

01;07

Особенности энергообмена четырех попутно распространяющихся световых волн в средах с диагонально-бинарной нелинейностью

© С.А. Подошведов

Южно-Уральский государственный университет,
454080 Челябинск, Россия

(Поступило в Редакцию 15 апреля 1998 г.)

Рассмотрена задача нелинейного стационарного энергообмена между четырьмя попутно распространяющимися световыми пучками в средах с диагонально-биполярной нелинейностью (в нематических жидких кристаллах). Приведен полный теоретический анализ на фазовой плоскости решений системы уравнений, описывающей нелинейное взаимодействие четырех световых волн в средах с диагонально-биполярной нелинейностью для различных случаев волновой расстройки. Графически показано существование неустойчивой собственной моды при попутном четырехволновом смещении в средах с диагонально-биполярной нелинейностью. Причина возникновения неустойчивой собственной моды — существенное различие зависимостей показателей преломления от температуры для обыкновенной и необыкновенных волн. Представлены точные аналитические решения системы уравнений, описывающей четырехволновое смещение в средах с диагонально-биполярной нелинейностью из различных областей фазовой плоскости. Показана возможность наблюдения эффекта оптического переключения энергии при попутном четырехволновом взаимодействии на данном типе нелинейности. Показано, что энергообмен между световыми волнами существенно зависит от начальной разности фаз световых волн. Приведены оценки интенсивностей, необходимых для наблюдения предсказываемых эффектов.

Введение

Оптическое переключение, бистабильность, мультистабильность, модуляционная неустойчивость и другие исследования взаимодействия интенсивного лазерного света с веществом стали в настоящее время предметом бурного и прогрессирующего интереса. Данные эффекты представляют значительный интерес как с точки зрения фундаментальной науки, так и с точки зрения практической их реализации. Безусловно, данные явления нелинейной оптики найдут применение в практических устройствах управления света светом для целей оптической связи и откроют новые возможности для создания оптических компьютеров [1,2].

К настоящему времени опубликовано уже немало работ по оптическому переключению. Не ставя целью охватить все публикации как по теоретическому, так и экспериментальному исследованию оптического переключения, упомянем лишь некоторые типы нелинейных взаимодействий в различных средах, в которых наблюдается данный эффект. В частности, к ним можно отнести взаимодействие волн в туннельно-связанных волноводах [3,4], нелинейное распространение волн различных поляризаций в одномодовом двулучепреломляющем волокне или кристалле [5], волны на двух или трех различных частотах в квадратично-нелинейных средах [2,6,7], а также двух-, трех- и четырехволновые смещения в кубично-нелинейных средах [8–14]. При этом следует отметить следующий факт. Время переключения (время установления нелинейного отклика), в частности, при двух-, трех-, и четырехволновом смещении в средах, чьи кубические восприимчивости обусловлены нелинейным откликом электронов под действием электромагнитной

волны, составляет порядка 10^{-13} с. Но в то же время интенсивность, необходимая для наблюдения эффекта оптического переключения, по порядку величины совпадает с интенсивностями, ведущими к оптическому разрушению кристаллов. Естественно, для того чтобы уменьшить входную мощность световых пучков, необходимую для наблюдения эффекта оптического переключения в традиционных нелинейно-оптических средах, необходимы большие (от единиц до сотен сантиметров) длины взаимодействия, что значительно затрудняет в материальном плане практическое использование данного эффекта.

В последнее время все больший интерес привлекают исследования нелинейно-оптических явлений в жидкокристаллических мезофазах [15–20]. И на это есть очень веские причины. Выявлено, что жидкокристаллические мезофазы, в первую очередь нематическая, обладают рядом механизмов оптической кубичной нелинейности, приводящих к чрезвычайно высоким значениям эффективных восприимчивостей третьего порядка $\chi^{(3)}$, в частности на шесть–десять порядков превышающих таковые для традиционных нелинейностей изотропных жидкостей. К таким механизмам относятся ориентационный [21], фотоконформационный [22], а также тепловой [23,24], приводящий в мезофазе к значительным $\chi^{(3)}$, благодаря чрезвычайно высокой производной показателя преломления, свойственной нематикам.

Столь высокие значения кубических восприимчивостей позволяют реализовать многие эффекты традиционные для нелинейной оптики, такие как самофокусировка, вынужденные рассеяния света, четырехволновое смещение, несмотря на чрезвычайно низкую длину взаимодействия, ”доступную” экспериментально для оптических исследований мезофаз. Известно, что длина взаимодействия в

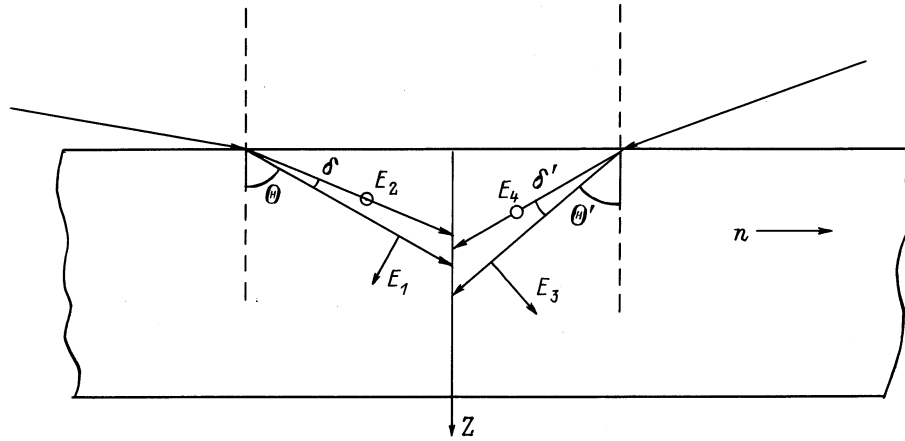


Рис. 1. Геометрия попутного четырехволнового взаимодействия. Углы δ и δ' учитывают двулучепреломление.

мезофазе существенно ограничена требованием однородной ориентации образцов и сильным светорассеянием в них, фактически не превышая $100 \mu\text{m}$. В ряде случаев оказывается возможным реализовать данные эффекты при чрезвычайно низких плотностях возбуждающего излучения вплоть до непрерывных газовых лазеров милливаттной мощности. Последнее весьма привлекательно как с точки зрения технического упрощения нелинейно-оптических исследований, так и для создания различных нелинейно-оптических устройств с чрезвычайно низкими мощностями срабатывания.

Основной целью данной работы является детальное исследование стационарного энергообмена между четырьмя световыми пучками на нелинейности, которую можно назвать диагонально-биполярной [25]. В частности, в работе [26] было показано, что такая нелинейность может быть обусловлена диссипацией энергии светового поля в нематических жидких кристаллах (тепловой механизм нелинейности). В настоящей работе представлены как графические на фазовой плоскости, так и точные аналитические решения системы уравнений, описывающей четырехволновое смешение в диагонально-биполярных средах для различных случаев волновой расстройки.

Основные уравнения

Известно, что отличительной особенностью жидкокристаллических материалов, является очень сильная зависимость показателей преломления от температуры. Для мезофазы жидких кристаллов $\partial n_{\parallel} / \partial T \approx -(4-6) \cdot 10^{-3} \text{ degree}^{-1}$, тогда как величина $\partial n_{\perp} / \partial T$ положительна, но более чем в 4-5 раз меньше по модулю. В результате, когда собственное поглощение жидких кристаллов становится значительным, существенными оказываются нелинейности, связанные с диссипацией энергии световых волн [21,25,26]. В однородном образце нематика изменение температуры приводит к локальному изменению показателей преломления n_{\parallel} и n_{\perp} , но не меняет однородной ориентации директора.

В жидком кристалле чаще всего тензор диэлектрической проницаемости ε_{ij}^0 — одноосный тензор вида

$$\varepsilon_{ij}^0 = \varepsilon_{\perp}^0 + \varepsilon_a^0 n_i n_j, \quad (1)$$

где $\varepsilon_a = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$ — анизотропия диэлектрической проницаемости, n_i — декартовы компоненты единичного вектора в направлении оптической оси, $\varepsilon_{\perp} = n_0^2$ и $\varepsilon_{\parallel} = n_e^2$.

Локальное изменение главных компонент тензора диэлектрической проницаемости ε_{ij}^0 в результате поглощения энергии светового поля можно представить в следующем виде: $\delta \varepsilon_{\perp, \parallel} = \partial \varepsilon_{\perp, \parallel} / \partial T \cdot \delta T$ (δT — изменение температуры образца).

