

01;03

Устойчивость равновесных состояний заряженных пузырей в диэлектрической жидкости

© А.И. Григорьев, А.Н. Жаров

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150000 Ярославль, Россия

(Поступило в Редакцию 23 декабря 1998 г.)

Равновесные состояния заряженного сферического пузыря в диэлектрической жидкости исследуются на устойчивость по отношению к виртуальным центрально-симметричным изменениям его объема на основе анализа нелинейного уравнения, описывающего радиальные колебания такого пузыря, в окрестности особых точек. Показано, что из двух возможных равновесных состояний пузыря устойчиво лишь одно. Найдены границы областей значений физических параметров, разделяющих устойчивые и неустойчивые состояния. Выяснилось, что наличие на пузыре электрического заряда приводит к расширению областей значений физических параметров, в которых существуют равновесные состояния пузыря.

Анализ устойчивости заряженных пузырей в жидкостях представляет интерес в связи с многочисленными техническими приложениями, в которых появляется подобный физический объект. Сказанное относится к исследованиям электрического пробоя жидких диэлектриков [1–4], важную роль в начальной стадии развития которого играют кавитационные явления, осложненные выбросом в кавитационную полость с электрода, у поверхности которого появляется пузырек, нескомпенсированного электрического заряда; электровзрыва в жидкостях [5–7], когда в жидкости возникает пульсирующая полость, заполненная долгоживущей разрядной плазмой; кавитационных явлений в диэлектрических жидкостях, сопровождающихся появлением плазменных образований, являющихся источником электронного, нейтронного и рентгеновского излучений [8]; электрофлотации [9], когда образование пузырьков в жидкости связано с явлением электролиза; кавитации [10]. Тем не менее эта проблема пока находится в начальной стадии теоретического осмысления, хотя некоторые предварительные результаты, связанные с изучением особенностей разрушения заряженных пузырей, получены [11–14]. Согласно [11,14], самопроизвольный распад неустойчивого по отношению к собственному заряду пузыря (так же как и заряженной капли [15–16]) на дочерние может реализоваться по различным каналам в зависимости от поверхностной электропроводности стенок пузыря, которая может существенно превышать электропроводность окружающей диэлектрической жидкости. На устойчивость радиальных центрально симметричных колебаний пузыря электропроводность его стенок, равно как и электропроводность окружающей диэлектрической жидкости, влияния не оказывает, что понятно из соображений симметрии [17]. В [18] проведено качественное исследование устойчивости заряженного пузыря в окрестности одного из двух его равновесных состояний, характеризующегося большим радиусом и оказавшегося неустойчивым.

В связи со сказанным в настоящей работе проводится качественное исследование устойчивости заряженных парогазовых пузырей в жидком диэлектрике.

1. Пусть в жидком диэлектрике с диэлектрической проницаемостью ϵ , заполняющем все пространство, имеется сферический пузырек радиуса R_0 , граница которого подвержена действию капиллярных сил с коэффициентом поверхностного натяжения σ и действию сил давления электрического поля собственного заряда пузыря Q . Для равновесного сферического пузыря в стационарном состоянии должно выполняться условие баланса давлений на его стенках

$$P_0 = P_v + P_g - \frac{2\sigma}{R_0} + \frac{Q^2}{8\pi\epsilon R_0^4}, \quad (1)$$

P_0 — давление в жидкости в окрестности пузырька в начальный момент, определяемое атмосферным давлением над свободной поверхностью и гидростатическим давлением столба жидкости над пузырьком; P_v — давление насыщенного пара окружающей жидкости в пузыре; P_g — давление газа в пузыре; третье слагаемое справа описывает капиллярное давление под сферической поверхностью, а четвертое — давление электрического поля собственного заряда.

Учтем, что газ и пар, заполняющие пузырек, в отличие от окружающей жидкости, принимаемой несжимаемой, хорошо сжимаемы, и рассмотрим устойчивость пузыря по отношению к виртуальным радиально-симметричным изменениям его объема. Подобные изменения объема могут быть связаны с радиально-симметричными движениями стенок пузыря, которые для маленьких пузырьков характеризуются малыми временами, превышающими, однако, характерное время выравнивания газового давления в пузырьке. Последнее определяется по порядку величины отношением радиуса пузырька к скорости звука в парогазовой смеси, заполняющей пузырек. В таких условиях давление насыщенного пара P_v будем принимать постоянным, а газовое давление P_g будем считать изменяющимся по политропическому закону. Тогда соотношение (1) переписывается в виде

$$P = P_v + \left(P_0 - P_v + \frac{2\sigma}{R_0} - \frac{Q^2}{8\pi\epsilon R_0^4} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3n} - \frac{2\sigma}{R} + \frac{Q^2}{8\pi\epsilon R^4}, \quad (2)$$

n — показатель политропы; P — давление в жидкости в окрестности пузырька; второе слагаемое справа описывает давление газа в пузыре, изменяющееся при виртуальных изменениях объема по политропическому закону.

