очень уменьшится по сравнению с E_0 , то родительская капля выбросит несколько мелких дочерних. Процесс эмиссии будет продолжаться в течение интервала времени меньшего четверти периода изменения величины электрического поля: до тех пор, пока величина напряженности поля $E(t) = E_0 \cos \omega_0 t$ не упадет достаточно низко, чтобы эмиссионные выступы исчезли и капля вернулась к исходной сферической форме. Будет ли такая капля вовлечена в следующий цикл параметрической раскачки колебаний зависит от того, как сильно изменились ее собственные частоты (вследствие потери массы) в первом цикле? Из общих соображений ясно, что по сравнению с линейным резонансом при параметрической неустойчивости при прочих равных условиях будет эмиттироваться меньшее количество дочерних капелек, так как характерное время изменения знака поля (при котором прекращается процесс эмиссии дочерних капелек) в последнем случае будет в два раза меньше.

В ситуации, когда характерное время гидродинамической релаксации капли к исходной сферической форме τ_p много больше периода колебаний напряженности электрического поля $1/\omega_0$, т.е. когда выполняется неравенство $\tau_p \gg 1/\omega_0$, можно ожидать многократно повторяющиеся циклы эмиссии дочерних капелек с изменением в каждом цикле знака заряда дочерних капелек, эмиттируемых с данной вершины.

Время τ_p можно оценить как время, за которое вытянутая сфероидальная капля под действием сил поверхностного натяжения вернется к сферической форме. Лапласовскую силу, действующую на половинку капли F_σ , можно оценить по формуле $F_\sigma = \int P_\sigma ds$, где S — площадь поверхности половинки капли, P_σ — лапласовское давление. Под действием этой силы центр масс полукapли массой $(2/3)\pi R^3 \rho$ будет двигаться с ускорением a . Расстояние ξ , равное отклонению поверхности капли от сферы, проходимое поверхностью капли за время τ_p , определится известной формулой $\xi = \int a \tau_p d\tau_p$. Для оценки τ_p по порядку величины при $P_\sigma = \text{const}$, $F_\sigma = \text{const}$, $a = \text{const}$ найдем

$$\tau_p = \sqrt{\frac{2\xi}{a}} = \sqrt{\frac{4\xi \pi R^3 \rho}{3SP_\sigma}}.$$

Принимая $\xi \approx R$, $S \approx 2\pi R^2$; $P_0 \approx 2\sigma/R$, получим ограничение на характеристики капли, при которых вы-

полняется условие $\tau_p \gg \omega_0^{-1}$

$$\tau_p \cong \sqrt{\frac{1}{3} \frac{R^3 \rho}{\sigma}} \gg \frac{1}{\omega_0}. \quad (1)$$

Таким образом, при R , σ и ρ , удовлетворяющих (1), когда в силу существенной инерционности гидродинамических движений по сравнению с безынерционностью (в приближении идеально проводящей жидкости) процесса смены полярности поляризованного заряда при изменении ориентации вектора $\mathbf{E}(t)$, можно ожидать многократно повторяющиеся циклы эмиссии дочерних капелек.

3. Распад капли на части сравнимых размеров при резонансной или параметрической раскачке переменным электрическим полем может происходить в силу тех же причин, что и при аperiodически развивающейся неустойчивости. Можно выделить пять типов ситуаций, в которых имеет место подобный распад.

1) Амплитуда виртуальной (например, сфероидальной) деформации капли, несущей заряд, меньше критического для реализации неустойчивости, весьма велика и превышает некоторое критическое значение, зависящее от величины заряда капли, ее размера и коэффициента поверхностного натяжения жидкости [46]. Вероятно, подобный распад был зафиксирован в [47].

2) Жидкость является объемно-заряженным диэлектриком, а капля имеет заряд, закритический в смысле возможности реализации неустойчивости [41,42].

