01;10

Об одном классе электростатических полей, идеально сохраняющих параллельность плоских однородных пучков заряженных частиц

© Л.Г. Гликман, Ю.В. Голоскоков

Институт ядерной физики, Национальный ядерный центр,
480082 Алма-Ата, Казахстан

(Поступило в Редакцию 16 июня 1997 г. В окончательной редакции 19 октября 1998 г.)

Рассматриваются электростатические системы, поле которых является суперпозицией двух двумерных полей с общей плоскостью симметрии (средней плоскостью). Предполагается, что эти поля перекрываются в области, где проходит пучок заряженных частиц. Основное свойство исследуемых систем — идеальное (без угловых аберраций) сохранение параллельности однородного по отношению энергии к заряду пучка заряженных частиц, движущегося в средней плоскости поля. К новому классу электростатических систем принадлежит приведенная в качестве примера четырехэлектродная система, каждый электрод которой состоит из двух пластин, расположенных симметрично относительно средней плоскости.

Введение

Известно, что однородные по отношениям энергии к заряду и массы к заряду плоские параллельные пучки заряженных частиц, входящие в двумерные или конические статические электромагнитные поля, идеально (без угловых аберраций) сохраняют параллельность после прохождения таких полей (см., например, [1,2]). Движение частиц в этих случаях происходит в средней плоскости, являющейся плоскостью симметрии электрического и антисимметрии магнитного полей. Двумерные поля описываются скалярными потенциалами, не зависящими от одной из декартовых координат, конические — потенциалами, зависящими в сферической системе координат только от угловых переменных. В работе [3] показано, что существует еще один класс электростатических полей, в которых идеально сохраняется параллельность плоских однородных по отношению энергии к заряду пучков заряженных частиц. В дальнейшем для краткости однородные по отношению энергии к заряду пучки заряженных частиц будем называть однородными.

В данной работе более подробно исследуются электронно-оптические свойства нового класса полей. В частности, показано, что приведенная в [3] в качестве примера четырехэлектродная электростатическая система может быть эффективно использована в качестве компактной электростатической призмы, в качестве зеркала с большим углом отклонения, в качестве линзы с прямой оптической осью, идеально сохраняющей параллельность широкого плоского пучка заряженных частиц с большим разбросом по энергии.

Электронно-оптические свойства суперпозиции двух двумерных электростатических полей с общей средней плоскостью

Пусть в декартовой системе координат x, y, z общая средняя плоскость двух двумерных полей совмещена с плоскостью $z = 0$, одно из двумерных полей описывается потенциалом $\varphi_1(x, z)$, другое — потенциалом $\varphi_2(y, z)$. Уравнение Гамильтона–Якоби, соответствующее движению заряженной частицы в средней плоскости суперпозиции этих полей, описываемой скалярным потенциалом $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$, в нерелятивистском приближении имеет вид

$$\frac{1}{2m}\left[\left(\frac{\partial S_0}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial S_0}{\partial y}\right)^2\right] + e\Phi_1(x) + e\Phi_2(y) = E, \quad (1)$$

где e — заряд частицы; m — ее масса; S_0 — укороченная функция действия, связанная с функцией действия S равенством $S = -Et + S_0$; t — время; E — постоянная, равная полной энергии частицы; $\varphi_1(x, 0) \equiv \Phi_1(x)$; $\varphi_2(y, 0) \equiv \Phi_2(y)$.

В уравнении (1) переменные разделяются. Подставив в это уравнение S_0 в виде суммы $S_0(x, y) = S_1(x) + S_2(y)$, получим

$$\frac{1}{2m}\left(\frac{dS_1}{dx}\right)^2 + e\Phi_1(x) - E = -\frac{1}{2m}\left(\frac{dS_2}{dy}\right)^2 - e\Phi_2(y) = \lambda, \quad (2)$$

где λ — произвольная постоянная.

Из равенств (2) находятся импульсы $P_x = m\dot{x} = dS_1/dx$ и $P_y = m\dot{y} = dS_2/dy$, после чего определяется полный интеграл уравнения Гамильтона–Якоби. Затем известным методом находятся в квадратурах уравнение траектории частицы

$$\int\limits_{x_0}^{x} \frac{(sgn\,\dot{x}(x))dx}{\sqrt{W_0 \sin^2\theta_0 + e(\Phi_{10} - \Phi_1)}} - \int\limits_{y_0}^{y} \frac{(sgn\,\dot{y}(y))dy}{\sqrt{W_0 \cos^2\theta_0 + e(\Phi_{20} - \Phi_2)}} = 0 \quad (3)$$

