

01;03

Сверхзвуковые течения слабоионизованного газа во входных устройствах при наличии внешнего электромагнитного поля

© Ю.П. Головачев, С.Ю. Суцких

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 20 октября 1998 г.)

Представлены результаты расчетов стационарных сверхзвуковых течений слабоионизованного газа во внешних электрическом и магнитном полях применительно к задаче управления течением в воздухозаборнике сверхзвукового летательного аппарата. Численное моделирование проводится с использованием уравнений Эйлера, для решения которых применяется маршевая схема сквозного счета второго порядка точности. Исследуется влияние параметров плазмы и электромагнитного поля на структуру течения и распределения газодинамических функций.

Введение

Эффекты магнитогазодинамического взаимодействия во внутренних течениях исследовались ранее многими авторами применительно к проблеме преобразования тепловой энергии в электрическую (см., например, [1–3]). В настоящей работе рассматривается другая задача, решение которой необходимо для реализации нового способа управления течением в сверхзвуковом входном устройстве летательного аппарата. Этот способ заключается в предварительной ионизации газа перед входом в воздухозаборник и управлении структурой течения с помощью внешних электрического и магнитного полей [4]. Не останавливаясь в деталях на способах предварительной ионизации газа, заметим, что она может осуществляться путем инжекции легкоионизируемой примеси, электронным пучком или электрическим разрядом. Сверхзвуковые воздухозаборники обычно представляют собой каналы прямоугольного сечения с изломами стенок. Для оценки параметров плазмы и внешних электромагнитных полей, необходимых для эффективного управления течением, в настоящей работе выполнены расчеты течений в таких каналах. Исследуются, в частности, трехмерные эффекты, обусловленные как геометрией канала, так и взаимодействием потока с электромагнитным полем. Расчеты проводятся в магнитогазодинамическом приближении в рамках модели невязкого газа. Численные решения находятся с помощью явной маршевой схемы сквозного счета второго порядка аппроксимации.

Постановка задачи

Рассматриваются стационарные сверхзвуковые течения предварительно ионизованного газа при наличии внешних электрического и магнитного полей. Простые оценки показывают, что для условий, соответствующих движению гиперзвуковых летательных аппаратов, такие течения описываются системой уравнений магнитной газовой динамики. При этом влияние внешних электромагнитных полей осуществляется через пондеромоторную

силу $\mathbf{F} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$ и джоулево энерговыделение $Q = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}$, где \mathbf{j} — плотность электрического тока проводимости, \mathbf{B} — вектор индукции магнитного поля, \mathbf{E} — напряженность электрического поля. В рассматриваемых условиях магнитное число Рейнольдса $Re_m \ll 1$, что позволяет считать вектор магнитной индукции заданной величиной, равной индукции внешнего магнитного поля. В этом случае при заданной напряженности электрического поля \mathbf{E} для вычисления пондеромоторной силы и джоулево энерговыделения можно воспользоваться обобщенным законом Ома

$$\mathbf{j} + \mu_e(\mathbf{j} \times \mathbf{B}) = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}), \quad (1)$$

где μ_e — электронная подвижность, σ — электропроводность, \mathbf{V} — скорость газа.

Дальнейшие предположения, которые можно принять для рассматриваемых условий, относятся к числу Рейнольдса потока $Re \gg 1$ и степени ионизации $\alpha \ll 1$. Они позволяют воспользоваться моделью невязкого газа, описываемой системой уравнений Эйлера, и пренебречь влиянием ионизации на термодинамические свойства.

