04;10

Обобщенные уравнения динамики резистивной шланговой неустойчивости РЭП в случае временно́й зависимости радиуса и тока пучка

© А.С. Мануйлов

Санкт-Петербургский государственный университет,
Научно-исследовательский институт математики и механики им. В.И. Смирнова,
198904 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 10 августа 1998 г.)

Получены обобщенные уравнения, описывающие линейную стадию развития резистивной шланговой неустойчивости РЭП в случае изменения тока и радиуса пучка вдоль импульса. Учтены эффекты, обусловленные наличием обратного тока, возмущения плазменного канала и эволюции проводимости за счет ударной, лавинной ионизации, а также рекомбинации.

1. Новые области применения релятивистских электронных пучков (РЭП) делают актуальным дальнейшее исследование динамики транспортировки РЭП в газоплазменных средах [1–13]. Особый интерес в комплексе проблем, связанных с транспортировкой РЭП, представляет исследование крупномасштабных неустойчивостей пучков, среди которых наибольшую опасность представляет резистивная шланговая неустойчивость (РШН) (азимутальное волновое число $m = 1$), характеризуемая растущими по амплитуде боковыми изгибными колебаниями пучка [1–8].

В настоящей работе разработанная ранее линейная теория РШН РЭП [2,3] обобщена на случай временно́й зависимости радиуса пучка и тока пучка, произвольных радиальных профилей тока плазмы, пучка и канала проводимости. Кроме того, учтен эффект возмущения проводимости фоновой плазмы при боковых отклонениях РЭП.

2. Рассмотрим параксиальный моноэнергетический аксиально-симметричный РЭП, распространяющийся в газоплазменной среде, характеризуемой скалярной проводимостью $\sigma_{ch0}(\xi)$, вдоль оси z цилиндрической системы координат $(r,\ \theta,\ z)$ (здесь $\xi = v_z t - z$ — расстояние от фронта пучка до рассматриваемого сечения РЭП, v_z — z-компонента скорости электронов пучка, t — время).

Ограничимся далее случаем высокой проводимости фоновой среды, когда для основной части пучка выполнено условие полной зарядовой нейтрализации пространственного заряда РЭП ($4\pi\sigma_{ch0}R_b/c \gg 1$, где R_b — характерный радиус пучка, c — скорость света). Кроме того, будем считать, что функции $J_{b0}(r)$, $J_{p0}(r)$ и $\sigma_{ch0}(r)$ — произвольные гладкие функции от r, где J_{b0}, J_{p0} — соответственно равновесные плотности тока пучка и фоновой плазмы; σ_{ch0} — омическая проводимость плазмы.

3. Воспользуемся традиционной моделью "жесткого пучка", когда предполагается, что боковое смещение РЭП происходит без деформации радиального профиля плотности тока пучка [2,3]. Однако в отличие от работ [2,3] будем предполагать, что проводимость плазмы σ_{ch} имеет возмущение при боковых отклонениях пучка и нарабатывается за счет процессов ударной ионизации, лавинной ионизации и рекомбинации [10]. Кроме того, будем учитывать временны́е зависимости полного тока РЭП $I_b(\xi)$ и характерного радиуса пучка $R_b(\xi)$. Переходя от пары независимых переменных (t, z) к паре (ξ, z), для случая линейной стадии развития РШН параксиальных квазистационарных РЭП получим уравнения динамики неустойчивости в виде

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = \frac{c\pi}{I_b^2}\left(\frac{I_b}{I_A}\right)\int\limits_0^\infty dr\,r\left[J_{b1}\frac{\partial A_{z0}}{\partial r} + \frac{J_{b0}}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_{z1})\right], \quad (1)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A_{z0}}{\partial r}\right) = -\frac{4\pi}{c}(J_{b0} - J_{p0}), \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_{z1})\right] - \frac{4\pi}{c}\sigma_{ch0}\frac{\partial A_{z1}}{\partial \xi} - \frac{4\pi}{c}\sigma_{ch1}\frac{\partial A_{z0}}{\partial \xi} = -\frac{4\pi}{c}J_{b1}, \quad (3)$$

где Y — амплитуда поперечного отклонения пучка; J_{b0} и J_{b1} — монопольная и дипольная компонента плотности тока пучка; J_{p0} — плотность равновесного обратного тока; A_{z0}, A_{z1} — равновесная и возмущенная составляющие z-компоненты векторного потенциала электромагнитного поля; σ_{ch1} — возмущенная компонента плазменной проводимости; $I_A = c^3\beta\gamma m/e$ — предельный ток Альфвена (e, m — заряд и масса электрона; γ — лоренц-фактор; $\beta = v_z/c$).

В рамках модели "жесткого" пучка можно записать

$$J_{b1} = -Y\frac{\partial J_{b0}}{\partial r}, \quad (4)$$

$$A_{z1} = -D\frac{\partial A_{z0}}{\partial r}, \quad (5)$$

$$\sigma_{ch1} = -Y_{ch}\frac{\partial \sigma_{ch0}}{\partial r}, \quad (6)$$

где D, Y_{ch} — соответственно поперечные смещения оси симметрии коллективного магнитного поля системы плазма–пучок и оси плазменного канала.