и зависимость между координатой x и временем t

$$t - t_0 = \sqrt{\frac{m}{2}} \int\limits_{x_0}^{x} \frac{(sgn\,\dot{x}(x))dx}{\sqrt{W_0 \sin^2\theta_0 + e(\Phi_{10} - \Phi_1)}}. \quad (4)$$

Здесь W — кинетическая энергия частицы, θ — угол между скоростью частицы и осью y, индексом "нуль" обозначены начальные значения переменных. Индекс $i0$ $(i = 1, 2)$ означает, что потенциал с номером i вычислен в начальной точке траектории. Пользуясь равенствами (1)–(3), можно найти угол θ в любой точке траектории частицы, движущейся в средней плоскости,

$$\sin^2\theta = \frac{W_0 \sin^2\theta_0 + e(\Phi_{10} - \Phi_1)}{W_0 + e(\varphi_0 - \Phi_1 - \Phi_2)}. \tag{5}$$

Из последнего равенства следует одно из основных свойств электронно-оптических систем с рассматриваемым полем — вошедший в поле системы однородный параллельный пучок заряженных частиц, движущийся в средней плоскости, идеально (без угловых аберраций) сохраняет параллельность после прохождения поля. Нужные электронно-оптические свойства рассматриваемого поля в направлении, перпендикулярном средней плоскости, как и в двумерном поле, можно обеспечить путем подбора потенциалов на электродах создающей это поле системы. В частности, можно подобрать условия сохранения параллельности объемного однородного пучка (условия телескопичности). Параметры предлагаемой системы, характеризующие ее свойства в направлении, перпендикулярном к средней плоскости, рассчитываются по общим формулам для электронно-оптических систем со средней плоскостью [4,5].

Сопоставив правую часть равенства (5) с выражением для $\sin^2\theta$ в случае известной электростатической системы, состоящей из двух электронно-оптических элементов с неперекрывающимися в области, где проходит пучок заряженных частиц, двумерными полями [1,6], нетрудно убедиться, что эти выражения совпадают. Следовательно, у сравниваемых систем совпадают также угловая дисперсия по энергии, угловое и линейное увеличения в средней плоскости.

Ниже приводится один из простейших примеров реализации предлагаемой системы.

Электронно-оптическая система с полем, являющимся суперпозицией двух двумерных электростатических полей

Рассмотрим четырехэлектродную систему, полезадающие поверхности которой лежат на двух плоскостях, параллельных средней плоскости и удаленных от нее на одинаковое расстояние $d/2$ (рис. 1). Каждый электрод системы состоит из двух пластин, находящихся под одинаковым потенциалом и расположенных симметрично относительно средней плоскости. Предполагается, что щели между пластинами соседних электродов настолько малы, что при исследовании электронно-оптических свойств их шириной можно пренебречь. В представляющих практический интерес случаях, как правило, достаточно, чтобы ширина щелей между пластинами была $\approx 0.1d$. Пластины первого электрода в проекции на

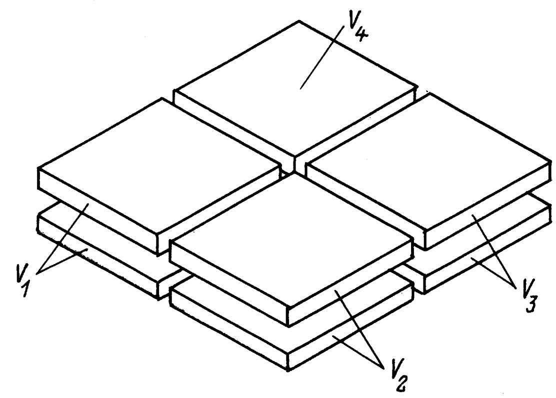

Рис. 1. Четырехэлектродная электростатическая система.

среднюю плоскость занимают квадрант $x < 0$, $y < 0$, второго электрода — квадрант $x > 0$, $y < 0$, третьего электрода — квадрант $x > 0$, $y > 0$ и четвертого — квадрант $x < 0$, $y > 0$. Потенциалы электродов обозначим соответственно через V_1, V_2, V_3 и V_4. Нетрудно убедиться, что при указанных предположениях потенциал φ может быть представлен в виде суммы потенциалов $\varphi_1(x, z)$ и $\varphi_2(y, z)$ двух двухэлектродных систем с двумерным полем, если выполняется условие

$$V_3 - V_2 = V_4 - V_1. \tag{6}$$

В первой двухэлектродной системе распределение потенциала находится путем решения задачи Дирихле для двумерного уравнения Лапласа при краевых условиях на плоскостях $z = \pm d/2$: $\varphi_1 = V_1$ при $x < 0$, $\varphi_1 = V_2$ при $x > 0$. Во второй двухэлектродной системе на плоскостях $z = \pm d/2$ $\varphi_2 = 0$ при $y < 0$, $\varphi_2 = V_3 - V_2$ при $y > 0$. Хорошо известные распределения потенциалов в каждой из двухэлектродных систем записываются в элементарных функциях (см., например, [5,6]). Распределение потенциала в рассматриваемой четырехэлектродной системе может быть представлено в виде