При указанных предположениях исходная система уравнений для безразмерных переменных в декартовых координатах записывается в виде

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} = \mathbf{H}, \quad (2)$$

где векторы потоков \mathbf{E} , \mathbf{F} , \mathbf{G} и вектор источников членов \mathbf{H} определяются формулами

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ \rho uw \\ Hu \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ p + \rho v^2 \\ \rho vw \\ Hv \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ p + \rho w^2 \\ Hw \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 \\ F_x \\ F_y \\ F_z \\ Q \end{pmatrix}.$$

Здесь ρ , p , H — плотность, давление и полная энтальпия единицы объема газа; u , v , w — составляющие скорости по осям x , y , z правой системы координат, в которой ось x совпадает с продольной осью канала. В случае когда векторы внешних магнитного и электрического полей направлены соответственно по осям y и z , проекции ponderomotorной силы в безразмерных переменных имеют вид

$$F_x = -\frac{S}{1 + \beta_e^2} \left[\beta_e w + u \left(1 + \frac{R_F}{u} \right) \right], \quad (3)$$

$$F_y = 0, \quad (4)$$

$$F_z = \frac{S}{1 + \beta_e^2} \left[-w + \beta_e u \left(1 + \frac{R_E}{u} \right) \right], \quad (5)$$

а источниковый член уравнения баланса энергии

$$Q = \frac{S}{1 + \beta_e^2} R_E (\beta_e w + u + R_E). \quad (6)$$

Здесь напряженность электрического поля выражена через параметр $R_E = E/V_0 B$, где V_0 — масштабное значение скорости газа. В случае когда канал работает в режиме МГД генератора, напряженность электрического поля находится через коэффициент внешней нагрузки $k = E/(uB)$. При этом источниковые члены уравнений (2) вычисляются по формулам (3)–(6), в которых величина R_E/u заменяется на $-k$.

Взаимодействие потока с электромагнитным полем характеризуется параметром R_E , числом Стюарта $S = \sigma B^2 L / \rho_0 V_0$ и параметром Холла $\beta_e = \mu_e B$, где L — характерный линейный размер течения; ρ_0 — масштабное значение плотности газа. Из формулы (3) видно, что режим ускорения потока реализуется при отрицательных значениях R_E , удовлетворяющих условию

$$R_E V_0 < -(\beta_e w + u). \quad (7)$$

В противном случае поток под влиянием магнитного и электрического полей будет тормозиться.

В настоящем исследовании предполагается, что проекция скорости газа на ось x во всей расчетной области превосходит скорость звука. При этом условии система уравнений (2) является x -гиперболической и для нее ставится начально-краевая задача. В качестве начальных условий при $x=0$ задаются параметры набегающего потока. На стенках канала используются условия непротекания.

Численный метод

Численное интегрирование системы уравнений (2) проводится с помощью явной маршевой схемы [5], обладающей вторым порядком аппроксимации на гладких решениях, свойствами консервативности и невозрастания полной вариации. Каждый шаг по маршевой координате включает этапы предиктора и корректора. При этом задача Римана решается только на этапе корректора. Приращения функций вычисляются для неконсервативных

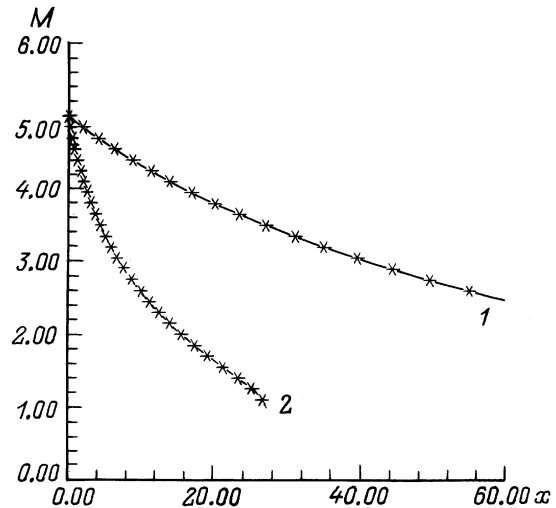


Рис. 1. Сравнение аналитического (сплошная линия) и численного (точки) решений. $S = 0.02$; $k = 0.25$ (1), 0.75 (2).

переменных и ограничиваются с помощью оператора `minmod`. Источниковые члены, учитывающие взаимодействие потока с внешним электромагнитным полем, вычисляются на предикторе и корректоре с использованием текущих значений неконсервативных величин.