Эволюция температурного поля определяется уравнением диффузии

$$\frac{d\delta T}{dt} - \chi \Delta \delta T = \frac{\sigma c n |E|^2}{8\pi \rho C_p} - \Gamma \delta T, \quad (2)$$

где Δ — лапласиан; σ — коэффициент поглощения (cm^{-1}); ρC_p ($\text{erg/cm}^2 \cdot \text{degree}$) — теплоемкость единицы объема; $\chi \sim 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$ — коэффициент температуропроводности; Γ^{-1} — время установления стационарного распределения температуры при приложении сторонних источников теплоты к образцу; $\Gamma \sim \chi (a^{-2} + (\pi^2/L^2))$; a — поперечный размер пучка; L — толщина кюветы с хорошим теплоотводом на стенках; $|E|^2$ — интенсивность световых волн, участвующих во взаимодействии; второй член в правой части уравнения (2) введен для учета отвода тепла из образца при однородном нагреве.

Рассмотрим попутное в направлении оси z распространение четырех вырожденных по частоте световых волн в нематическом жидком кристалле, как показано на рис. 1. Видно, что на жидкокристаллический оптический одноосный кристалл падают в общем случае две эллиптически-поляризованные световые волны, которые, как известно, при распространении в одноосном кристалле распадаются на четыре линейно-поляризованные

волны обыкновенного *o*- и необыкновенного *e*-типов. Оптическая ось кристалла совпадает по направлению с осью *y*. Под углами Θ и Θ' распространяются внутри кристалла необыкновенные волны, тогда как направления распространения волн обыкновенного типа сдвинуты соответственно на δ и δ' от направления распространения *e*-волн. Амплитуда суммарной электромагнитной волны внутри кристалла может быть представлена как

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_x \left(E_2(z) \exp(i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}) + E_4(z) \exp(i\mathbf{k}_4 \mathbf{r}) \right) + \mathbf{e}_1 E_1(z) \exp(i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) + \mathbf{e}_3 E_3(z) \exp(i\mathbf{k}_3 \mathbf{r}), \quad (3)$$

где \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y и \mathbf{e}_z — орты декартовой системы координат; \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_3 — единичные векторы поляризации необыкновенных световых волн; E_2, E_4 — амплитуды обыкновенных волн; E_1, E_3 — необыкновенных волн.

Зависимость по *z* амплитуд световых волн E_1, E_2, E_3 и E_4 значительно более медленная в масштабе $\lambda = (2\pi)/k$ по сравнению с быстрым множителем $\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$.

Под действием световых полей происходит модуляция показателей преломления, обусловленная диссипацией энергии светового поля. В дальнейшем будем пренебрегать вкладом *z*-компонент световых волн необыкновенного типа, считая углы Θ и Θ' малыми по величине. Определим изменение диэлектрической проницаемости в общем виде $\delta\varepsilon_{xy} = \delta\varepsilon_{yx} = 0$, $\delta\varepsilon_{xx} = \delta\varepsilon_{\perp}$, $\delta\varepsilon_{yy} = \delta\varepsilon_{\parallel}$ [25]. Из вышесказанного следует, что происходит только изменение диагональных элементов тензора диэлектрической проницаемости. Предполагается, что изменение тензора диэлектрической проницаемости в результате переориентации директора жидкого кристалла является незначительным в сравнении с нелинейностью, вызываемой диссипацией энергии светового поля. Подставляя в уравнение (2) *E* из (3) получим приближенное решение

$$\delta T = \frac{c}{8\pi\rho C_p} \Gamma^{-1} Q(\mathbf{r}, t), \quad (4)$$

где

$$Q(\mathbf{r}, t) = \left(\sigma_o n_o (|E_2|^2 + |E_4|^2) + \sigma_e n_e (|E_1|^2 + |E_3|^2) \right) \times \left(1 - \exp(-\Gamma t) \right) + \frac{\sigma_o n_o \Gamma}{\Gamma_o} E_2 E_4^* \times \exp(i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_4)\mathbf{r}) \left(1 - \exp(-\Gamma_o t) \right) + \text{к.с.} + \frac{\sigma_e n_e \Gamma}{\Gamma_e} E_1 E_3^* (\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_3) \exp(i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3)\mathbf{r}) \times \left(1 - \exp(-\Gamma_e t) \right) + \text{к.с.} \quad (5)$$

Здесь $\Gamma_o = \chi(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_4)^2$ и $\Gamma_e = \chi(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3)^2$. Приближенное решение (4), (5) уравнения (2) получено для случая $\Gamma/\Gamma_o, \Gamma/\Gamma_e \ll 1$ (пространственный период решеток много меньше длины среды или радиуса пучков) и в предположении, что амплитуды световых волн остаются неизменными.

Уравнения, описывающие взаимодействие четырех волн в предположении $|\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_4|, |\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3| \ll |\mathbf{k}_1|, |\mathbf{k}_2|, |\mathbf{k}_3|, |\mathbf{k}_4|$ в стационарном случае, имеют вид

$$\frac{dE_1}{dz} = - \frac{i\pi C_e}{\lambda \cos^2 \Theta} \left((\Theta_0 + A_e b_e (\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_3) |E_3|^2) E_1 \cos \Theta + A_o b_o \cos \Theta' E_2 E_3 E_4^* \exp(i\Delta \mathbf{k}_z z) \right), \quad (6)$$

$$\frac{dE_2}{dz} = \frac{i\pi C_o}{\lambda \cos(\Theta + \delta)} \left((\Theta_0 + A_o b_o |E_4|^4) E_2 + A_e b_e (\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_3) E_1 E_3^* E_4 \exp(-i\Delta \mathbf{k}_z z) \right), \quad (7)$$

$$\frac{dE_3}{dz} = - \frac{i\pi C_e}{\lambda \cos^2 \Theta'} \left((\Theta_0 + A_e b_e (\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_3) |E_1|^2) E_3 \cos \Theta' + A_o b_o \cos \Theta E_1 E_2^* E_4 \exp((-i\Delta \mathbf{k}_z z)) \right), \quad (8)$$

$$\frac{dE_4}{dz} = \frac{i\pi C_o}{\lambda \cos(\Theta' + \delta')} \left((\Theta_0 + A_o b_o |E_2|^2) E_4 + A_e b_e (\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_3) E_1^* E_2 E_3 \exp(i\Delta \mathbf{k}_z z) \right), \quad (9)$$

где $\Theta_0 = A_o(|E_2|^2 + |E_4|^2) + A_e(|E_1|^2 + |E_3|^2)$; $\Delta \mathbf{k}_z = (\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_4)_z$ — проекция волновой расстройки на направление распространения (ось *z*); λ — длина волн, участвующих во взаимодействии;

$$|C_o| = \frac{\sigma c}{4\pi\rho C_p \Gamma} (dn_o/dT); \quad |C_e| = \frac{\sigma c}{4\pi\rho C_p \Gamma} (dn_e/dT);$$

$\sigma = (\sigma_o + \sigma_e)/2$ — среднее значение коэффициента поглощения световых волн; A_o, A_e, b_o, b_e — действительные коэффициенты; разность коэффициентов A_o, A_e определяется дихроизмом поглощения *o*- и *e*-волн; $A_o = \sigma_o n_o / \sigma$, $A_e = \sigma_e n_e / \sigma$; b_o, b_e определяют эффективность записи стационарных тепловых решеток по сравнению с однородным нагревом ($b_o, b_e < 1$); $b_o = \Gamma/\Gamma_o$, $b_e = \Gamma/\Gamma_e$; C_o, C_e — константы связи согласно вышесказанному $C_o > 0$, $C_e < 0$; в уравнениях (6)–(9) $C_o = |C_o|$ и $C_e = |C_e|$.

Четырехволновое смешение в средах с биполярным откликом среды изучалось в [25] при записи статических тепловых решеток в приближении неистоощаемых волн накачки. Анализировались условия, обеспечивающие эффективный энергообмен между волнами. В настоящей работе проведен полный теоретический анализ особенностей энергообмена световых волн в зависимости от граничных условий. Данная зависимость имеет нетривиальный характер. Энергообмен световых волн зависит как от начальной разности фаз, так и от распределения полной мощности между световыми волнами на входе в кристалл. Так, при определенных условиях ”небольшое” изменение распределения полной мощности между световыми волнами на входе в образец ведет к резкому усилению двух из четырех волн на выходе из кристалла (эффект оптического переключения). Имеет место сильная зависимость энергообмена между световыми волнами от изменения начальной разности фаз.