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{V_1 + V_3}{2} + \frac{V_2 - V_1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{sh}(\pi x/d)}{\cos(\pi z/d)} + \frac{V_3 - V_2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{sh}(\pi y/d)}{\cos(\pi z/d)}. \tag{7}$$

Функция $\varphi - (V_1 + V_3)/2$ четна относительно переменной z и нечетна относительно переменных x и y. Ее значения на пластинах первого и третьего электродов равны соответственно $(V_1 - V_3)/2$ и $(V_3 - V_1)/2$, на пластинах второго и четвертого электродов они равны $(V_2 - V_4)/2$ и $(V_4 - V_2)/2$.

Двумерное поле каждой системы быстро убывает при удалении от щелей, разделяющих электроды. Так, если потребовалось, чтобы напряженность поля рассматриваемой четырехэлектродной системы на границе области, занятой полем, не превышала 0.01% от максимального значения, то в средней плоскости поле системы можно считать сосредоточенным в крестообразной области

$$\left|\frac{x}{d}\right| \leqslant 3, \quad \left|\frac{y}{d}\right| \leqslant 3.$$

Вне этой области для большинства практических приложений траектории частиц можно считать прямолинейными. При этом можно не учитывать преломление лучей на входе в поле и на выходе из него. Так же как и в случае двумерных полей, создаваемых электродами, разделенными прямыми щелями (см., например, [1,6]), для рассматриваемой системы легко подбираются форма и размеры пластин, при которых поле в области, где проходит пучок, совпадает с расчетным. Проблема ввода пучка в систему и вывода из нее легко решается, если потенциал первого по ходу пучка электрода совпадает с потенциалом предметного пространства, а последнего по ходу пучка — с потенциалом пространства изображений. Конструктивное решение этой проблемы зависит от того, какая задача решается с помощью предлагаемой электронно-оптической системы. Например, когда она используется в качестве призмы в двугранном электростатическом призменном энергоанализаторе, потенциалы предметного пространства и пространства изображений совпадают с потенциалами электродов коллиматорной и фокусирующей линз, примыкающих к призме. Аналогичные конструктивные решения можно найти, например, в [1,6].

На рис. 2–4 штриховыми линиями представлен ход осевых траекторий пучков заряженных частиц в средней плоскости предлагаемой четырехэлектродной системы, используемой в качестве призмы с одинаковыми потенциалами предметного пространства и пространства изображений (рис. 2), зеркала (рис. 3) и линзы (рис. 4). На рис. 4 приведены также две смежные траектории (сплошные линии).

В призме (рис. 2) два двумерных поля накладываются друг на друга в области, где проходит пучок, вследствие чего ее габариты могут быть существенно меньше габаритов известной призмы с неперекрывающимися двумерными полями [1,6]. В то же время не изменяется основное электронно-оптическое свойство призмы — идеальное сохранение параллельности отклоняемого однородного пучка заряженных частиц, движущегося в средней плоскости ее поля.

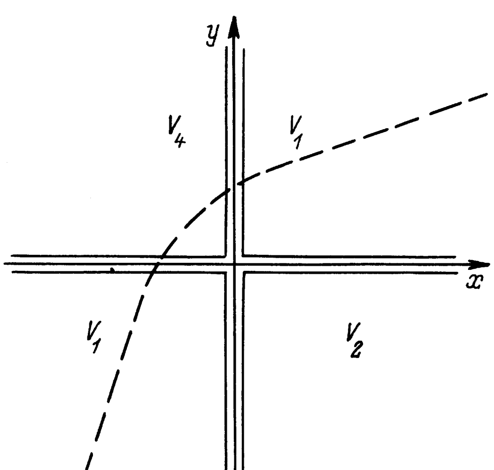

Рис. 2. Ход осевой траектории пучка в четырехэлектродной электростатической системе, используемой в качестве призмы.