Тестирование численного метода проводилось на задачах, для которых имеются точные аналитические решения. В качестве одной из таких задач рассматривалось одномерное стационарное течение плазмы в канале постоянного сечения в постоянном внешнем магнитном поле в режиме МГД генератора. На рис. 1 представлены графики изменения числа Маха вдоль канала, соответствующие аналитическому решению [1] (сплошная кривая) и расчету (звездочки). С целью тестирования алгоритма численное решение этой одномерной задачи было получено по программе расчета трехмерных течений.

Необходимым условием применимости используемого численного метода является свойство x -гиперболичности задачи, которое может нарушаться даже в сверхзвуковых потоках, если направление вектора скорости заметно отличается от направления оси x . Этот недостаток устраняется путем перехода к новым координатам (λ, ξ) , направленным по линиям тока и нормальным к ним. В двумерном случае новые независимые переменные вводятся по формулам [6]

$$dx = \frac{u}{q} d\lambda + U d\xi, \quad dy = \frac{v}{q} d\lambda + V d\xi,$$

где $q = \sqrt{u^2 + v^2}$ — скорость потока; U и V — геометрические переменные, имеющие размерность, обратную скорости.

При этом векторные величины по-прежнему задаются их декартовыми компонентами, а уравнения имеют ту же

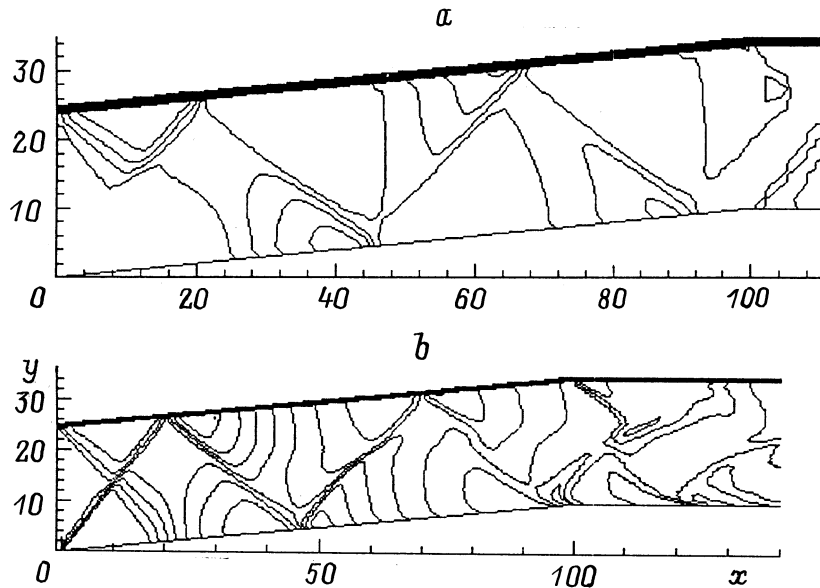


Рис. 2. Изолинии плотности в плоском профилированном канале: *a* — расчет в декартовых координатах; *b* — расчет в координатах, связанных с линиями тока. $M_0 = 1.4$.

форму, что и в декартовых координатах,

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \lambda} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \xi} = \mathbf{H},$$

где

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} K \\ Ku + pV \\ Kv - pU \\ KH \\ U \\ V \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ -p \sin \theta \\ -p \cos \theta \\ 0 \\ -\cos \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 \\ F_\lambda \\ F_\xi \\ Q \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$K = \rho(uV - vU)$, $\cos \theta = u/q$, $\sin \theta = v/q$.

Первые четыре уравнения представляют законы сохранения массы, импульса и энергии, а два последних — геометрические соотношения, следующие из преобразования координат. В рассматриваемом случае маршевой координатой является λ . При этом алгоритм расчета не отличается от применяемого в случае декартовых координат.

Более широкие возможности, которые предоставляет использование координат, связанных с линиями тока, иллюстрирует рис. 2. Здесь приведены результаты расчетов плоского течения в канале с изломами стенок в отсутствие внешнего электромагнитного поля, а также изолинии плотности, построенные с шагом $\Delta\rho/\rho_0 = 0.03$. Рис. 2, *a* соответствует расчету в декартовых координатах, рис. 2, *b* — расчету в координатах λ, ξ . Расчет в декартовых координатах заканчивается при $x \approx 110$ из-за нарушения свойства x -гиперболичности системы уравнений. Маршевый алгоритм расчета в координатах, связанных с линиями тока, сохраняет работоспособность в большей области течения, обеспечивая лучшее разрешение слабых скачков уплотнения.