3) На две части сравнимых размеров делятся заряженные и незаряженные капли, помещенные в зависящее от времени электрическое поле большой амплитуды, когда вязкость жидкости достаточно велика для того, чтобы выполнилось неравенство $\mu \equiv \nu(\rho/R\sigma)^{1/2} \geq 1$. В этом случае инкременты неустойчивости высоких мод много меньше инкремента неустойчивости основной моды, образования эмиссионных выступов за время изменения полярности внешнего поля не происходит [2]. Рост же амплитуды основной моды (рост величины сфероидальной деформации) может происходить за несколько периодов смены полярности, если характерное время гидродинамической релаксации сфероидальной деформации (амплитуды основной моды) к сферической форме под действием сил поверхностного натяжения, тормозящееся вязкостью, будет больше периода изменения полярности внешнего поля (см. условие (1)). По-видимому, именно такой канал распада наблюдался в экспериментах [48].

4) Деление капли на несколько частей сравнимых размеров может иметь место за счет большой скорости нарастания величины виртуальной сфероидальной деформации идеально проводящей капли маловязкой жидкости, когда инкремент основной моды превысит некоторое предельное значение, т.е. в силу инерции [43]. По-видимому, именно такой канал распада реализовался в экспериментах [15], где заряженные капли радиусом $\sim 100 \mu\text{m}$ распались на две, три или четыре дочерние капельки при резком торможении в неоднородном

электрическом поле. Для капель с большой вязкостью ($\mu > 1$) такой путь их распада на части сравнимых размеров маловероятен, так как о больших скоростях нарастания деформации в этом случае говорить сложно.

5) При большой амплитуде напряженности внешнего высокочастотного электрического поля с вершин очень вязкой хорошо проводящей слабо деформированной капли могут вырываться весьма интенсивным полем "куски жидкости" с имеющимся на них зарядом, когда величина отрицательного давления электрического поля на свободную поверхность превысит предел прочности жидкости.

Распад капли по четвертому типу может реализовываться для сильно заряженных капель маловязких жидкостей (с малым временем гидродинамической релаксации) в высокочастотных переменных полях большой амплитуды, когда скорость движения поверхности капли достаточно велика. При резонансной раскачке колебаний, когда амплитуда растет со временем по линейному закону, реализация такого канала для основной моды капиллярных колебаний маловероятна. При параметрической же раскачке неустойчивости такой канал вполне возможен, так как в этом случае амплитуда капиллярных колебаний растет со временем по экспоненциальному закону.

Безразмерный критерий, характеризующий способность капли к делению на конечное число частей сравнимых размеров при большой скорости V нарастания деформации, имеет качественный вид [43]

$$\frac{V}{\zeta} \left[\frac{\rho R^3}{\sigma} \right]^{1/2} \ln \left(\frac{\sigma R^2}{kT} \right) \geq \text{const},$$

ζ — амплитуда деформации, ρ и σ — плотность и коэффициент поверхностного натяжения жидкости, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура, R — радиус капли.

4. В интервале между рассмотренными в разделах 2 и 3 крайними ситуациями распада могут реализовываться режимы эмиссии, являющиеся промежуточными между разобранными.

5. Колебательная неустойчивость свободной поверхности капли возникает и при ее поступательном движении относительно окружающей среды (например, при падении капли в атмосфере). Неустойчивость реализуется из-за наличия тангенциального скачка поля скоростей на поверхности капли, т.е. реализуется аналог неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, которая имеет колебательный характер [21,22]. Если капля обладает собственным зарядом или падает во внешнем электростатическом или переменном во времени электрическом поле, то в результате развития колебательной неустойчивости ее поверхности она эмиттирует одиночные заряженные дочерние капельки, как это отмечено в [16,17]. По-видимому, распад капли, зафиксированный в [16], где наблюдалась одновременная эмиссия двух дочерних капелек с противоположных вершин родительской капли,

имел место при раскачке неустойчивости более высокой моды капиллярных колебаний, чем основная, или при коллективном развитии нескольких мод (об этом можно судить на основе приведенной в [16] кинограммы распада). Интенсивные осцилляции падающей капли непосредственно перед распадом зафиксированы в [16,18]. В экспериментах [14] наблюдалось деление на две равных по размерам и величинам зарядов (но противоположным по знакам зарядов) капли воды радиусом ~ 1 мм, обтекаемой потоком диэлектрической жидкости в однородном электростатическом поле. Такой канал деления связан, по всей видимости, с большой вязкостью капли и среды.