В безразмерной форме это соотношение может быть записано в виде

$$F(X) \equiv \frac{\beta}{X^{3n}} + \frac{W}{X^4} - \frac{1}{X} - \beta_* = 0,$$

$$X = \frac{R}{R_0}, \quad W = \frac{Q^2}{16\pi\epsilon\sigma R_0^3}, \quad \beta_* = \frac{(P - P_v)R}{2\sigma},$$

$$\beta = \frac{R_0}{2\sigma} \left(P_0 - P_v + \frac{2\sigma}{R_0} - \frac{Q^2}{8\pi\epsilon R_0^4} \right), \quad (3)$$

где X — безразмерный радиус пузырька; W — безразмерный параметр, характеризующий устойчивость пузырька по отношению к электрическому заряду (он введен по аналогии с параметром Рэлея, характеризующим устойчивость заряженной капли по отношению к тепловым капиллярным колебаниям [15,16], и в нижеследующем изложении его также будем именовать параметром Рэлея); β_* — безразмерный параметр, характеризующий давление в жидкости; β — безразмерное начальное давление газа в пузыре.

При $F(X) > 0$ пузырек увеличивает свой объем, при $F(X) < 0$ пузырек уменьшает объем. Если $F(X) = 0$, то пузырек находится в равновесии. Качественный вид

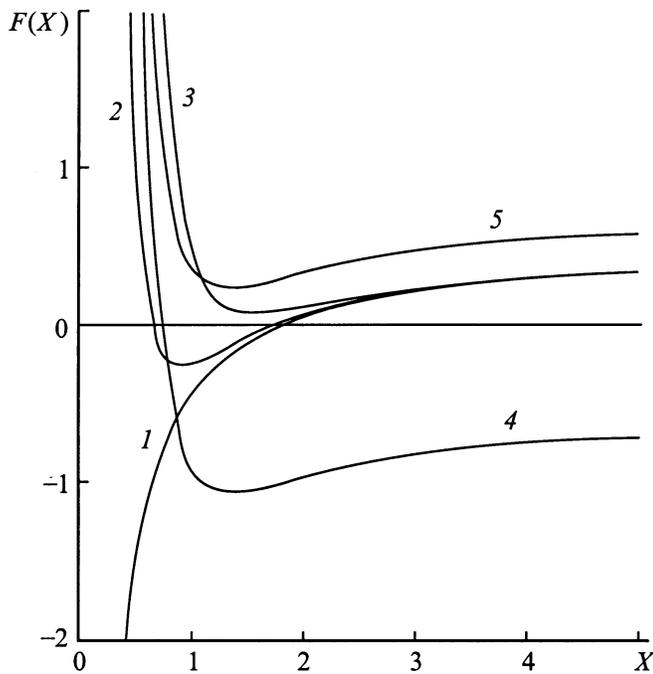


Рис. 1. Зависимость результирующего безразмерного давления F , действующего на стенку пузырька, от безразмерного радиуса пузырька X для адиабатического изменения состояния парогазовой смеси $n = 4/3$. $\beta_* = -0.55$ (1-3), -0.8 (4), 0.5 (5); $\beta = 0$ (1-3), 0.1 (4, 5); $W = 0$ (1); 0.2 (2); 1 (3); 0.1 (4, 5).

зависимостей $F = F(X)$ для различных характерных ситуаций приведен на рис. 1.

Из вида уравнения (3) и правила знаков Декарта не сложно видеть, что для различных значений параметров β_* , W и β уравнение (3) может иметь разное количество вещественных положительных корней: два, один или ни одного (рис. 1), отвечающих статическому равновесию пузырька. В пространстве значений параметров β_* ; W ; β можно выделить три характерные области существования решений уравнения (3), которые обозначим буквами A, B, C .

В области A , где параметр β_* , характеризующий давление в жидкости, положителен, $\beta_* \geq 0$, а параметр Рэлея W и параметр β , характеризующие начальное газовое давление, произвольны, существует одно равновесное состояние пузырька с радиусом $X = X_*$, являющимся единственным решением уравнения (3).