Обсуждение результатов

В соответствии с принятыми допущениями в расчетах используется простейшая физическая модель однородного совершенного газа с постоянным отношением удельных теплоемкостей $\gamma = 1.4$. Результаты представлены в безразмерном виде. В качестве масштабов скорости и плотности приняты значения этих величин на входе в расчетную область. Давление отнесено к γM_0^2 , где M_0 — число Маха на входной границе.

Рассмотрим вначале результаты расчетов одномерных течений, которые реализуются в канале с прямыми параллельными стенками при нулевом значении параметра Холла. Рис. 3, *a, b* показывает влияние параметров магнитогидродинамического взаимодействия на изменение числа Маха вдоль канала. При $R_E = -1.1$ (рис. 3, *a*) в канале происходит ускорение потока. Уменьшение числа Маха для $S = 0.05$ (кривая 1) объясняется тем, что в этом случае скорость звука растет быстрее, чем скорость газа. Каждому значению R_E соответствует свое максимальное значение числа Маха, которое в данном случае достигается уже при $S = 0.1$. При положительных и достаточно малых по модулю отрицательных значениях R_E взаимодействие с электромагнитным полем приводит к торможению потока (рис. 3, *b*). При $R_E = 0.25$ (кривые 3) скорость газа, уменьшаясь, достигает скорости звука.

При наличии холловского тока и рассматриваемой ориентации электрического и магнитного полей скорость газа в канале с прямыми параллельными стенками приобретает составляющую в направлении оси z . На рис. 4 показано изменение поперечной составляющей скорости на оси канала при разных значениях параметра

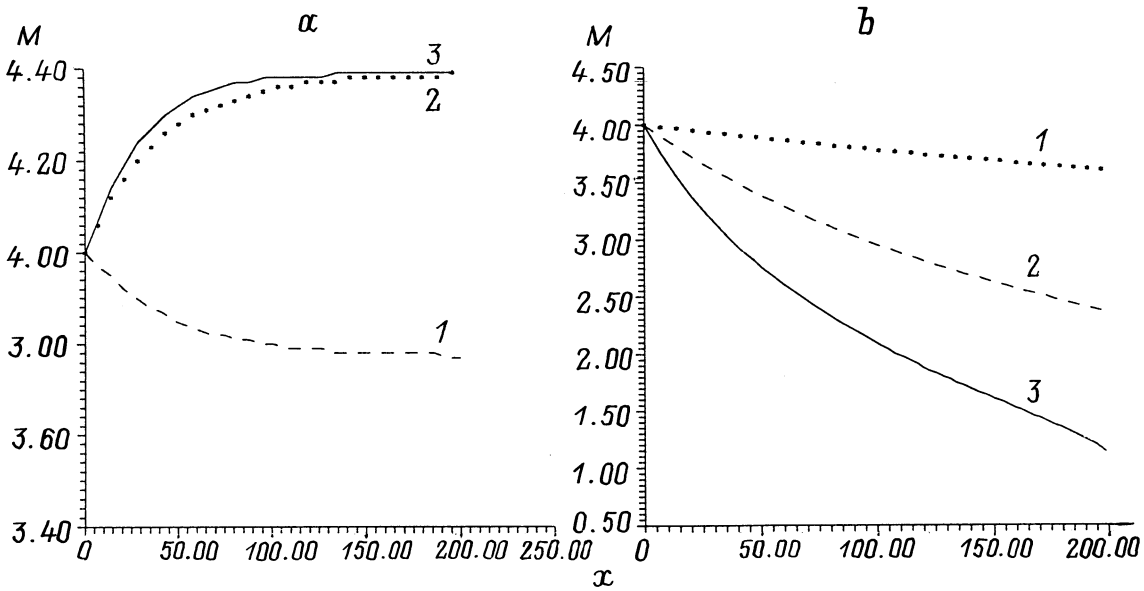


Рис. 3. Влияние числа Стюарта (*a*) и параметра R_E (*b*) на изменение числа Маха в одномерном течении газа в скрещенных электрическом и магнитном полях. $\beta_e = 0$; *a*: $R_E = -1.1$; $S = 0.05$ (1), 0.10 (2), 0.15 (3); *b*: $S = 0.001$; $R_E = -0.75$ (1), -0.25 (2), 0.25 (3).