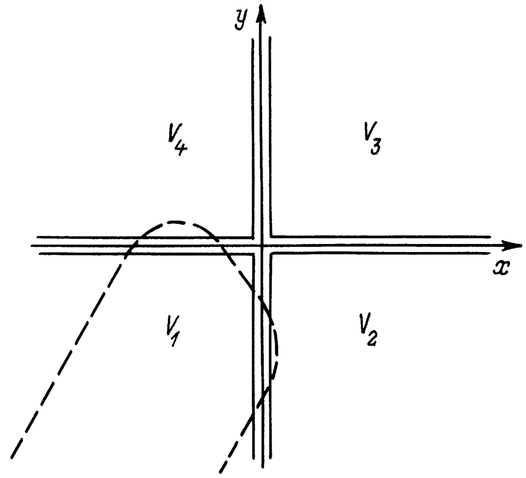

Рис. 3. Ход осевой траектории пучка в четырехэлектродной электростатической системе, используемой в качестве зеркала.

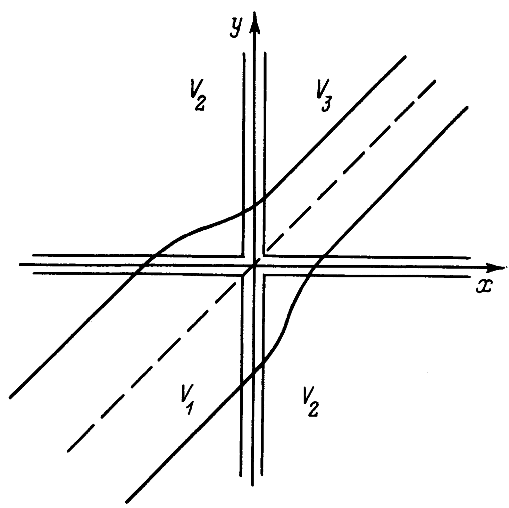

Рис. 4. Ход траекторий пучка в четырехэлектродной электростатической системе, используемой в качестве линзы с прямой осью.

В зеркале (рис. 3) угол отклонения пучка равен 180° при любом значении θ_0. Зеркало с таким углом отклонения может быть также реализовано с помощью двух неперекрывающихся двумерных полей, однако совмещение полей дает возможность уменьшить габариты, идеально сохранив при отражении параллельность плоского однородного пучка.

В частном случае, когда $V_2 = V_4 = (V_1 + V_3)/2$, появляется дополнительная плоскость симметрии поля $x = y$, перпендикулярная к средней плоскости. В этом случае (рис. 4) рассматриваемая система может работать как линза с прямой осью, являющейся линией пересечения плоскостей симметрии, т. е. пересекающей ось y под углом 45°. Эта линза представляет собой в средней плоскости телескопическую систему без промежуточного фокуса. Угловое увеличение линзы, как следует из (5), равно отношению W_0/W_b, где W_b — кинетическая энергия частиц на выходе из поля линзы. Из соотношения Лагранжа–Гельмгольца следует, что линейное увеличение линзы равно $\sqrt{W_b/W_0}$. Параллельный пучок заряженных частиц, движущихся в средней плоскости и поступающих в поле линзы под углом 45° к оси y, при любой его ширине точно сохраняет параллельность, выходя из поля линзы под тем же углом к оси y. При этом условие телескопичности в средней плоскости выполняется для любого значения W_b/W_0, но линейное и угловое увеличения зависят от этого отношения. Линза с отмеченными свойствами не может быть реализована в системе с неперекрывающимися двумерными полями.

Заключение

В данной работе исследован класс электронно-оптических систем, использование которых расширяет возможности создания различных приборов с высоким качеством фокусировки, таких как масс- и энергоанализаторы, системы транспортировки пучков заряженных частиц и т. д. Спектрометры заряженных частиц будут иметь большие разрешающую способность и чувствительность, если предлагаемые системы, идеально сохраняющие параллельность плоских однородных по отношению энергии к заряду пучков заряженных частиц, используются совместно с фокусирующими элементами, имеющими малые аберрации. Такими элементами могут быть, например, трансаксиальные электростатические линзы [6].

Авторы благодарны профессору С.Я. Явор за полезные замечания, учтенные при написании данной работы.

Список литературы

[1] *Кельман В.М., Явор С.Я.* Электронная оптика. Л.: Наука, 1968. 488 с.
[2] *Гликман Л.Г.* // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 10. С. 1986–1991.
[3] *Гликман Л.Г., Голоскоков Ю.В.* // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. Вып. 19. С. 57–62.
[4] *Карецкая С.П., Федулина Л.В.* // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 4. С. 740–745.
[5] *Karetskaya S.P., Glickman L.G., Beizina L.G., Goloskokov Yu.V.* // Adv. Electron. and Electron Phys. 1994. Vol. 89. P. 391–480.
[6] *Кельман В.М., Карецкая С.П., Федулина Л.В., Якушев Е.М.* Электронно-оптические элементы призменных спектрометров заряженных частиц. Алма-Ата: Наука, 1979. 232 с.