В области B существуют два вещественных положительных решения уравнения (3) $X = X_{*1}$, $X = X_{*2}$, соответствующих двум возможным стационарным равновесным радиусам пузырька. В пространстве параметров β_* , β , W область B определена условиями: параметр β_* , характеризующий давление в жидкости, отрицателен, но превышает некоторое критическое значение $\beta_{*cr} < \beta_* < 0$, а параметры Рэлея W и газового давления β меньше своих критических значений $W < W_{cr}$, $\beta < \beta_{cr}$.

В области C , где параметр β_* , характеризующий давление в жидкости, отрицателен и меньше своего критического значения $\beta_* < \beta_{*cr}$, а параметры Рэлея W и газового давления β больше своих критических значений $W > W_{cr}$, $\beta > \beta_{cr}$, не существует ни одного решения уравнения (3) (т.е. в указанной области в жидкости не могут существовать равновесные пузырьки).

Под "критическими" значениями параметров β_{*cr} , β_{cr} , W_{cr} понимаются значения, разделяющие в пространстве значений параметров β_* , β , W области B и C . Граница области A в пространстве значений параметров β_* , β , W определена плоскостью $\beta_* = 0$.

Поскольку зависимость $F = F(X)$ имеет один минимум (рис. 1), то можно найти соотношение между физическими параметрами β_* , β , W , определяющее границу между областями B и C , потребовав одновременного выполнения условий

$$F(X) = 0, \quad \frac{dF}{dX} = 0. \quad (4)$$

При выполнении условий (4) оба корня уравнения $F(X) = 0$ сливаются в один кратный, расположенный в точке минимума кривой $F = F(X)$, которой она касается оси абсцисс. Таким образом, на граничной поверхности уравнение $F(X) = 0$ имеет два одинаковых решения.

Искомое соотношение для случая $n = 4/3$ (для адиабатического изменения объема газа в пузырьке) имеет простой аналитический вид

$$W + \beta + \frac{27}{256\beta_*^3} = 0.$$

Численные расчеты показывают, что при $\beta \neq 0$ критические значения всех параметров β_{*cr} , W_{cr} , β_{cr} снижаются с уменьшением показателя политропы n .

С физической точки зрения область C соответствует сильно перегретой жидкости (или жидкости, быстро движущейся в сужении трубы (русла)), в которой давление насыщенного пара в пузырьке превышает давление в жидкости. Случайно образовавшийся в такой жидкости заряженный парогазовый пузырек будет неограниченно расти, поскольку давление насыщенного пара в нем, стремящееся расширить пузырек, не зависит от радиуса, а лапласовское давление убывает при увеличении радиуса пузырька. Скорость роста такого пузырька определится скоростью испарения жидкости со стенок пузырька, т.е. скоростью парообразования. Энергия, необходимая для увеличения радиуса, будет черпаться из тепловой энергии перегретой жидкости (или из запаса кинетической энергии текущей жидкости в ситуации, когда превышение давления насыщенного пара над давлением в жидкости связано с большой скоростью ее течения в сужении трубы).

Область B также соответствует перегретой жидкости, но с меньшей степенью перегрева. Радиус меньшего из равновесных пузырьков в нулевом приближении определяется балансом суммы кулоновского и газового давлений, с одной стороны, и лапласовского давления — с другой. Радиус большего из равновесных пузырьков в нулевом же приближении определяется балансом давлений насыщенного пара и лапласовского. При виртуальном изменении радиуса пузырька он может как перейти к устойчивому состоянию с меньшим радиусом, так и бесконечно увеличить свой радиус под действием давления насыщенного пара. В самом деле, при виртуальном уменьшении радиуса давление насыщенного пара не изменится, а лапласовское давление увеличится. Кулоновское же и газовое давления, сильнее зависящие от радиуса и определяющие положение равновесного пузырька меньшего радиуса, при большем радиусе, соответствующем неравновесному пузырьку, будут слабы, и их влияния на величину радиуса второго равновесного состояния можно в нулевом приближении не учитывать. При виртуальном увеличении радиуса давление насыщенного пара не изменится, а лапласовское давление уменьшится. Источником энергии для подобных изменений объема является тепловая энергия перегретой жидкости (или кинетическая энергия текущей жидкости в ситуации, когда превышение давления насыщенного пара над давлением в жидкости связано с большой скоростью ее течения в сужении трубы).

В реальной физической ситуации наличие движений стенок пузырьков, характерных для областей B и C , связано, по-видимому, с возможностью реализации кавитационных явлений в различных технических и технологических устройствах. Могут они иметь место и при электрических разрядах в жидкостях, когда импульсное энерговыделение велико и сопровождается нестационарным неоднородным прогревом жидкости в окрестности образующегося пузырька.