С учетом (2), (4) и (5) из (1) нетрудно получить уравнение

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = k_s^2(\xi)(D - Y), \tag{7}$$

где

$$k_s^2(\xi) = 4\pi^2 \left(\frac{I_b}{I_A}\right) \int\limits_0^\infty dr\, r \frac{J_{b0}(r,\xi) J_{n0}(r,\xi)}{I_b^2} \tag{8}$$

— квадрат волнового числа шланговых колебаний РЭП, $J_{n0} = J_{b0} - J_{p0}$ — полный равновесный (монопольный) ток системы плазма–пучок.

Далее рассмотрим полный ток системы плазма–пучок

$$I_n(\xi) = \int\limits_0^\infty dr 2\pi r J_{n0}(r,\xi). \tag{9}$$

Чтобы получить уравнение для I_n, домножим монопольную компоненту уравнения Ампера (2) на rJ_{n0} и проинтегрируем полученное выражение по r от 0 до ∞. После ряда преобразований получим

$$\xi_0 \frac{\partial I_n}{\partial \xi} + I_n + I_n^2 F(\xi) = I_b^*, \tag{10}$$

где

$$\xi_0(\xi) = \frac{\int\limits_0^\infty dr\, r\, J_{n0}(r,\xi)\, \sigma_{ch0}(r,\xi)\, A_{z0}(r,\xi)}{\int\limits_0^\infty dr\, r \big[J_{n0}(r,\xi)\big]^2} \tag{11}$$

— монопольная скиновая длина,

$$F(\xi) = \frac{\int\limits_0^\infty dr\, r\, J_{n0}(r,\xi)\, \sigma_{ch0}(r,\xi) \frac{\partial}{\partial \xi}\left[\frac{A_{z0}(r,\xi)}{I_n(\xi)}\right]}{\int\limits_0^\infty dr\, r \big[J_{n0}(r,\xi)\big]^2}, \tag{12}$$

$$I_b^*(\xi) = I_n(\xi) \frac{\int\limits_0^\infty dr\, r\, J_{b0}(r,\xi)\, J_{n0}(r,\xi)}{\int\limits_0^\infty dr\, r \big[J_{n0}(r,\xi)\big]^2}, \tag{13}$$

$$A_{z0}(r,\xi) = -\frac{2}{c} \int\limits_{R_c}^r \frac{d\rho}{\rho} I_n(\rho,\xi), \tag{14}$$

где $I_n(\rho,\xi) = \int\limits_0^\rho d\eta\, 2\pi\eta J_{n0}(\eta,\xi)$ — полный ток системы плазма–пучок в трубке радиуса ρ.

Заметим, что найденное уравнение (10) отличается от полученных ранее в [8,9] третьим слагаемым в левой части уравнения, а также более общим определением ξ_0 и I_b^*. Домножим далее уравнение (3) на $\partial A_{z0}/\partial r$ и проинтегрируем полученное выражение по r от 0 до ∞. После ряда громоздких преобразований с учетом (4)–(6) получим

$$\xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi}(DI_n) + DI_n + DI_n^2 S(\xi) + Y_{ch} \frac{\partial I_n}{\partial \xi}(\xi_0 - \xi_1) + Y_{ch} I_n^2 \big[F(\xi) - S(\xi)\big] = Y I_b^*, \tag{15}$$

где

$$\xi_1 = \frac{c}{4\pi} \frac{\int\limits_0^\infty dr\, r \sigma_{ch0}(r,\xi) \left(\frac{\partial A_{z0}}{\partial r}\right)}{\int\limits_0^\infty dr\, r \big[J_{n0}(r,\xi)\big]^2} \tag{16}$$

— дипольная скиновая длина, функции $F(\xi)$ определена в (12), ξ_0 дано в (11),

$$S(\xi) = \frac{c}{4\pi} \times \frac{\int\limits_0^\infty dr\, r \sigma_{ch0}(r,\xi) \left(\frac{\partial A_{z0}}{\partial r}\right) \frac{\partial}{\partial \xi}\left[\frac{1}{I_n(\xi)} \frac{\partial A_{z0}}{\partial z}\right]}{\int\limits_0^\infty dr\, r \big[J_{n0}(r,\xi)\big]^2}. \tag{17}$$

В отличие от известных результатов работ [8,9] полученное уравнение (15) включает слагаемые с коэффициентами $F(\xi)$ и $S(\xi)$, которые появляются в рассматриваемом случае, когда $\partial I_b/\partial \xi \neq 0$, $\partial R_b/\partial \xi \neq 0$. Кроме того, здесь дано более полное определение параметра I_b^* и все коэффициенты могут быть рассчитаны для произвольных радиальных профилей $J_{b0}(r,\xi)$, $J_{p0}(r,\xi)$ и $\sigma_{ch0}(r,\xi)$.