Анализ графических решений на фазовой плоскости

Система уравнений (6)–(9) допускает существование интегралов движения

$$a|E_1|^2 + |E_2|^2 + b|E_3|^2 + c|E_4|^2 = P, \quad (10)$$

$$a|E_1|^2 - |E_2|^2 = D_1, \quad b|E_3|^2 - c|E_4|^2 = D_2 \quad (11), (12)$$

где

$$a = \left(A_e b_e C_o n_e \cos^2 \Theta (\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_3) \right) / \left(A_o b_o C_e n_o \cos(\Theta + \delta) \cos \Theta' \right),$$

$$b = \left(A_e b_e C_o n_e \cos^2 \Theta' (\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_3) \right) / \left(A_o b_o C_e n_o \cos(\Theta + \delta) \cos \Theta \right),$$

$$c = \cos(\Theta' + \delta') / \cos(\Theta + \delta).$$

P можно интерпретировать как сохранение полной мощности с учетом "дисперсионных" свойств среды, а наличие величин D_1 и D_2 показывает, что обмен квантами (энергиями) может происходить только между волнами различных поляризаций (в частности, между o - и e -волнами, возникающими в результате распада первоначально эллиптически поляризованной волны при распространении по одноосному кристаллу). Сделаем замену переменных и введем новые величины q_i ($i = 1-4$): $E_1 = q_1 \sqrt{P/a}$, $E_2 = q_2 \sqrt{P}$, $E_3 = q_3 \sqrt{P/b}$ и $E_4 = q_4 \sqrt{P/c}$. Тогда интегралы движения (10)–(12) в новых обозначениях будут иметь вид $|q_1|^2 + |q_2|^2 + |q_3|^2 + |q_4|^2 = 1$, $|q_1|^2 - |q_2|^2 = d_1$ и $|q_3|^2 - |q_4|^2 = d_2$, где $d_1 = D_1/P$ и $d_2 = D_2/P$. Указанная замена переменных позволяет с помощью интегралов движения свести исходную систему уравнений (6)–(9) к системе из двух уравнений для вещественных переменных $\eta(s) = |q_2|^2$ и $\psi(s) = ks + \varphi_2 + \varphi_3 - \varphi_1 - \varphi_4$. Данная система имеет следующий вид:

$$\frac{d\eta}{ds} = \sin \psi \sqrt{\eta(\eta + d_1)(1 - d_1 + d_2 - 2\eta)(1 - d_1 - d_2 - 2\eta)}, \quad (13)$$

$$\frac{d\psi}{ds} = \cos \psi$$

$$\begin{aligned} & \times \left(\frac{\sqrt{(d_1 + \eta)(1 - d_1 + d_2 - 2\eta)(1 - d_1 - d_2 - 2\eta)}}{2\sqrt{\eta}} \right. \\ & - \frac{\sqrt{(d_1 + \eta)(1 - d_1 - d_2 - 2\eta)}}{\sqrt{1 - d_1 + d_2 - 2\eta}} \\ & + \frac{\sqrt{\eta(1 - d_1 + d_2 - 2\eta)(1 - d_1 - d_2 - 2\eta)}}{2\sqrt{d_1 + \eta}} \\ & \left. - \frac{\sqrt{\eta(d_1 + \eta)(1 - d_1 + d_2 - 2\eta)}}{\sqrt{1 - d_1 - d_2 - 2\eta}} \right) \\ & - \eta(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + r_1 \frac{1 - d_1 - d_2}{2} \\ & + r_2 \frac{1 - d_1 + d_2}{2} - r_4 d_1 + k, \end{aligned} \quad (14)$$

где $s = z\rho$; $k = \Delta \mathbf{k}_e / \rho$; $\rho = (\pi C_e A_o b_o P / \lambda \cos \Theta) \times \sqrt{\cos(\Theta + \delta) \cos \Theta' / \cos(\Theta' + \delta') \cos \Theta}$; коэффициенты r_i ($i = 1-4$) зависят только от параметров среды и геометрии эксперимента.

В предположении, используемом нами, имеем $\cos \Theta = \cos \Theta'$, $\cos(\Theta + \delta) = \cos(\Theta' + \delta')$, $(\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_3) \approx 1$ в (13), (14). Данное обстоятельство значительно упрощает вид коэффициентов r_1, r_2, r_3, r_4 . С учетом данного предположения коэффициенты r_i имеют вид $r_1 = r_3 = 1/r_2 = 1/r_4 = C_o n_e \cos \Theta / C_e n_o \cos(\Theta + \delta)$. В наиболее общем случае r_i ($i = 1-4$) незначительно отличаются от приведенных. Поправки к r_i связаны с различием $\cos \Theta$, $\cos \Theta'$, $\cos(\Theta + \delta)$, $\cos(\Theta' + \delta')$, $(\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_3) \neq 1$, которыми было пренебрежено. Величины $|q_1|^2$, $|q_3|^2$ и $|q_4|^2$ выражаются через η с помощью интегралов движения d_1 и d_2 : $|q_1|^2 = \eta + d_1$, $|q_3|^2 = (1 - d_1 + d_2 - 2\eta)/2$ и $|q_4|^2 = (1 - d_1 - d_2 - 2\eta)/2$.

Уравнения (13), (14) могут быть представлены в гамильтоновом виде для канонически сопряженных величин η и ψ ($d\eta/ds = -\partial H/\partial \psi$ и $d\psi/ds = \partial H/\partial \eta$) с гамильтонианом H

$$\begin{aligned} H = & \sqrt{\eta(d_1 + \eta)(1 - d_1 + d_2 - 2\eta)(1 - d_1 - d_2 - 2\eta)} \cos \psi \\ & - \frac{\eta^2}{2} (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + \eta \left(r_1 \frac{1 - d_1 - d_2}{2} \right. \\ & \left. + r_2 \frac{1 - d_1 + d_2}{2} - r_4 d_1 + k \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Значение величины гамильтониана H , задаваемое граничными условиями, остается постоянным по мере распространения световых волн в среде. Это позволяет получить как аналитические, так и графические решения системы уравнений (13), (14) при заданных значениях d_1 и d_2 . Первый член гамильтониана (15) соответствует параметрическому члену в исходных уравнениях (6)–(9), ответственному за энергообмен между

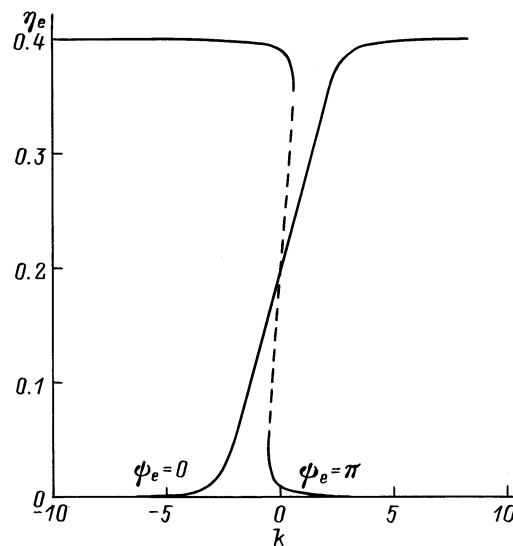


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма: зависимость собственных мод четырехволнового смещения в средах с диагонально-биполярным откликом от безразмерной волновой расстройкой.

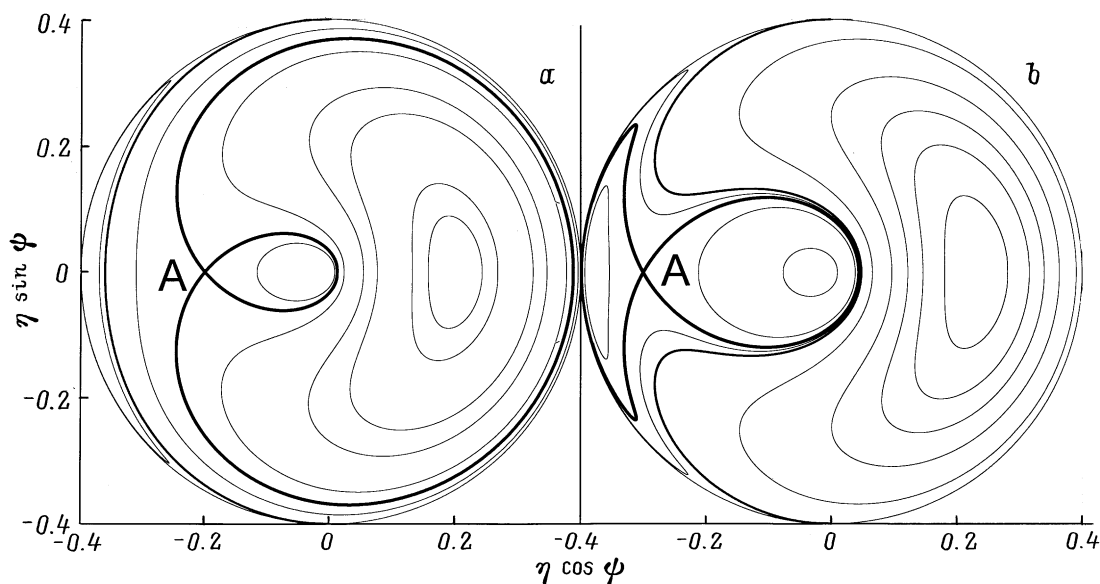


Рис. 3. Фазовые портреты для $k = 0$ (a), 0.4 (b).