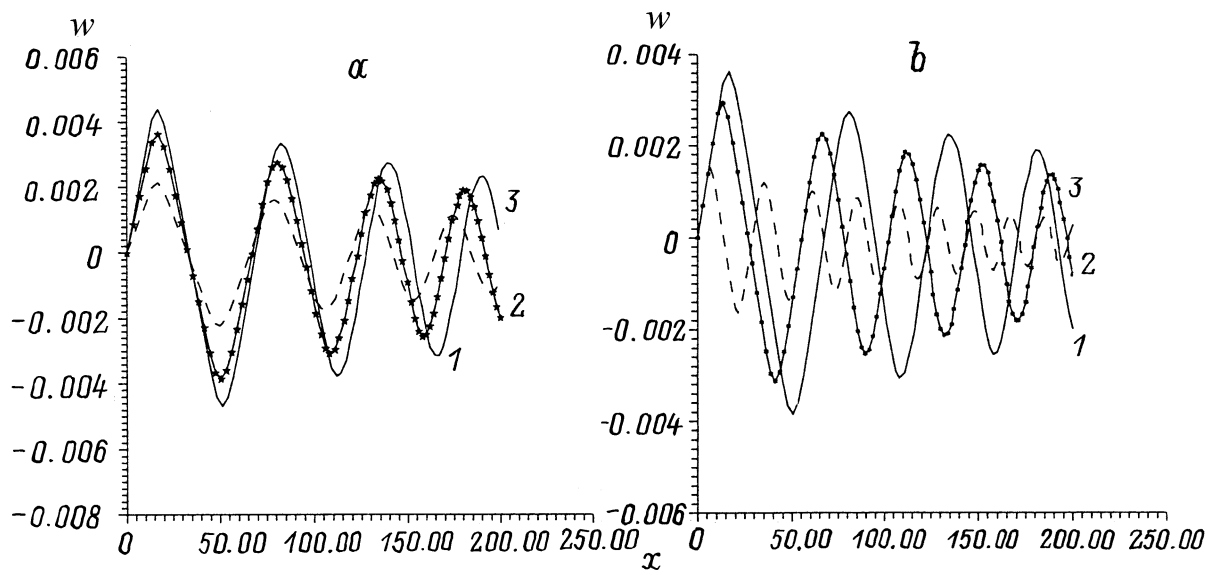


Рис. 4. Изменение поперечной компоненты скорости газа на оси канала с параллельными стенками. $M_0 = 4$, $R_E = 0.25$, $S = 0.001$; *a*: $l/h = 25$; $\beta_e = 0.25$ (1), 0.50 (2), 0.75 (3); *b*: $\beta_e = 0.5$, $l/h = 20$ (1), 25 (2), 50 (3).

Холла (*a*) и отношения длины канала к его ширине l/h (*b*). При указанном значении параметра R_E в канале осуществляется торможение потока. Колебательный характер изменения поперечной составляющей скорости объясняется отражением потока от боковых стенок канала. Изменение параметра Холла и ширины канала оказывает заметное влияние как на амплитуду, так и на период колебаний. При этом длина x , на которой можно не учитывать влияние боковых стенок, сокращается с увеличением отношения l/h .