Область A не связана с какими-либо экзотическими свойствами жидкости и парогазовой смеси в пузырьке, а физический смысл закономерностей существования в этой области равновесных парогазовых пузырьков очевиден.

2. Выведем дифференциальное уравнение, описывающее радиальные центрально-симметричные колебания заряженного пузырька в вязкой диэлектрической жидкости по аналогии с тем, как это проделал Рэлей для незаряженного пузырька в идеальной жидкости [19]. Математическая формулировка гидродинамической задачи о расчете поля скоростей $\mathbf{V} = \mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$ течения вязкой жидкости в окрестности пузырька радиуса R имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{V}, \quad (5)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V} \equiv \Delta \psi = 0; \quad \mathbf{V} = \operatorname{grad} \psi, \quad (6)$$

$$r = R: \quad V = \frac{dR}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad (7)$$

$$-P + 2\rho\nu \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{2\sigma}{R} - \frac{Q^2}{8\pi\epsilon R^4} = P_g, \quad (8)$$

$$r \rightarrow \infty: \quad V \rightarrow 0, \quad (9)$$

$$r < R: \quad P_g = P_g(V). \quad (10)$$

В этих выражениях ν и ρ — кинематическая вязкость и плотность жидкости. Поле скоростей $\mathbf{V} = \mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$ обладает центральной симметрией и, следовательно, является безвихревым. Взяв операцию ротора от обеих частей уравнения Навье–Стокса (5), несложно убедиться, что $\mathbf{V} = \operatorname{grad} \psi$ тождественно обращает в нуль слагаемое, содержащее вязкость. Влияние вязкости на движение стенок пузырька и жидкости в его окрестности реализуется через динамическое граничное условие (8). Соотношение (10) является уравнением состояния для среды внутри пузырька.

Парогазовую смесь, заполняющую пузырек, будем считать в любой момент времени однородной в гидродинамическом и тепловом смысле и исследуем только движение жидкости вне пузырька. Физические параметры, характеризующие газовую среду внутри пузырька, будем считать связанными непосредственно с соответствующими величинами на движущейся стенке пузырька, что справедливо, когда скорость движения стенок пузырька (существенно зависящая от вязкости) много меньше скорости звука в газе. Движение стенок пузырька и жидкости в его окрестности при изменении его объема будем считать сферически-симметричным. В этом случае движение жидкости в окрестности пузырька будет потенциальным, а потенциал поля скоростей $\psi = \psi(\mathbf{r}, t)$ будет гармонической функцией.

Решение уравнения (6), удовлетворяющее граничным условиям (7) и (9), легко выписывается

$$\psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{R^2}{r} \frac{dR}{dt}. \quad (11)$$

Выражение для поля скоростей в окрестности пузырька при этом принимает вид

$$V(r, t) = \frac{R^2}{r^2} \frac{dR}{dt}. \quad (12)$$

Первый интеграл уравнения (5) легко выписывается в известной форме Коши–Лагранжа

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{V^2}{2} - \frac{1}{\rho}(P - P_0) = f(t). \quad (13)$$

Отнесем это выражение к поверхности пузырька $r = R$ и положим $f(t) = 0$ (что можно сделать в силу произвола в определении потенциала поля скоростей $\psi(r, t)$). Тогда выражение для давления жидкости на стенку пузырька можно найти из динамического граничного условия (8)

$$P = P_v + \left(P_0 - P_v - \frac{Q^2}{8\pi\epsilon R_0^4} + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^n - \frac{2\sigma}{R} + \frac{Q^2}{8\pi\epsilon R^4} - 2\rho\nu \frac{\partial V}{\partial r}. \quad (14)$$

Подставим (14) в (13) и с учетом соотношений (7), (11), (12) получим дифференциальное уравнение движения стенки пузырька

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 - \frac{1}{\rho} \left(P_0 - P_v + \frac{2\sigma}{R_0} - \frac{Q^2}{8\pi\epsilon R_0^4} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3n} + \frac{4\nu}{R} \frac{dR}{dt} + \frac{2\sigma}{\rho R} - \frac{Q^2}{8\pi\epsilon \rho R^4} - \frac{P_v - P_0}{\rho} = 0. \quad (15)$$

В безразмерных переменных, в которых $\rho = 1$, $\sigma = 1$, $R_0 = 1$, с учетом соотношения (2) уравнение (15) переписывается в виде

$$X \frac{d^2 X}{d\tau^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dX}{d\tau} \right)^2 + \frac{\eta}{X} \frac{dX}{d\tau} - F(X) = 0, \quad \tau = \frac{t}{R_0^{3/2}} \left(\frac{2\sigma}{\rho} \right)^{1/2}, \quad \eta = 2\nu \left(\frac{2\rho}{\sigma R_0} \right)^{1/2}, \quad (16)$$

τ — безразмерное время, η — безразмерная кинематическая вязкость жидкости.