Уравнение динамики поперечных смещений оси плазменного канала Y_{ch} может быть получено из уравнения генерации проводимости, которое имеет вид

$$\frac{\partial \sigma_{ch}}{\partial \xi} = \Psi J_b(r,\xi) + \frac{\alpha_{av} \sigma_{ch}}{c} - \beta_r \sigma_{ch}^2, \tag{18}$$

где $\Psi \simeq 3 \cdot 10^6$ [cm/A · s] — коэффициент ударной ионизации фонового газа пучком; α_{av} — коэффициент лавинной ионизации, который зависит от $|E|/\rho$, где E — коллективное электрическое поле системы плазма–пучок, ρ — плотность фонового газа [10]; $\beta_r \simeq 7 \cdot 10^{-15} \cdot (\rho/\rho_n)$ [s/cm], где ρ/ρ_0 — отношение плотности газа к ее значению при нормальных условиях.

С учетом (4)–(6) дипольная составляющая уравнения наработки проводимости (18) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\left(Y_{ch} \frac{\partial \sigma_{ch0}}{\partial r}\right) = \Psi Y \frac{\partial J_{b0}}{\partial r} + Y_{ch} \frac{\alpha_{av}}{c} \frac{\partial \sigma_{ch0}}{\partial r} - 2\beta_r\, \sigma_{ch0}\, Y_{ch} \frac{\partial \sigma_{ch0}}{\partial r}. \tag{19}$$

Далее умножим (19) на $r \partial A_{z0}/\partial r$ и проинтегрируем по r от r до ∞. После ряда преобразований с учетом (2) получим

$$\frac{\partial Y_{ch}}{\partial \xi} + Y_{ch} \Big[G(\xi) + \Gamma(\xi) - \Lambda(\xi)\Big] = Y\, L(\xi), \tag{20}$$

где

$$G(\xi)=\frac{\int\limits_0^\infty dr\,\dfrac{\partial\sigma_{ch0}}{\partial r}\,rJ_{n0}(r,\xi)}{T(\xi)}, \qquad (21)$$

$$\Gamma(\xi)=\frac{\int\limits_0^\infty dr\,\beta_r(r,\xi)\sigma_{ch0}^2(r,\xi)\,rJ_{n0}(r,\xi)}{T(\xi)}, \qquad (22)$$

$$\Lambda(\xi)=\frac{1}{c}\,\frac{\int\limits_0^\infty dr\,\alpha_{av}(r,\xi)\sigma_{ch0}(r,\xi)\,rJ_{n0}(r,\xi)}{T(\xi)}, \qquad (23)$$

$$L(\xi)=\frac{\int\limits_0^\infty dr\,\Psi(r,\xi)J_{b0}(r,\xi)\,rJ_{n0}(r,\xi)}{T(\xi)}, \qquad (24)$$

$$T(\xi)=\int\limits_0^\infty dr\,\sigma_{ch0}(r,\xi)\,rJ_{n0}(r,\xi). \qquad (25)$$

Полученное уравнение (20)–(25) является обобщением уравнений, приведенных в работе [8], на случай учета лавинной ионизации, рекомбинации, а также временнóй зависимости всех параметров задачи.

Таким образом, полученные в данной работе уравнения динамики РШН обобщают известные результаты работы [8] на случай временнóй зависимости тока и радиуса пучка в импульсе. Получены общие формулы для расчета монопольной и дипольной скиновых длин, а также определено уравнение, описывающее поперечную динамику плазменного канала с учетом наработки проводимости за счет ударной, лавинной ионизации и рекомбинации.

Список литературы

[1] *Lee E.P., Cooper R.K.* // Part. Accel. 1976. Vol. 7. P. 83–95.
[2] *Lee E.P.* // Phys. Fluids. 1978. Vol. 21. N 8. P. 1327–1343.
[3] *Uhm H.S., Lampe M.* // Phys. Fluids. 1980. Vol. 23. N 8. P. 1574–1585.
[4] *Надеждин Е.Р., Сорокин Г.А.* // Физика плазмы. 1983. Т. 9. № 5. С. 988–991.
[5] *Надеждин Е.Р., Сорокин Г.А.* // Физика плазмы. 1988. Т. 14. № 5. С. 619–622.
[6] *Колесников Е.К., Мануйлов А.С.* // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 3. С. 40–44.
[7] *Колесников Е.К., Мануйлов А.С.* // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 12. С. 43–46.
[8] *Lampe M., Sharp W., Hubbard R.F.* et al. // Phys. Fluids. 1984. Vol. 27. N 12. P. 2921–2936.
[9] *Brandenburg J.E.* // Sandia Lab. Rep. 1985. N SAND-84-1026. 42 p.
[10] *Ali A.W.* // Laser and Particle Beams. 1988. Vol. 6. Pt 1. P. 105–117.
[11] *Колесников Е.К., Мануйлов А.С.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 7. С. 108–111.
[12] *Колесников Е.К., Мануйлов А.С.* // РЭ. 1990. Т. 35. № 1. С. 218–220.
[13] *Fernsler R.F., Hubbard R.F., Lampe M.* // J. Appl. Phys. 1994. Vol. 75. N 7. P. 3278–3293.