На следующих рисунках представлены изолинии плотности газа в канале с изломом нижней стенки. Отношение высоты канала к его ширине во входном сечении равно 2, изолинии построены с шагом $\Delta\rho/\rho_0 = 0.15$. Рис. 5 представляет картины плоских течений, реализующихся в отсутствие внешних полей (*a*) и при наличии электромагнитного поля без учета холловского взаимодействия (*b*). Сравнение рисунков демонстрирует значительное влияние внешнего электромагнитного поля на структуру течения, проявляющееся в изменении рас-

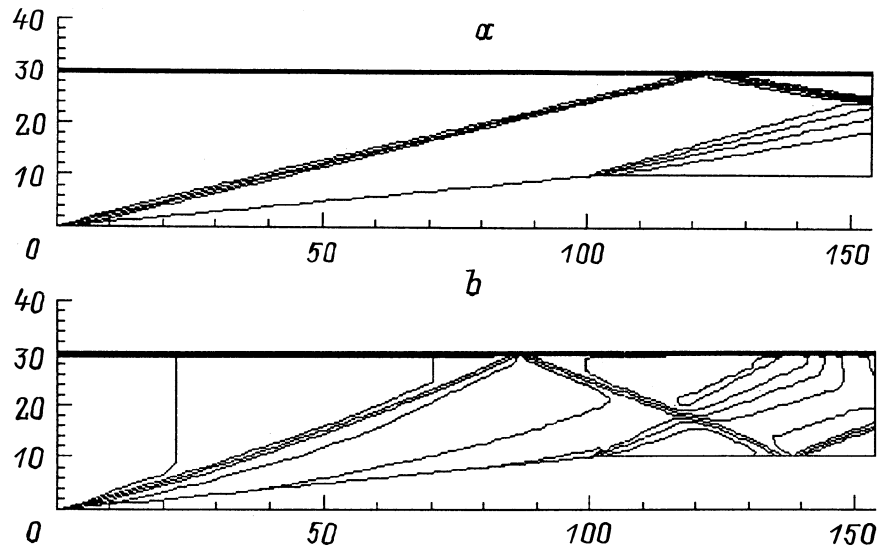


Рис. 5. Изолинии плотности в плоском течении газа в профилированном канале. $M_0 = 6$; a — $E = B = 0$; b — $S = 0.005$, $R_E = -0.5$, $\beta_e = 0$.