световыми волнами, а последующие члены гамильтониана (квадратичные и линейные по η) соответствуют непараметрическим членам, ответственным за само- и кроссфазовую модуляцию волн. В дальнейшем мы будем иметь дело со следующими значениями постоянных, входящих в гамильтониан двумерного осциллятора: $d_1 = 0.1$, $d_2 = 0.1$ (d_1 и d_2 принимают значения от -1 до 1), $A = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 8.5$, $B = r_1(1 - d_1 - d_2)/2 + r_2(1 - d_1 + d_2)/2 - r_4d_1 = 1.7$. Можно показать, что анализ графических решений на фазовой плоскости значительно "облегчает" восприятие точных аналитических решений исходной системы уравнений (13), (14).

Вид траекторий на фазовой плоскости существенно определяется наличием, количеством и устойчивостью экстремальных точек гамильтониана, определяемых из условия равенства нулю частных производных гамильтониана по η и ψ ($\partial H/\partial \psi_{\eta_e, \psi_e} = \partial H/\partial \eta_{\eta_e, \psi_e} = 0$). Данные экстремальные точки известны в литературе как собственные моды системы уравнений (13), (14) [6–12,19,20]. На рис. 2 показана зависимость собственных мод от безразмерной волновой расстройки k . Как видно, существуют две собственные моды с $\eta \neq \eta_{\max}$ и фазами $\psi_e = 0$ и $\psi_e = \pi$. Анализ на устойчивость собственных мод показывает, что ответ на данный вопрос зависит от значения коэффициента A при квадратичном члене по η в гамильтониане (15). Если значение коэффициента A превышает некоторое критическое значение A_{cr} (в нашем случае с заданными значениями d_1 и d_2 $A_{cr} = 4.33$), то собственная мода с фазой $\psi_e = \pi$ будет иметь участок неустойчивости (неустойчивый участок собственной моды с фазой $\psi_e = \pi$ выделен штриховой линией на рис. 2). В случае $A < A_{cr}$ собственная мода с фазой $\psi_e = \pi$ является устойчивой при всех волновых расстройках. Тогда как в случае $A > A_{cr}$ при

определенных волновых расстройках устойчивая мода с фазой $\psi_e = \pi$ "расщепляется" на три собственные моды. Причем две из этих мод остаются устойчивыми, тогда как третья становится неустойчивой. В нашем случае четырехволнового смещения на тепловой нелинейности жидкокристаллических мезофаз имеет место случай $A > A_{cr}$. Стоит отметить, что существование неустойчивой собственной моды в стационарном энергообмене четырех волн на тепловой нелинейности жидкокристаллических мезофаз связано с существенным различием в "силе" решеток, записываемых обыкновенными и необыкновенными волнами (коэффициент связи C_e по модулю намного больше C_o). В других средах с диагонально-биполярной нелинейностью неустойчивая мода в четырехволновом смещении может не наблюдаться, если $A < A_{cr}$ (коэффициенты связи во всех четырех уравнениях, описывающих данный процесс, почти совпадают). Как видно из рис. 2, возможна ситуация, когда неустойчивая мода с фазой $\psi_e = \pi$ может не наблюдаться также в случае четырехволнового смещения на тепловой нелинейности жидкокристаллических фаз для достаточно больших значений волновой расстройки. Но случай с неустойчивой модой представляет значительный интерес по сравнению с другими случаями.

Рассмотрим два случая волновой расстройки $k = 0$ и $k = 0.4$. На рис. 3, a, b показаны фазовые портреты, являющиеся решениями системы уравнений (13), (14) для данных волновых расстроек (рис. 3, a для случая $k = 0$ и рис. 3, b для случая $k = 0.4$). Устойчивые собственные моды являются на фазовой плоскости устойчивыми центрами, а неустойчивая собственная мода — точкой типа неустойчивого седла (она выделена буквой A на фазовых портретах). Неустойчивая собственная мода дает начало двухпетлевой сепаратрисе. Траектории, образующие двухпетлевые сепаратрисы выделены на рис. 3, a, b более жирными линиями.

Преимущества графических решений системы (13), (14) в том, что фазовые портреты двумерного осциллятора дают возможность визуально подобрать начальное распределение полной мощности между световыми волнами и начальную разность фаз волн, так чтобы энергообмен между световыми волнами был наибольшим. В идеальном случае максимального энергообмена необходимо существование такой фазовой траектории, которая проходила бы через точки $\eta = 0$ и $\eta = \eta_{\max} = 0.4$. Но как видно из рис. 3, *a, b*, таких траекторий не существует. Используя данные фазовые портреты легко найти области, в которых энергообмен между световыми пучками будет максимальным для данных d_1 и d_2 . Визуально рассматривая графические решения двумерного нелинейного осциллятора с соответствующим гамильтонианом (15), можно сказать, что если граничные условия выбраны так, что начальная точка на фазовой плоскости, определяемая этими условиями, находится вблизи соответствующих устойчивых собственных мод, то стационарный энергообмен между световыми волнами будет незначительным. И наоборот, если начальная точка на фазовой плоскости будет находиться вблизи двухпетлевой сепаратрисы, то энергообмен между световыми пучками может значительно усилиться.

Следует обратить внимание на вид фазовых траекторий, образующих двухпетлевую сепаратрису для различных значений волновой расстройкой. Данные две фазовые траектории, точный аналитический вид которых может быть описан в терминах гиперболических функций, асимптотически сходятся в точке A — неустойчивой собственной моде для обеих волновых расстройок. На рис. 3, *a* обе составляющие сепаратрисы образуют петли: большую и малую. Тогда, как и для случая $k = 0.4$, "большая" петля сепаратрисы не попадает в область положительных значений $\cos \psi$. Соответственно двухпетлевую сепаратрису образуют две практически равные по размерам петли. Как видно из рис. 3, *b*, происходит "перестройка" всего фазового портрета для $k = 0.4$ по сравнению со случаем $k = 0$ в соответствии с изменением вида двухпетлевой сепаратрисы.

Вся фазовая плоскость на рис. 3, *a, b* разбита на три области, в каждой из которых существуют различающиеся замкнутые траектории. Каждой замкнутой траектории соответствует периодическое решение, которое может быть представлено в виде комбинации эллиптических функций. Стоит обратить внимание на траектории на обоих фазовых портретах, которые выходят из окружности с координатами ($\eta = 0.4$, $\psi = 3\psi/2$) и возвращаются в окружность в точку с координатой ($\eta = 0.4$, $\psi = \pi/2$) (они выделены на рис. 3, *a, b* менее жирными линиями по сравнению с двухпетлевыми сепаратрисами). Как показывает анализ, данная фазовая траектория является также периодической и ее аналитическое решение может быть представлено в терминах эллиптических функций. Из-за особенностей построения фазовых портретов в координатах $\eta \cos \psi$, $\eta \sin \psi$ полный графический вид данных траекторий не может быть показан в общем виде. Данные фазовые траектории в

некотором смысле можно назвать простыми сепаратрисами, поскольку они отделяют друг от друга несколько различающиеся типы периодических решений. А именно данные фазовые траектории являются граничными для фазовых траекторий, у которых ψ изменяется от 0 до 2π и для фазовых траекторий, для которых значение величины ψ ограничено меньшими значениями.

Рассматривая фазовые портреты (рис. 3, *a, b*) стоит отметить, что точка на фазовой плоскости движется в сторону увеличения значения величины η в верхней половине фазовой плоскости ($\sin \psi > 0$) и в сторону уменьшения величины η в нижней половине ($\sin \psi < 0$). Например, точка, находящаяся на "большой" петле сепаратрисы (рис. 3, *a*), будет двигаться по часовой стрелке, тогда как точка на малой петле этой же сепаратрисы движется против часовой стрелки.