Это уравнение в зависимости от величин физических параметров W , β_* , β имеет одну, две либо ни одной особых точек, положения которых характеризуют равновесные состояния пузырька. Попробуем на основе качественного анализа дифференциального уравнения (16) определить характер движения стенок пузыря вблизи особых точек.

Уравнение (16) может быть сведено к системе двух дифференциальных уравнений первого порядка

$$\frac{dY}{d\tau} = -\frac{3}{2X} Y^2 - \frac{\eta}{X^2} Y + \frac{F(X)}{X}, \quad \frac{dX}{d\tau} = Y.$$

Положения особых точек такой системы $X = X_*$, $Y = Y_*$ на геометрическом месте точек (X, Y) определены требованием одновременного выполнения условий

$$\frac{dY}{d\tau} = 0, \quad \frac{dX}{d\tau} = 0 \quad (17)$$

и характеризуются соотношениями

$$Y = Y_* = 0, \quad F(X_*) = 0.$$

Таким образом, координата X особой точки совпадает с радиусом равновесного пузырька, а координата Y является нулевой, т.е. характеризуется нулевой скоростью стенки пузырька. Видно, что количество особых точек полностью определяется количеством решений уравнения (3) и, следовательно, их может быть две, одна, ни одной. Таким образом, чтобы определить характер движения стенок пузырька при виртуальном его отклонении от равновесного состояния достаточно определить тип особой точки системы (17) и воспользоваться аппаратом качественной теории дифференциальных уравнений.

3. Линеаризуем систему дифференциальных уравнений (17) в окрестности особой точки

$$\frac{d\xi}{d\tau} = -\frac{\eta}{X_*^2} \xi + \frac{D}{X_*} \zeta, \quad \frac{d\zeta}{d\tau} = \xi, \quad D = \left(\frac{dF}{dX} \right)_{X=X_*}, \quad (18)$$

D — производная от результирующего давления по радиусу пузырька, взятая в особой точке; $\zeta \equiv X - X_*$, $\xi \equiv Y - Y_*$ — величины первого порядка малости, характеризующие текущее отклонение изображающей точки от особой точки.

Система (18) является однородной системой двух линейных дифференциальных уравнений первого порядка, и ее характеристическое уравнение легко выписывается

$$S^2 + \frac{\eta}{X_*^2} S - \frac{D}{X_*} = 0. \quad (19)$$

Корни характеристического уравнения (19) имеют вид

$$S_{1,2} = -\frac{\eta}{2X_*^2} \mp \left(\frac{\eta^2}{4X_*^4} + \frac{D}{X_*} \right)^{1/2}. \quad (20)$$

Из (20) видно, что в зависимости от величины и знака производной $D \equiv [dF/dX]_{X=X_*}$ корни характеристического уравнения могут быть отрицательными, положительными, комплексными.

4. В области A , где существует одно равновесное состояние пузырька с безразмерным радиусом $X = X_*$, производная D отрицательна. Если $D \geq -\eta^2/(4X_*^3)$ (что возможно при большой вязкости), то корни (20) характеристического уравнения (19) являются действительными и отрицательными, а особая точка является устойчивым узлом. В этом случае виртуальное изменение объема пузырька приводит к аperiодическому движению стенок