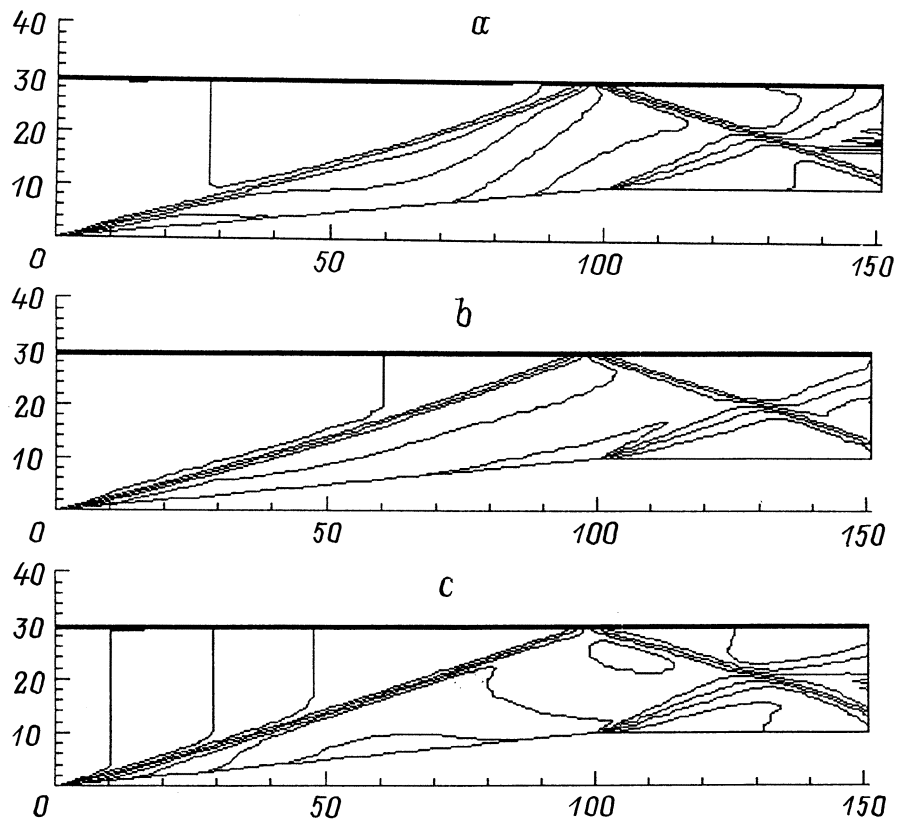


Рис. 6. Изолинии плотности в трехмерном течении в профилированном канале. $M_0 = 6$, $S = 0.005$, $R_E = -0.5$, $\beta_e = 1.0$; $z = h/2$ (a), 0 (b), $-h/2$ (c).

положения и ”размывании” ударных волн и вееров волн разрежения. На рис. 6, a – c представлены результаты расчетов трехмерного течения, возникающего при наличии холловского тока. Представлены изолинии плотности в центральном сечении канала (b) и на боковых стенках

(a, c). Сравнение с рис. 5, b позволяет оценить влияние холловского тока.

Рис. 7 демонстрирует влияние ориентации вектора магнитной индукции для случая, когда канал работает в режиме МГД генератора с коэффициентом внешней

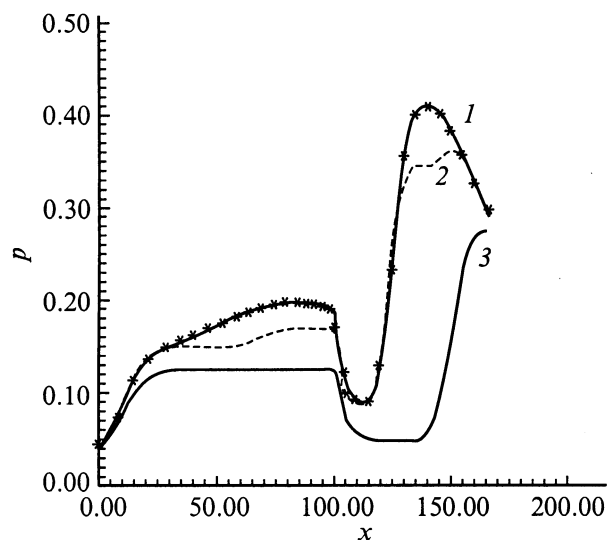


Рис. 7. Распределения давления по нижней стенке канала при различной ориентации внешнего магнитного поля. $M_0 = 4$, $z = 0$, $S = 0.005$, $\beta_e = 0.5$, $k = 0.5$; 1 — $B_y = 0$, $B_z = B$; 2 — $B_y = B$, $B_z = 0$; 3 — $B_y = B_z = 0$.

нагрузки $k = 0.5$. Видно, что влияние магнитного поля максимально при направлении вектора индукции вдоль оси z .

Таким образом, представленные результаты демонстрируют возможность управления параметрами и ударно-волновой структурой сверхзвукового потока во входных устройствах с помощью внешних электрического и магнитного полей. При линейном масштабе $L = 1$ см, индукции магнитного поля $B = 2T$, числе Маха $M_0 = 6$ и плотности ρ_0 , соответствующей высоте $H = 20$ км, необходимые для эффективного управления течением значения числа Стюарта обеспечиваются при электропроводности плазмы порядка нескольких единиц $\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 98-01-01121).

Список литературы

- [1] Саттон Дж., Шерман А. Основы технической магнитной газодинамики. М.: Мир, 1968.
- [2] Ватажин А.Б., Любимов Г.А., Регирер С.А. Магнитогидродинамические течения в каналах. М.: Наука, 1970.
- [3] Бреев В.В., Губарев А.В., Панченко В.П. Сверхзвуковые МГД генераторы. М.: Энергоатомиздат, 1988.
- [4] Головачев Ю.П., Ильин С.А., Сущих С.Ю. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. Вып. 16. С. 1–4.
- [5] Родионов А.В. // ЖВММФ. 1989. Т. 27. № 12. С. 1853–1860.
- [6] Hui W.H., Chu D.L. // Comp. Fluid Dynamics J. 1996. Vol. 4. N 4. P. 403–426.