Аналитические решения

Рассмотрим аналитический вид графических решений, представленных на рис. 3, *a, b*. Анализ показывает, что система уравнений (13), (14) может быть рассмотрена как задача движения материальной точки в одномерном потенциальном поле. Используя (15), можно получить из (13), (14) интегральное представление исходной задачи

$$\sqrt{\frac{A^2}{4} - 4} \cdot s = \int_{\eta_0}^{\eta} \frac{dx}{\sqrt{f(x)}}, \quad (16)$$

где $\eta_0 = \eta$ ($s = 0$); $f(x)$ — потенциальное поле, в котором движется материальная частица в общем случае многочлен четвертой степени $f(x) = -x^4 + \alpha_1 x^3 + \alpha_2 x^2 + \alpha_1 x + \alpha_0$, коэффициенты которого имеют следующий вид:

$$\alpha_3 = \frac{4(2d_1 - 1) + A(B + k)}{\frac{A^2}{4} - 4}, \quad (17)$$

$$\alpha_2 = \frac{1 - 6d_1 + 5d_1^2 - d_2^2 - B^2 - k^2 - HA - 2Bk}{\frac{A^2}{4} - 4}, \quad (18)$$

$$\alpha_1 = \frac{d_1 - 2d_1^2 + d_1^3 - d_1 d_2^2 + 2H(B + k)}{\frac{A^2}{4} - 4}, \quad (19)$$

$$\alpha_0 = -\frac{H^2}{\frac{A^2}{4} - 4}. \quad (20)$$

Для нахождения аналитического вида решений системы (13), (14) необходимо найти все корни уравнения $f(x) = 0$. В наиболее общем случае найти и проанализировать аналитический вид корней — достаточно трудная задача. Поэтому более естественно получить зависимость $f(x)$ графически. Так, значению неустойчивой собственной моды соответствуют следующие значения гамильтониана (15): $H \approx 0.05$ для $k = 0$ и $H \approx 0.14952$ для $k = 0.4$. Соответствующие зависимости $f(x)$ для данных значений гамильтониана

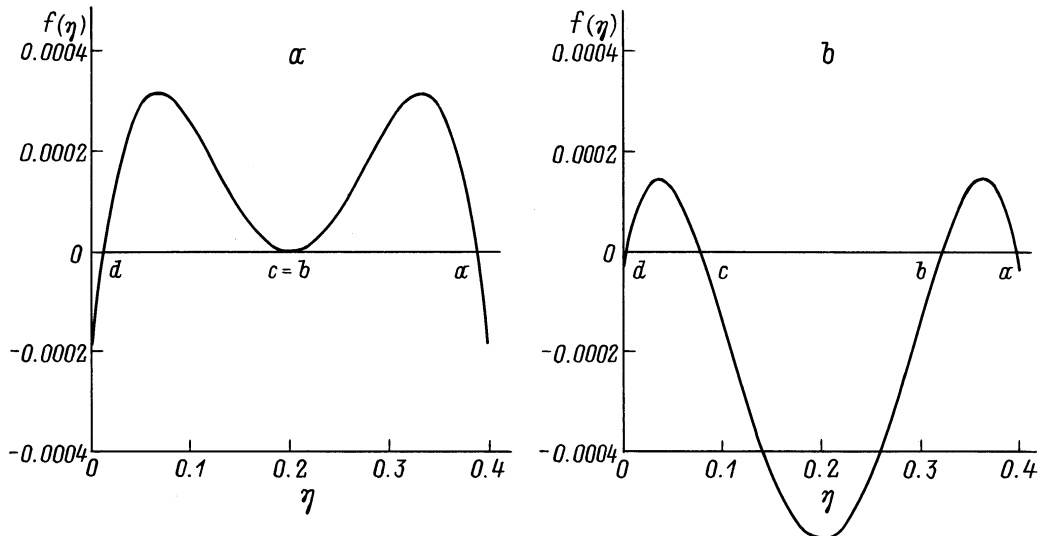


Рис. 4. Зависимости $f(\eta)$ для $k = 0$. $a - H = H_{ins}$, $b - H < H_{ins}$.

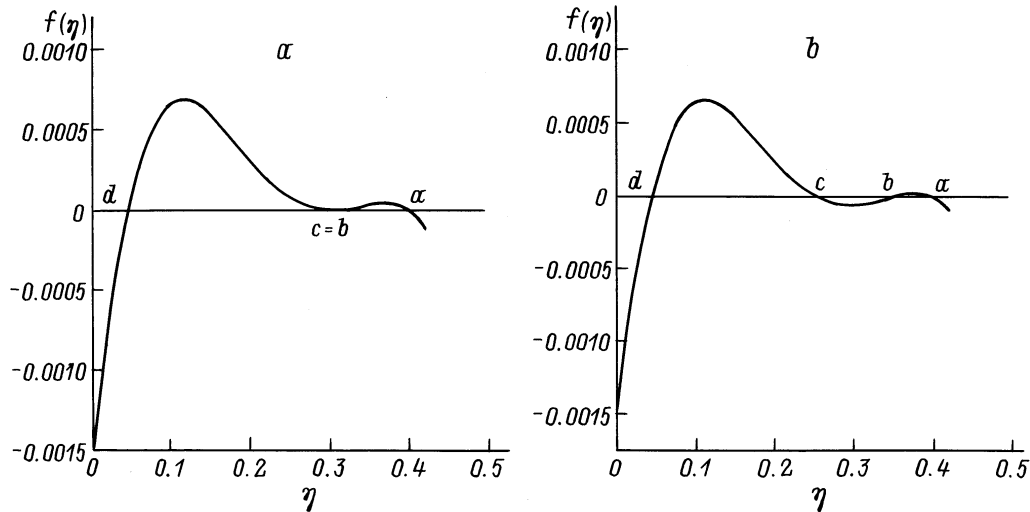


Рис. 5. Потенциал одномерного осциллятора для одномерной материальной точки, адекватно описывающей стационарный энергообмен в средах с диагонально-биполярной нелинейностью для $k = 0.4$. $a - H = H_{ins}$, $b - H < H_{ins}$.

представлены на рис. 4, *a* и 5, *a*. В дальнейшем будем обозначать корни уравнения $f(x) = 0$ буквами a, b, c, d ($a > b > c > d$). Как видно из данных рисунков, для неустойчивой собственной моды имеет место случай $c = b$, а $f(x)$ может быть разложена на множители как $f(x) \approx (0.38855 - x)(0.2 - x)^2(x - 0.01145)$ для случая $k = 0$ и $f(x) \approx (0.3978 - x)(0.29975 - x)^2(x - 0.0445)$ для случая $k = 0.4$. Как видно из данных рисунков, существуют две области, в которых может двигаться материальная частица ($f(x) \geq 0$). Одна из этих областей ограничена точками d и $c = b$, а другая — точками $c = b$ и a . Движение точки η внутри области, заключенной между d и b , соответствует малой петле двухпетлевой сепаратрисы на рис. 3, *a* и фазовой траектории, расположенной справа от точки *A* на рис. 3, *b*. Тогда как область

движения η с концами в точках a и b соответствует фазовой траектории, которая образует большую петлю сепаратрисы (рис. 3, *a*) и фазовой траектории, расположенной слева от точки *A* на рис. 3, *b*. Анализ показывает, что данные решения могут быть представлены в следующем виде ($a + d \neq 2b$):

$$\eta = b + \frac{2(b-d)(a-b)}{(a-d) \operatorname{ch} U_1 + 2b - a - d} \quad (21)$$

для фазовой траектории, расположенной слева от точки *A* на рис. 3, *b*, и

$$\eta = b - \frac{2(a-b)(b-d)}{(a-d) \operatorname{ch} U_2 + a + d - 2b} \quad (22)$$

для фазовой траектории, находящейся справа от точки A на рис. 3, b , где

$$U_1 = \pm \operatorname{arch} \left((\eta_0(a+d-2b) + b(a+d) - 2ad) / ((a-d)(\eta_0 - b)) \right) - \sqrt{(a-b)(b-d)} \sqrt{A^2/4 - 4} \cdot s,$$

$$U_2 = \pm \operatorname{arch} \left((\eta_0(a+d-2b) + b(a+d) - 2ad) / ((a-d)(b-\eta_0)) \right) - \sqrt{(a-b)(b-d)} \sqrt{A^2/4 - 4} \cdot s.$$

В дальнейшем надо иметь в виду, что значения arch положительные; для U_1 знаки "+" и "-" соответствуют случаям, когда начальные точки находятся в верхней ($\sin \psi > 0$) и в нижней ($\sin \psi < 0$) половинах фазовой плоскости; для U_2 необходимо писать знак "+" для точки, первоначально находящейся в нижней половине фазовой плоскости, тогда как знак "-" — для точки, которая в начальный момент времени расположена в верхней половине.