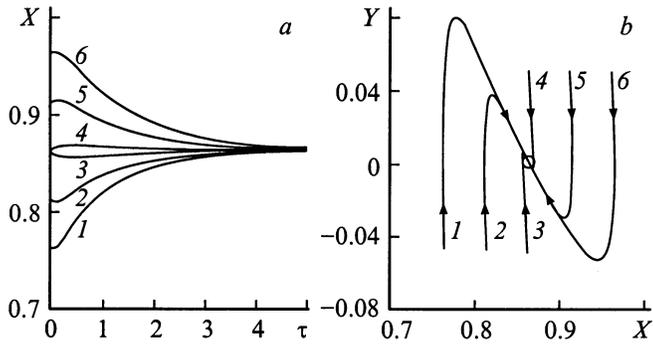


Рис. 2. Движение стенок пузырька в области A при виртуальных отклонениях от равновесного положения для адиабатического изменения состояния парогазовой смеси ($n = 4/3$), когда особая точка является устойчивым узлом при $W = 0.2$, $\beta = 0.5$, $\beta_* = 0.1$, $\eta = 5$. a — зависимость радиуса пузырька от времени; b — фазовая диаграмма: зависимость между безразмерной скоростью движения стенки пузырька и его безразмерным радиусом. Кружок — положение особой точки. 1 — $X_0 = X_* - 0.1$, $Y_0 = -0.05$; 2 — $X_0 = X_* - 0.05$, $Y_0 = -0.05$; 3 — $X_0 = X_*$, $Y_0 = -0.05$; 4 — $X_0 = X_*$, $Y_0 = -0.05$; 5 — $X_0 = X_* + 0.05$, $Y_0 = 0.05$; 6 — $X_0 = X_* + 0.1$, $Y_0 = 0.05$.

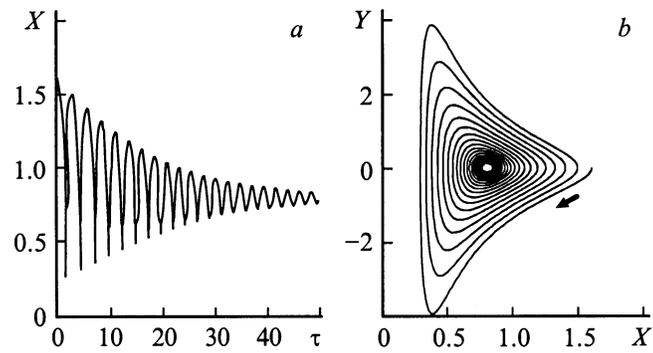


Рис. 3. То же, что на рис. 2, когда особая точка является устойчивым фокусом. a — зависимость радиуса пузырька от времени при $W = 0.3$, $\beta = 0.5$, $\beta_* = 0.5$, $\eta = 8 \cdot 10^{-2}$, $Y_0 = 0$, $X_0 = X_* + 0.8$; b — фазовая диаграмма: зависимость между безразмерной скоростью движения стенки пузырька и его безразмерным радиусом. Стрелочкой указано направление движения изображающей точки.

пузырька к равновесному состоянию. Эта ситуация проиллюстрирована рис. 2. На рис. 2, b стрелками указаны направления движения изображающей точки.

Если $D < -\eta^2/(4X_*^3)$, то корни характеристического уравнения (19) являются комплексными с отрицательной действительной частью, и особая точка является устойчивым фокусом. В этом случае равновесие пузырька также является устойчивым и любое виртуальное изменение объема пузырька приводит к затухающему периодическому движению стенок пузырька к равновесному значению (рис. 3) с частотой

$$\omega \equiv \text{Im}S = \left(\frac{3n\beta}{X_*^{3n+2}} + \frac{4W}{X_*^6} - \frac{1}{X_*^3} - \frac{\eta^2}{4X_*^4} \right)^{1/2}. \quad (21)$$

Зависимость частоты ω капиллярных колебаний пузырька в окрестности равновесного состояния от безразмерной вязкости η очевидна из (21). Зависимости же частоты ω от безразмерных параметров W , β , β_* , определяющиеся как явной зависимостью, представленной соотношением (21), так и неявной зависимостью через зависимость от этих параметров положения особой точки $X_* = X_*(W, \beta, \beta_*)$, рассчитанные численно, приведены на рис. 4. Видно, что частота увеличивается с увеличением давления в жидкости β_* и уменьшается с увеличением параметра Рэлея W (характеризующего заряд пузырька) и начального давления в пузыре β . Численные расчеты показывают также, что частота ω увеличивается с увеличением показателя политропы n .

В области B , где существуют два равновесных состояния $X = X_{*1}$ и $X = X_{*2}$, производная D является отрицательной для меньшего равновесного радиуса $X = X_{*1}$ и положительной для большего равновесного радиуса $X = X_{*2}$. Из (20) видно, что для меньшего значения равновесного радиуса корни характеристического уравнения являются действительными и отрицательными, если $D \geq -\eta^2/(4X_*^3)$, или комплексными с отрицательной действительной частью, если $D < -\eta^2/(4X_*^3)$. Особая точка, отвечающая этому состоянию, может быть либо устойчивым узлом, либо устойчивым фокусом. Для большего равновесного радиуса пузырька корни характеристического уравнения (20) являются действительными и имеют разные знаки, поэтому особая точка является седлом. Любое виртуальное изменение объема пузыря, находящегося во втором равновесном состоянии, приводит к удалению пузырька от данного состояния: либо к аperiodическому уменьшению, либо к аperiodическому же росту радиуса пузыря. Ситуация, отвечающая этим типам движений, проиллюстрирована рис. 5 и 6. Видно, что пузырек, находящийся во втором равновесном состоянии (в состоянии с большим радиусом), может либо расширяться, либо сжиматься и переходить к первому равновесному состоянию (состоянию с меньшим радиусом), являющемуся устойчивым. Видно, что к устойчивому равновесному состоянию пузырек может перейти только из ограниченной области фазовой плоскости, лежащей в окрестности первого состояния равновесия. Пузырек, имеющий радиус, отличный от равновесного