Как показано в [22,49], при движении заряженной капли относительно среды в ней могут одновременно реализоваться и аperiodическая неустойчивость поверхности по отношению к собственному заряду, и колебательная неустойчивость по отношению к тангенциальному скачку поля скоростей на границе раздела сред. Причем критические условия каждой из этих неустойчивостей снижаются при наличии другой, что подтверждается и данными экспериментов [16,50,51]. Колебательная неустойчивость капли, движущейся относительно среды, происходит при сильном взаимодействии различных мод капиллярных колебаний капли, и в реализации неустойчивости принимают участие одновременно несколько мод.

6. К колебательной неустойчивости заряженной свободной поверхности жидкости приводит и эффект релаксации заряда, связанный с конечностью скорости выравнивания электрического потенциала свободной поверхности реальной жидкости при ее виртуальных деформациях. Этот тип неустойчивости имеет место, когда электропроводность внешней для рассматриваемого объема жидкости среды (не смешивающейся с ней жидкости или плазмы) превышает электропроводность жидкости в объеме [19,20]. Критические условия реализации такой колебательной неустойчивости превышают критические условия реализации аperiodической неустойчивости (неустойчивости Тонкса–Френкеля в плоском случае и неустойчивости Рэлея для сильно заряженной капли [19,20]). Сказанное означает, что колебательная неустойчивость реализуется при запредельном в смысле возможности инициирования аperiodической неустойчивости поверхностном заряде или, другими словами, должна наблюдаться на фоне уже развившейся аperiodической неустойчивости. По всей видимости, именно такое явление наблюдалось в [25–28] при исследовании электрического разряда с вершины жидкого мениска на торце капилляра, по которому жидкость подавалась в разрядную систему. По мере повышения разности потенциалов между жидким мениском и плоским противэлектродом сначала на вершине мениска загорался ровный диффузионный разряд, связываемый с реализацией неустойчивости заряженной поверхности мениска и эмиссией высокодисперсных сильно заряженных капелек. Дальнейшее повышение разности потенциалов приводило к интенсивным осцилляциям мениска и эмиссии

крупных капель, что и может быть интерпретировано как реализация колебательной неустойчивости мениска.

В работе [23], посвященной экспериментальному исследованию режимов электростатического монодиспергирования жидкости, зафиксировано существование двух режимов монодиспергирования, в которых зависимости размеров и зарядов образующихся капель по-разному изменяются при варьировании прикладываемой разности потенциалов. Эти два режима существуют в разных диапазонах прикладываемой разности потенциалов и разделены между собой областью, в которой мениск интенсивно хаотически осциллирует, а режим монодиспергирования не реализуется. По всей видимости, наличие такой разделяющей различные режимы области также связано с реализацией колебательной неустойчивости мениска в облачке газоразрядной плазмы, окружающей мениск во время работы. Наличие же различных областей монодиспергирования, различающимися качественным видом зависимостей характеристик эмиттируемых капель от приложенной разности потенциалов, скорее всего связано с тем, что, как показано в [20], при различных отношениях электропроводностей жидкости и окружающей среды (в обсуждаемой ситуации газоразрядной плазмы) существует несколько областей, в которых зависимости инкрементов неустойчивости капиллярных движений жидкости от отношения электропроводностей жидкости и среды качественно отличаются. Физические же характеристики плазмы в окрестности жидкого мениска (в том числе и электропроводность) зависят от интенсивности разряда и меняются с изменением прикладываемой разности потенциалов.

Следует отметить, что при достаточно большой прикладываемой разности потенциалов интенсивные осцилляции мениска на торце капилляра, по которому жидкость подается в разрядную систему, отмечаются во многих экспериментальных исследованиях режимов электростатического и электрогидродинамического поли- и монодиспергирования жидкости (см., например, кроме вышеуказанных работы [29–31]).