Очень простой вид (21), (22) может быть получен в случае $a+d=2b$. Именно такой случай при данных постоянных d_1, d_2, A и B имеет место в случае $k=0$. Результаты дают следующие численные выражения для аналитических решений фазовых траекторий, образующих двухпетлевую сепаратрису:

$$\eta = 0.2 \pm \frac{0.18855}{\operatorname{ch} U}, \quad (23)$$

$$\cos \psi = \frac{1.2591 - \operatorname{ch}^2 U}{\sqrt{(\operatorname{ch}^2 U - 0.8888)(\operatorname{ch}^2 U - 0.395)}},$$

$$\sin \psi = \pm \frac{1.111 \operatorname{sh} U}{\sqrt{(\operatorname{ch}^2 U - 0.8888)(\operatorname{ch}^2 U - 0.395)}}, \quad (24)$$

где знаки "+" и "-" соответствуют большой и малой петлям сепаратрисы; $U = \pm \operatorname{arch}(0.18855/(|0.2 - \eta_0|)) - 0.7070625 \cdot s$; знак "+" необходимо писать в случае, если начальная точка находится в нижней половине фазовой плоскости для малой петли сепаратрисы и в верхней половине фазовой плоскости для большой петли сепаратрисы; знак "-" необходимо писать в остальных случаях.

На рис. 4, b , 5, b показаны зависимости $f(x)$ для случая, когда $H < H_{\text{ins}}$ для $k=0$ и $k=0.4$ соответственно. В частности, рис. 4, b получен для случая $H=0.02$, а рис. 5, b — для случая $H=0.145$. Зная численные значения корней уравнения $f(x)=0$, можно получить разложение $f(x)$ на множители. Например, для случая $k=0$ имеем $f(x) \approx (0.39715-x)(0.32175-x)(0.0782499-x) \times$

$\times (x - 0.00285)$. Из данных рисунков видно, что существуют две области движения точки η в потенциальном поле $f(\eta)$. Так, для случая $k=0$, движению η между точками d и c соответствуют фазовые траектории, находящиеся внутри малой петли сепаратрисы на рис. 3, a , в то время как движению точки η между точками a и b соответствуют фазовые траектории, расположенные вне большой петли сепаратрисы. Рассмотрим случай движения η между точками d и c . Делая замену переменных вида $y = \arcsin \sqrt{((a-c)(x-d))/((c-d)(a-x))}$, приведем исходный интеграл к табличному [27]. Данное решение может быть представлено в следующем виде:

$$\eta = \frac{a(c-d) \operatorname{sn}^2(U; r) + d(a-c)}{(c-d) \operatorname{sn}^2(U; r) + a-c}, \quad (25)$$

где $\operatorname{sn}(U; r)$ — эллиптический синус; $r = \sqrt{((a-b)(c-d))/((a-c)(b-d))}$ — модуль эллиптической функции; $U = \sqrt{(a-c)(b-d)} \sqrt{A^2/4 - 4} \times s/2 \pm F(\beta_0; r)$; $F(\beta_0; r)$ — эллиптический интеграл первого рода; $\beta_0 = \arcsin \times \sqrt{((a-c)(\eta_0-d))/((c-d)(a-\eta_0))}$.

В частности, для значения гамильтониана, для которого показана зависимость $f(x)$ на рис. 4, b , результаты дают

$$\eta \approx \frac{0.0299 \operatorname{sn}^2(U; r) + 0.00091}{0.0754 \operatorname{sn}^2(U; r) + 0.3189}, \quad (26)$$

где $U = 0.5979 \cdot s + F(\beta_0; r)$, если начальная точка расположена в верхней половине фазовой плоскости; $U = 0.5979 \cdot s - F(\beta_0; r)$, если начальная точка расположена в нижней половине фазовой плоскости.

Зная η , можно найти другие оставшиеся величины $|q_1|^2, |q_3|^2, |q_4|^2$ и ψ .

Рассмотрим случай, когда граничные условия выбраны таким образом, что при заданном значении гамильтониана H η будет двигаться внутри области, ограниченной точками a и b . Тогда, вводя новую переменную y как $y = \arcsin \sqrt{((b-d)(a-x))/((a-b)(x-d))}$, приведем интеграл (16) к табличному. Окончательное решение может быть представлено в следующем виде:

$$\eta = \frac{d(a-b) \operatorname{sn}^2(U; r) + a(b-d)}{(a-b) \operatorname{sn}^2(U; r) + b-d}, \quad (27)$$

где $U = \pm F(\mu_0; r) - \sqrt{(a-c)(b-d)} \sqrt{A^2/4 - A} \cdot s/2$; $r = \sqrt{((a-b)(c-d))/((a-c)(b-d))}$ — модуль эллиптической функции Якоби; $\mu_0 = \arcsin \sqrt{((b-d)(b-\eta_0))/((a-b)(\eta_0-d))}$; знаки "+" и "-" зависят от того, в какой области фазовой плоскости в начальный момент времени находится материальная точка (рис. 3).

Анализ уравнений (25), (27) показывает, что их решения переходят в (21), (22) при $H \rightarrow H_{\text{ins}-0}$. Так, (25) переходит в (22), а (27) — в (21). Подобного стоило ожидать, рассматривая фазовые портреты на рис. 3.

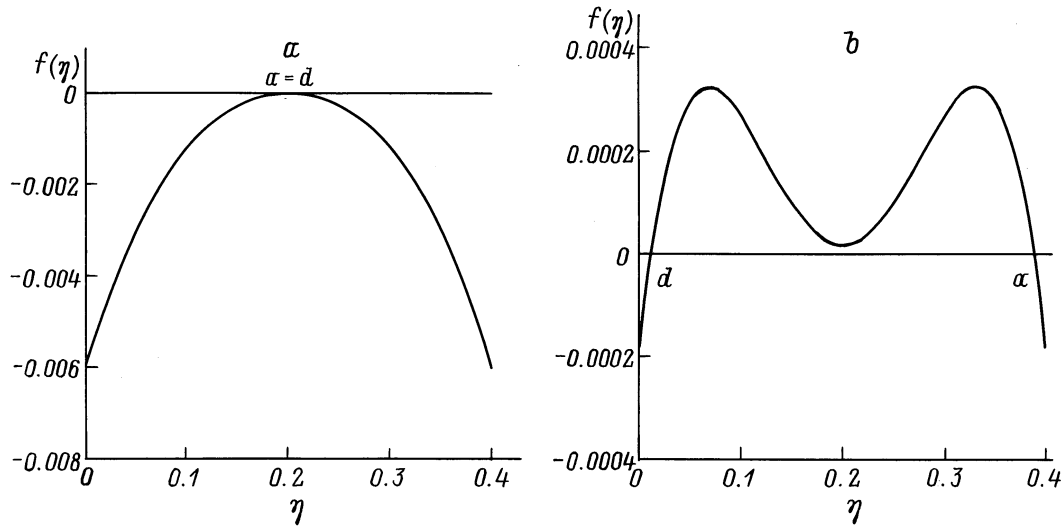


Рис. 6. $f(\eta)$ для фазовых траекторий, расположенных внутри большой петли сепаратрисы для $k = 0$, $a - H = H_{st}$, $b - H_{ins} < H < H_{st}$.

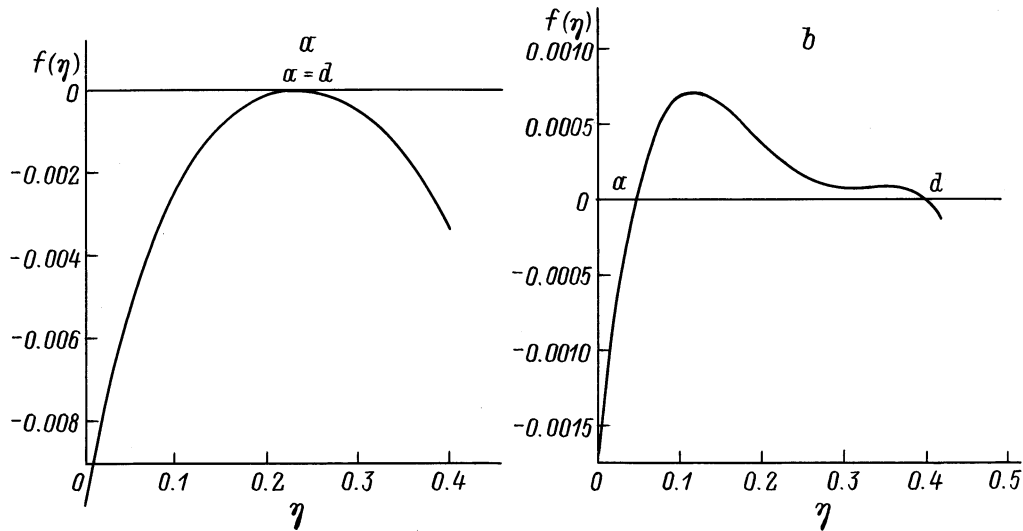


Рис. 7. Зависимости $f(\eta)$ в случае $k = 0.4$. $a - H = H_{st}$, $b - H_{ins} < H < H_{st}$.