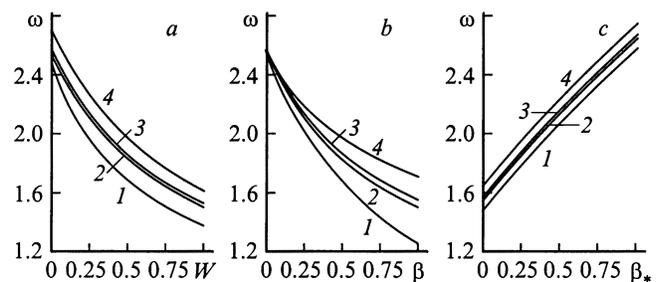


Рис. 4. Зависимости частоты капиллярных колебаний пузырька в окрестности равновесного состояния от безразмерных параметров W , β и β_* при $\eta = 8 \cdot 10^{-2}$. n : 1 — 1, 2 — 4/3, 3 — 7/5, 4 — 5/3; $\beta = 0.5$ (a, c); $\beta_* = 0.05$ (a, c); 0.05 (b); $W = 0.5$ (b, c).

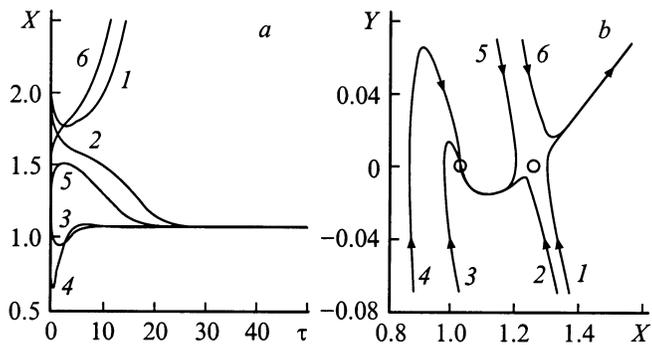


Рис. 5. Движение стенок пузырька в области B при виртуальных отклонениях от равновесного положения для адиабатического изменения состояния парогазовой смеси ($n = 4/3$), когда первая особая точка (с меньшим радиусом) является устойчивым узлом, а вторая (с большим радиусом) — седлом. $W = 0.21$, $\beta = 0.15$, $\beta_* = -0.65$, $\eta = 1$. a — зависимость радиуса пузырька от времени, b — фазовая диаграмма: зависимость между безразмерной скоростью движения стенки пузырька и его безразмерным радиусом. 1 — $X_0 = X_{*2} + 0.12$, $Y_0 = -0.07$; 2 — $X_0 = X_{*2} + 0.08$, $Y_0 = -0.07$; 3 — $X_0 = X_{*1}$, $Y_0 = -0.07$; 4 — $X_0 = X_{*1} - 0.15$, $Y_0 = -0.07$; 5 — $X_0 = X_{*2} - 0.12$, $Y_0 = 0.07$; 6 — $X_0 = X_{*2} - 0.04$, $Y_0 = 0.07$.

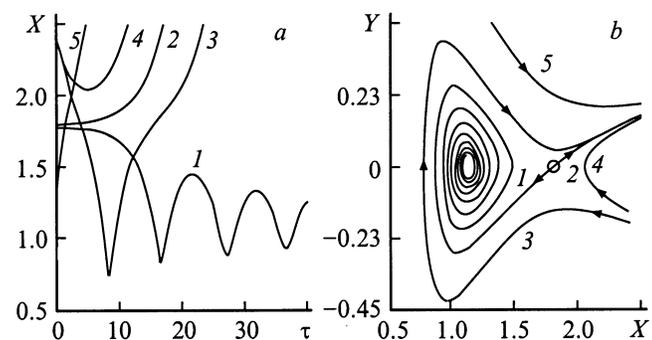


Рис. 6. То же, что на рис. 5, когда первая особая точка (с меньшим радиусом) является устойчивым фокусом, а вторая (с большим радиусом) — седлом. $W = 0.2$, $\beta = 0.4$, $\beta_* = -0.5$, $\eta = 8 \cdot 10^{-2}$. a — зависимость радиуса пузырька от времени, b — фазовая диаграмма: зависимость между безразмерной скоростью движения стенки пузырька и его безразмерным радиусом. 1 — $X_0 = X_{*2} - 0.01$, $Y_0 = -0$; 2 — $X_0 = X_{*2+0.01}$, $Y_0 = 0$; 3 — $X_0 = X_{*2} + 0.6$, $Y_0 = -0.18$; 4 — $X_0 = X_{*2} + 0.6$, $Y_0 = -0.12$; 5 — $X_0 = X_{*2} - 0.5$, $Y_0 = 0.45$.