С развитием колебательной неустойчивости пленки жидкого металла на вершине иглы эмиттера в жидкометаллическом источнике ионов, весьма вероятно связанной с эффектом релаксации заряда на границе раздела жидкий металл–разрядная плазма, по всей видимости, связаны и наблюдаемые экспериментально при высокой разности потенциалов, приложенной к разрядному промежутку, колебания с частотами до 100 МГц интенсивности ионного пучка, не получившие пока адекватного физического объяснения [52–54].

Заключение

Проведенное рассмотрение закономерностей электродиспергирования жидкости при реализации колебательных неустойчивостей носит преимущественно качественный, полуфеноменологический характер, что вызвано

как отсутствием целенаправленно поставленных экспериментальных исследований обсуждаемого феномена, так и слабой его теоретической проработкой. Тем не менее обсуждаемое явление существует, оказывает заметное влияние на работу различных аналитических приборов и технических устройств, а также вносит вклад в феноменологию явлений, связанных с процессами в грозовых облаках, и, следовательно, заслуживает более тщательного изучения.

Список литературы

- [1] *Коженков В.И., Фукс Н.А.* // УХ. 1976. Т. 45. № 12. С. 2274–2284.
- [2] *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 3. С. 19–28.
- [3] *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 3. С. 3–22.
- [4] *Zetakov A.A., Shiryayeva S.O., Grigor'ev A.I.* // J. Coll. Int. Sci. 1993. Vol. 158. P. 54–63.
- [5] *Grigor'ev A.I., Shiryayeva S.O.* // J. Aerosol Sci. 1994. Vol. 25. N 6. P. 1079–1091.
- [6] *Shiryayeva S.O., Grigor'ev A.I.* // J. Electrostatics. 1995. Vol. 34. № 1. P. 51–59.
- [7] *Ширяева С.О., Григорьев А.И.* // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 9. С. 46–55.
- [8] *Grigor'ev A.I., Shiryayeva S.O.* // J. Phys. D. 1990. Vol. 23. N 11. P. 1361–1370.
- [9] *Григорьева И.Д., Ширяева С.О.* // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 9. С. 202–207.
- [10] *Ширяева С.О., Григорьев А.И.* // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 11. С. 49–56.
- [11] *Grigor'ev A.I., Munchiev M.I., Shiryayeva S.O.* // J. Coll. Int. Sci. 1994. Vol. 166. P. 267–274.
- [12] *Невровский В.А.* // Изв. РАН. МЖГ. 1977. № 4. С. 20–28.
- [13] *Ширяева С.О., Григорьев А.И.* // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. Вып. 14. С. 24–28.
- [14] *Allan R.S., Mason S.G.* // Proc. Roy. Soc. London. 1962. Vol. A 267. N 1. P. 45–61.
- [15] *Berg T.G.O., Trainor R.J., Vaughan U.* // J. Atm. Sci. 1970. Vol. 27. N 11. P. 1173–1181.
- [16] *Bellinga J.J., Holland D.G.* // J. Geophys. Res. 1969. Vol. 74. N 28. P. 6881–6886.
- [17] *Richards C.N., Dawson C.A.* // J. Geophys. Res. 1971. Vol. 76. N 15. P. 3445–3455.
- [18] *Kamra A.K., Bhalwankar R.V., Sathe A.B.* // J. Geophys. Res. 1991. Vol. 96. N D9. P. 17 159–17 168.
- [19] *Белоножко Д.Ф.* // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. Вып. 22. С. 18–23.
- [20] *Белоножко Д.Ф., Григорьев А.И., Ширяева С.О.* // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 9. С. 13–19.
- [21] *Ширяева С.О., Григорьев О.А., Григорьев А.И.* // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. Вып. 8. С. 73–78.