Совершенно отличная ситуация от вышеприведенных имеет в случае $H_{ins} < H < H_{st}$, где H_{st} — значение гамильтониана (15) в точке устойчивой моды с $\psi_e = 0$. Так, на рис. 6, 7 представлены зависимости $f(x)$ для случаев $H = H_{st}$ (рис. 6, a ; 7, a) и $H_{ins} < H < H_{st}$ (рис. 6, b , 7, b) для обеих волновых расстроек $k = 0$ (рис. 6) и $k = 0.4$ (рис. 7). Для данных значений гамильтониана существуют только два вещественных корня уравнения $f(x) = 0$. Для $H = H_{st}$ решение имеет наиболее простой вид $\eta(s) = \eta_e$, а соответствующее разложение $f(x)$ на множители может быть представлено, например, для случая $k = 0$ как $f(x) \approx (0.2 - x)^2(-x^2 + 0.4x - 0.149511)$. Но наибольший интерес, как это видно из рис. 6, 7, представляют значения гамильтониана, при которых имеет место $H - H_{ins} \approx 0$. При данных значениях га-

милтониана амплитуда энергообмена между световыми пучками будет наибольшей. Так, рис. 6, b и рис. 7, b получены для $H = 0.051$ и $H = 0.155$ в случаях $k = 0$ и $k = 0.4$ соответственно. Для случая $k = 0$ данное значение гамильтониана соответствует фазовой траектории, которая находится внутри большой петли сепаратрисы, а для случая $k = 0.4$ соответствующую фазовую траекторию можно найти среди траекторий, которые извне окружают двухпетлевую сепаратрису на рис. 3, b . Используя численные значения корней, можно получить соответствующие разложения функции $f(x)$ на множители. Так, для случая $k = 0$, $H = 0.051$ имеем $f(x) \approx (x - 0.01175)(0.38825 - x)(x^2 - 0.4x + 0.040544)$. Делая замену переменных в (16) вида $y = 2 \arcsctg \times \sqrt{(q(a-x))/(p(x-b))}$, приведем данный интеграл к

табличному. Окончательные решения имеют следующий вид

$$\eta = \frac{(p+q)(qa+pd)\operatorname{sn}^2(U;r) + 2pq(a+d)\operatorname{cn}^2(U;r) \pm \pm 2pq(a-d)\operatorname{cn}(U;r)}{(p+q)^2\operatorname{sn}^2(U;r) + 4pq \cdot \operatorname{cn}^2(U;r)}, \quad (28)$$

где $U = \sqrt{pq}\sqrt{A^2/4 - 4} \cdot s \pm F(\alpha_0; r)$; $p^2 = (b' - a)^2 + b''^2$; $q^2 = (b' - d)^2 + b''^2$; $b = b' + ib''$ — комплексный корень; $\alpha_0 = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{(q(d - \eta_0))/(p(a - \eta_0))}$; $r = 0.5\sqrt{((p+q)^2 + (a-d)^2)/pq}$.

Как видно из (28), существуют два аналитических решения системы (13), (14). Соответственно в зависимости от расположения начальной точки на фазовой плоскости должен быть выбран знак в U перед $F(\alpha_0; r)$. Так, для решения (28) со знаком "+" перед функцией $\operatorname{sn}(U; r)$ имеем следующее. Если точка первоначально расположена в верхней половине фазовой плоскости, то $U = \sqrt{pq}\sqrt{A^2/4 - 4} \cdot s - F(\alpha_0; r)$, а если в нижней половине, то тогда $U = \sqrt{pq}\sqrt{A^2/4 - 4} + F(\alpha_0; r)$. Противоположная картина со знаками в U имеет место в случае, если рассмотреть (28) со знаком "-" перед функцией $\operatorname{sn}(U; r)$. Анализ показывает, что в случае $H \rightarrow H_{\text{ins}+0}$ аналитические решения (28) переходят в соответствующие выражения (21), (22) для фазовых траекторий, составляющих двухпетлевую сепаратрису.

В следующей главе рассмотрены случаи оптического переключения с использованием как графических, так и аналитических решений исходной системы. Несомненно, данные эффекты могут найти применение на практике.

Оптическое переключение

Рассмотрим случай $k = 0$. На рис. 8 представлена зависимость относительной мощности обыкновенной волны E_2 к полной мощности P_{in} на входе в кристалл от расстояния, проходимого световыми волнами внутри кристалла, нормированного на полную длину среды L . P_{in} есть сумма четырех входных мощностей $|E_{10}|^2 + |E_{20}|^2 + |E_{30}|^2 + |E_{40}|^2$, где E_{10} , E_{20} , E_{30} и E_{40} — напряженности световых волн на входе в кристалл. Значение величины P_{in} меняется по мере распространения световых волн в среде (не сохраняющаяся величина) в отличие от интеграла движения P (10). Кривая 1 получена для случая, когда начальная разность фаз $\psi_0 = \psi(z=0) = 0$, тогда как кривая 2 получена для случая, когда $\psi_0 = \pi$ (все остальные условия при численном счете совпадали $\rho L = 50$). Соответствующие значения начальных относительных мощностей: $|E_{10}|^2/P_{\text{in}} = 0.1728$, $|E_{20}|^2/P_{\text{in}} = 2.023 \cdot 10^{-3}$, $|E_{30}|^2/P_{\text{in}} = 0.757$ и $|E_{40}|^2/P_{\text{in}} = 0.06815$. Как видно из рис. 8, амплитуда осцилляций величины $|E_2|^2/P_{\text{in}}$ резко возрастает, когда $\psi_0 = 0$, в отличие от случая $\psi_0 = \pi$. Обыкновенная волна E_2 , при определенном соотношении между длиной среды и полной мощностью может усилиться примерно в 33.4 раза. Соответственно

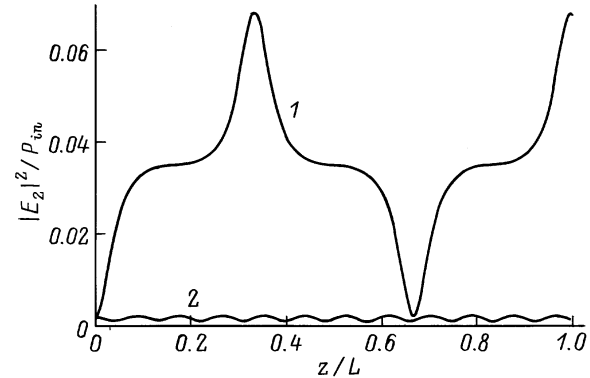


Рис. 8. Зависимость относительной мощности световой волны с амплитудой E_2 от s .

усилится и e -волна E_1 , примерно в 4.4 раза, тогда как две другие световые волны, падающие на кристалл с другого направления (с амплитудами E_3 и E_4), будут отдавать свою энергию. Столь большое различие в коэффициентах усиления связано прежде всего с различием дисперсионных свойств для o - и e -волн (различие в коэффициентах C_o и C_e). Понять, почему происходит столь резкое различие в энергообмене между волнами при изменении начальной разности фаз, можно с помощью как фазового портрета (рис. 3, а), так и точных аналитических решений (25), (27). Кривые 1 и 2 соответствуют решениям системы уравнений (13), (14) из качественно различающихся областей фазовой плоскости. Данное значительное различие в энергообмене при изменении начальной разности фаз может быть объяснено и с физической точки зрения. В рассматриваемом механизме нелинейности (4), (5) считывание каждой из решеток производится волнами обеих поляризаций. Причем считывание o -волной решетки, записанной e -волнами, ведет к возникновению параметрического члена в уравнениях (6)–(9), ответственного за энергообмен, тогда как считывание o -волной решетки, записанной o -волнами, приводит к появлению в уравнениях (6)–(9) члена, ответственного за кроссфазовую модуляцию. Световая волна с амплитудой E_2 есть сумма двух волн: прошедшей волны и волны E_4 , отраженной от решетки, записанной световыми волнами необыкновенного типа с амплитудами E_1 и E_3 . Если сложение данных волн происходит в фазе ($\psi_0 = 0$ — кривая 1 на рис. 8), то наблюдается на начальном этапе резкое усиление волны с амплитудой E_2 . И наоборот, если сложение двух волн происходит в противофазе (кривая 2 на рис. 8), то энергообмен между световыми волнами практически отсутствует.