и обладающий достаточно большой скоростью движения стенки, как положительной, так и отрицательной, может, минуя первое и второе равновесные состояния, начать неограниченно (в рамках применимости использованной модели) расширяться.

5. Наличие на пузырьке электрического заряда приводит к повышению устойчивости пузыря по отношению к осесимметричным радиальным изменениям его объема в смысле расширения областей давления парогазовой смеси в пузырьке и давления в окружающей жидкости, в которых существуют равновесные состояния пузыря.

Заряженный пузырек в диэлектрической жидкости в зависимости от величины его заряда, начального давления газа в нем, давления окружающей жидкости и давления насыщенного пара жидкости может иметь два, одно или ни одного равновесного состояния. Равновесные состояния пузыря могут быть устойчивые и неустойчивые. В зависимости от величины вязкости, электрического заряда на стенках пузыря и других физических параметров виртуальное изменение объема пузыря, находящегося в устойчивом равновесии, приводит к периодическому или аperiodическому движению стенок пузыря к равновесному состоянию. При этом для периодического движения частота малых колебаний пузыря увеличивается с увеличением показателя политропы и давления в жидкости и уменьшается с увеличением заряда на стенках пузыря и начального газового давления в пузырьке. Виртуальное изменение объема заряженного пузыря, находящегося в неустойчивом равновесии, приводит либо к переходу его в устойчивое равновесное состояние, либо к бесконечному расширению (к выходу системы за рамки принятой идеализированной модели), если система обладает необходимым запасом энергии для такого процесса.

Список литературы

- [1] Garton C.G., Krasucki Z. // *Trans. Faraday Soc.* 1964. Vol. 60. P. 211–226.
- [2] Климкин В.Ф. // *ЖТФ*. 1990. Т. 60. Вып. 6. С. 161–162.
- [3] Пылаева И.В., Синкевич О.А., Смирнов П.В. // *ТВТ*. 1992. Т. 30. № 2. С. 367–371.
- [4] Коробейников С.М. Автореф. дис. докт. Томск: ИСЭ СО РАН, 1998. 42 с.
- [5] Иванов В.В., Швец И.С., Иванов А.В. Подводные искровые разряды. Киев: Наукова думка, 1982. 192 с.
- [6] Голубничий П.И., Громенко В.М., Крутов В.М. // *ЖТФ*. 1990. Т. 60. Вып. 1. С. 183–186.
- [7] Ковалев В.Г. // *ЖТФ*. 1996. Т. 66. Вып. 4. С. 24–29.
- [8] Колдмасов А.И. // *ЖТФ*. 1991. Т. 61. Вып. 2. С. 188–190.
- [9] Гезуин Я.Е. Пузыри. М.: Наука, 1985. 174 с.
- [10] Жаров Н.И. // *ЖТФ*. 1990. Т. 60. Вып. 12. С. 22–28.
- [11] Григорьев А.И., Коромыслов В.А., Жаров А.Н. // *Письма в ЖТФ*. 1997. Т. 23. Вып. 19. С. 60–65.
- [12] Григорьев А.И., Жаров А.Н., Коромыслов В.А., Ширяева С.О. // *Изв. РАН. МЖГ*. 1998. № 5. С. 205–209.
- [13] Жаров А.Н. // *Письма в ЖТФ*. 1998. Т. 24. Вып. 21. С. 49–54.
- [14] Ширяева С.О., Жаров А.Н. // *Письма в ЖТФ*. 1998. Т. 24. Вып. 24. С. 30–35.
- [15] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // *ЖТФ*. 1991. Т. 61. Вып. 3. С. 19–28.
- [16] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // *Изв. РАН. МЖГ*. 1994. № 3. С. 3–22.
- [17] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // *Изв. РАН. МЖГ*. 1997. № 5. С. 108–118.
- [18] Григорьев А.И. // *Письма в ЖТФ*. 1999. Т. 25. Вып. 1. С. 25–29.
- [19] Rayleigh (Strutt J.W.) // *Phylos. Mag.* 1917. Vol. 34. P. 93–98.