- [22] *Ширяева С.О., Коромыслов В.А., Григорьев О.А.* // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. Вып. 13. С. 54–57.
- [23] *Sample S.B., Bollini R.* // J. Coll. Int. Sci. 1971. Vol. 41. № 2. P. 185–193.
- [24] *Григорьев А.И., Безруков В.И., Земсков А.А.* и др. // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 2. С. 9–17.
- [25] *Zeleny J.* // Phys. Rev. 1914. Vol. 3. N 2. P. 69–91.
- [26] *English W.N.* // Phys. Rev. 1948. Vol. 74. N 2. P. 179–189.
- [27] *Cloupeau M., Prunet-Foch B.* // J. Electrostatics. 1990. Vol. 25. P. 165–184.
- [28] *Grigor'ev A.I., Grigor'eva I.D., Shiryayeva S.O.* // J. Sci. Expl. 1991. Vol. 5. N 2. P. 163–190.
- [29] *Carson R.S., Hendrics C.D.* // AIAA J. 1965. Vol. 3. N 6. P. 1072–1075.
- [30] *Bailey A.G., Borzabadi E.* // IEEE Trans. Ind. Appl. 1978. Vol. 14. N 2. P. 162–167.
- [31] *Hayati I., Bailey A.I., Tadros Th.F.* // J. Coll. Int. Sci. 1987. Vol. 117. N 1. P. 205–221.
- [32] *Григорьев А.И.* // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 1. С. 50–56.
- [33] *Ширяева С.О., Григорьев А.И., Коромыслов В.А.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 5. С. 35–44.
- [34] *Калечиц В.И., Нахутин И.Е., Полуэктов П.П.* // ДАН СССР. 1982. Т. 262. № 6. С. 1344–1347.
- [35] *Быковский Ю.А., Манькин Э.А., Полуэктов П.П.* и др. // Квантовая электрон. 1976. Т. 3. № 1. С. 157–162.
- [36] *Ionides G.N.* // Can. J. Phys. 1973. Vol. 51. P. 1443–1445.
- [37] *Нестеров С.В.* // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 5. С. 170–172.
- [38] *Григорьев А.И., Лазаряни А.Э.* // ЭОМ. 1990. № 3. С. 45–48.
- [39] *Лазаряни А.Э., Григорьев А.И.* // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 3. С. 40–48.
- [40] *Григорьев А.И., Лазаряни А.Э.* // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 5. С. 52–56.
- [41] *Ширяева С.О., Григорьев А.И., Григорьева И.Д.* // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 2. С. 1–10.
- [42] *Коромыслов В.А., Григорьев А.И., Ширяева С.О.* // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 8. С. 31–38.
- [43] *Земсков А.А., Григорьев А.И., Ширяева С.О.* // ЭОМ. 1993. № 2. С. 34–39.
- [44] *Шукин С.И., Григорьев А.И.* // ЖТФ. 1999. Т. 69. Вып. 7. С. 23–28.
- [45] *Григорьев А.И.* // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. Вып. 24. С. 35–40.
- [46] *Шукин С.И., Григорьев А.И.* // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. Вып. 7. С. 73–78.
- [47] *Красницкий В.И., Апасов А.М., Контун С.М.* // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. Вып. 18. С. 77–80.
- [48] *Торза С., Кокс Р., Мейсон С.* // Реология суспензий. М.: Мир, 1975. С. 285–332.
- [49] *Grigor'ev A.I., Grigor'eva I.D., Koromyalov V.F., Shiryayeva S.O.* // J. Moscow Phys. Soc. 1998. N 8. P. 1–10.
- [50] *Cerkanowicz A.E.* // IEEE-IAC Conf. Proc. 1981. P. 1161–1165.
- [51] *Дячук В.А., Мучник В.М.* // ДАН СССР. 1979. Т. 248. № 1. С. 60–63.
- [52] *Mair G.L.R.* // J. Phys. D. 1988. Vol. 21. P. 1654–1656.
- [53] *Дудников В.Г., Шабалин А.Л.* Препринт ИЯФ СО АН СССР. № 90-31. Новосибирск, 1990. 30 с.
- [54] *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 12. С. 9–20.