Рассмотрим возможность обнаружения эффекта оптического переключения энергии при четырехволновом попутном смещении. На рис. 9 представлена зависимость относительной мощности, приходящейся на обыкновенную волну с амплитудой E_2 к полной мощности световых волн на входе в кристалл P_{in} , как функция безразмерной длины $s = z/L$. Начальная разность фаз $\psi_0 = 0$ для всех кривых. Распределение мощности между пучками на входе в жидкий кристалл

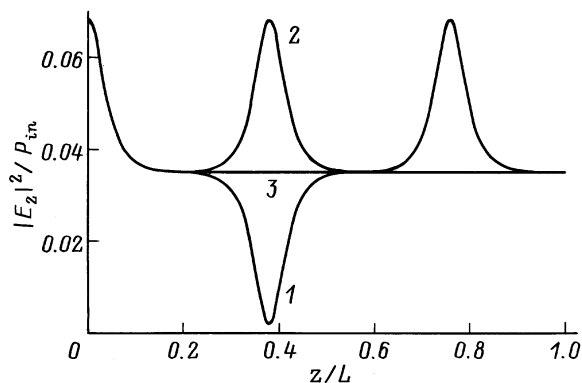


Рис. 9. $|E_2|^2/P_{in}$ как функция s .

следующее: $|E_{10}|^2/P_{in} = 0.7579$, $|E_{20}|^2/P_{in} = 0.0682$, $|E_{30}|^2/P_{in} = 0.174$ и $|E_{40}|^2/P_{in} = 0.002$. Кривая 1 получена для случая, когда граничные условия выбраны таким образом, что соответствующая им начальная точка на фазовой плоскости находится внутри большой петли сепаратрисы, тогда как для кривой 2 граничные условия соответствуют случаю, когда начальная точка находится вне сепаратрисы (рис. 3, а). Причем различие $\eta_0 = |E_2(z=0)|^2/P_{in}$ для кривых 1 и 2 не превышает значения 10^{-6} (рис. 9). Как видно, происходит практически удвоение периода осцилляций кривой 1 по сравнению с кривой 2. Зная длину кристалла, можно подобрать такую входную полную мощность, что на выходе из кристалла переключающий прибор будет находиться либо во "включенном" состоянии ($|E_2(z=L)|^2 = |E_2(z=0)|^2$), либо в "выключенном" состоянии ($|E_2(z=L)|^2 \approx 0$) в зависимости от граничных условий. Причем отношение мощностей в включенном и выключенном состоянии равно 33.4 для обыкновенных и 4.3 для необыкновенных. Кривая 3 соответствует случаю, когда граничные условия выбраны так, что соответствующая им начальная точка на фазовой плоскости сидит точно на двухпетлевой сепаратрисе. $|E_2(z)|^2/P_{in}$ асимптотически стремится к значению, соответствующему неустойчивой моде.

Сделаем численные оценки. Возьмем следующие значения: $a = 0.1$ см, $L = 100$ мкм — длина среды, $\Lambda = 0.5$ мкм, $\rho C_p \approx 1.5 \cdot 10^7$ эрг/см³, $n_e = 1.71$, $n_o = 1.51$, выберем поглощение не слишком малым $\sigma = 5$ см⁻¹, $A_o \sim A_e = 1$, $b_o \sim b_e = 0.5$. Для данных значений имеем $\Gamma = 10^3$ с⁻¹; наблюдение усиления двух из четырех волн возможно при входной интенсивности $\sim 7.7 \cdot 10^4$ Вт/см²; использование четырехволнового смещения в жидких кристаллах для переключающих устройств возможно начиная с интенсивностей $\sim 8.8 \cdot 10^4$ Вт/см². Время переключения (время установления статических решеток) $\sim 10^{-3}$ с в жидких кристаллах, конечно, несравнимо со временем переключения в обычных объемных кристаллах, но и требуемая интенсивность на 7 порядков ниже интенсивности, требуемой для наблюдения оптического переключения в объемных кристаллах.

Заключение

На основе гамильтонового представления уравнений, описывающих стационарный энергообмен между четырьмя световыми пучками, распространяющимися в средах с диагонально-биполярной нелинейностью, получены как графические на фазовой плоскости, так и точные аналитические решения этих уравнений. Показано существование неустойчивой собственной моды с фазой $\psi_e = \pi$ как следствие значительного различия коэффициентов в уравнениях, описывающих изменение амплитуд обыкновенной и необыкновенной волн по мере распространения в среде. Проанализированы различные случаи влияния граничных условий на динамику четырехволнового смещения. Показано, что при определенных граничных условиях, возможно получить максимальный энергообмен между световыми волнами, если начальная разность фаз $\psi_0 = 0$, и соответственно практически полное отсутствие энергообмена в случае $\psi_0 = \pi$. Показана возможность проявления эффекта оптического переключения на тепловой нелинейности в жидких кристаллах. Приведены оценки реальных мощностей, которые должны быть использованы для наблюдения предсказанных эффектов.

В настоящее время автору неизвестны работы, в которых экспериментально наблюдались вышеупомянутые эффекты. Можно надеяться, что развитый вышеупомянутый анализ и предложенные рекомендации могут найти практическое применение, в частности, для создания переключающих устройств на нематических жидких кристаллах.

Список литературы

- [1] Майер А.А. // УФН. 1995. Т. 165. № 9. С. 1037–1075.
- [2] Майер А.А. // УФН. 1996. Т. 166. № 11. С. 1171–1195.
- [3] Майер А.А. // Квантовая электрон. 1982. Т. 9. № 11. С. 2296–2302.
- [4] Майер А.А. // Квантовая электрон. 1984. Т. 11. № 1. С. 157–162.
- [5] Winful H.G. // Appl. Phys. Lett. 1985. Vol. 47. N 2. P. 213–219.
- [6] Cappellini G., Trillo S., Wabnitz S. et al. // Opt. Lett. 1991. Vol. 16. N 9. P. 637–639.
- [7] Trillo S., Wabnitz S. // Opt. Lett. 1992. Vol. 17. N 22. P. 1572–1574.
- [8] Подошведов С.А., Подгорнов Ф.В. // Опт. и спектр. 1996. Т. 81. Вып. 9. С. 450–452.
- [9] Подошведов С.А. // Optics Commun. 1997. Vol. 142. N 1, 2. P. 79–83.
- [10] Подошведов С.А. // Опт. и спектр. 1997. Т. 83. Вып. 12. С. 955–960.
- [11] Подошведов С.А. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. Вып. 6. С. 61–63.
- [12] Подошведов С.А. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. Вып. 7. С. 91–93.
- [13] Большой Л.А., Власов Д.В., Гараев Р.А. // Квантовая электрон. 1982. Т. 9. № 1. С. 83–91.
- [14] Соловьев В.Д., Хижняк А.И. // Опт. и спектр. 1982. Т. 53. Вып. 4. С. 723–726.

- [15] *Peschel Th., Dannberg, Langbein U. et al. // J. Opt. Soc. Am. B. 1988. Vol. 5. N 1. P. 29–35.*
- [16] *Khoo I.C., Hou J.Y. // J. Opt. Soc. Am. B. 1985. Vol. 2. N 4. P. 761–770.*
- [17] *Khoo I.C., Zhou P. // J. Opt. Soc. Am. B. 1989. Vol. 6. N 5. P. 884–891.*
- [18] *Khoo I.C., Michael Mansfield R.J. et al. // J. Opt. Soc. Am. B. 1991. Vol. 8. N 7. P. 1464–1470.*
- [19] *Podoshvedov S.A. // Topical Meeting on Diffractive Optics'97. Digest Series. 1997. Vol. 12. P. 126–127.*
- [20] *Podoshvedov S.A. // Topical Intern. Meeting on Optics of Liquid Crystals'97. 1997. P. 88.*
- [21] *Зельдович Б.Я., Табирян Н.В. // УФН. 1985. Т. 147. Вып. 4. С. 633–674.*
- [22] *Одулов С.Г., Резников Ю.А., Хижняк А.И. // ЖЭТФ. 1982. Т. 85. Вып. 5. С. 1475–1482.*
- [23] *Volterra V., Wiener-Avhear E. // Optics. Commun. 1974. Vol. 12. N 1. P. 194–196.*
- [24] *Гарбян О.В., Жданов В.И., Желудев Н.И., Ковригин А.И. // Кристаллография. 1981. Т. 26. С. 789–794.*
- [25] *Галстян Т.Б., Зельдович Б.Я., Ям Чун Ку, Табирян Н.В. // ЖЭТФ. 1991. Т. 100. Вып. 9. С. 737–748.*
- [26] *Tabiryun N.V., Zel'dovich V.Ya. // Nonlinear Optical Materials SPIE. 1988. Vol. 1017. P. 193–198.*
- [27] *Янке Е.А., Эмде Ф., Леш Ф. // Специальные функции. М.: Наука, 1968. 342 с.*