

# Анализ структурных факторов, определяющих образование шейки при растяжении металлов и сплавов с ГЦК-решеткой

© Г.А. Малыгин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: malygin.ga@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 27 апреля 2004 г.)

Теоретически проанализировано соотношение между прочностью и пластичностью конструкционных материалов на примере кривых деформационного упрочнения ряда металлов и сплавов с ГЦК-решеткой. В основу теоретического анализа положен критерий образования шейки на растягиваемом образце, а также кривая деформационного упрочнения, отражающая эволюцию плотности дислокаций в материале с ростом степени деформации и влияние на эту эволюцию структурных факторов. Получены теоретические соотношения для величины равномерной деформации и условного предела прочности и рассмотрено влияние на них энергии дефектов упаковки, твердорастворного упрочнения и измельчения зерен.

Как известно, увеличение прочности конструкционных материалов обычно сопровождается снижением их пластичности. Эта закономерность не получила до сих пор объяснения, адекватного степени ее важности для практики, с учетом всех факторов, в том числе структурных, оказывающих влияние на соотношение между прочностью материала и его пластичностью. В качестве характеристик прочности и пластичности конструкционных материалов при низких и умеренных температурах рассматривают обычно предел текучести  $\sigma_y$ , напряжения  $\sigma_u$  и деформацию  $\epsilon_u$  начала образования шейки в растягиваемом образце.

Многочисленные эксперименты показывают, что независимо от того, каким способом достигнуто увеличение предела текучести (в результате твердорастворного упрочнения [1,2], введения дисперсных частиц [3], измельчения зерен [4] или облучения нейтронами [5]), равномерная деформация  $\epsilon_u$  оказывается тем меньше, чем больше предел текучести. Кроме этих факторов на деформацию начала шейкообразования оказывает влияние температура, а в металлах и сплавах с ГЦК-решеткой — энергия дефектов упаковки [6], определяющая величину расщепления дислокаций и их способность к поперечному скольжению. В зависимости от указанных факторов величина равномерной деформации может изменяться в широких пределах — от 50–100% практически до 0, т. е. до полного исчерпания пластичности материала, его охрупчивания (точнее, квазиохрупчивания, поскольку возникновение и развитие шейки подразумевает, что разрушение является результатом сильной локализации пластической деформации).

Хотя сам эффект пластической неустойчивости и локализации деформации в виде шейки имеет макроскопический характер и определяется известным критерием  $d\sigma/d\epsilon < \sigma$  (где  $\sigma$  — напряжение,  $\epsilon$  — деформация), его выполнение и соотношение между прочностью и пластичностью зависят от микроскопических процессов, определяющих деформационное (дислокационное) упрочнение материала и увеличение в нем плотности дислокаций с ростом степени деформации. Как показывают исследования, скорость накопления дислокаций в

деформируемом материале существенным образом зависит от его структуры, свойств дислокаций и их взаимодействия друг с другом. Указанные факторы определяют вид и характер кривых деформационного упрочнения материала.

В настоящее время влияние структурных факторов на кривые деформационного упрочнения в значительной степени выяснено как экспериментально, так и теоретически, что позволяет с физических, микроскопических позиций подойти к анализу влияния структуры на связь прочности и пластичности материала. Такого рода анализ на примере металлов и сплавов с ГЦК-решеткой и является целью настоящей работы.

В разделе 1 с помощью критерия  $d\sigma/d\epsilon < \sigma$  и уравнений дислокационной кинетики, учитывающих влияние структуры на характер кривых деформационного упрочнения, получены соотношения для равномерной деформации  $\epsilon_u$  и условного предела прочности  $\sigma_u$ . В последующих разделах на основе этих соотношений проанализировано влияние величины энергии дефектов упаковки (раздел 2), твердорастворного упрочнения (раздел 3) и размера зерен (раздел 4) на предел прочности и деформацию начала шейкообразования для ряда металлов и сплавов с ГЦК-решеткой, сведения о которых имеются в литературе [1,2,4,6]. Анализ влияния радиационного и дисперсного упрочнения на эти параметры предполагается провести в отдельной работе.

## 1. Кривые деформационного упрочнения и критерий пластической неустойчивости

Критерий возникновения пластической неустойчивости типа шейки в одноосно растягиваемом образце, как указывалось выше, имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} \leq \sigma. \quad (1)$$

Этот критерий имеет простой физический смысл: деформация становится неустойчивой, когда деформа-

ционное упрочнение перестает компенсировать рост напряжения вследствие уменьшения поперечного сечения растягиваемого образца. Поскольку напряжение  $\sigma$  и коэффициент деформационного упрочнения  $d\sigma/d\varepsilon$  зависят от деформации, существует критическое значение  $\varepsilon_u$ , при котором условие (1) начинает выполняться. Часто при расчетах кривые деформационного упрочнения аппроксимируют зависимостями вида  $\sigma = \sigma_y + \chi\varepsilon^n$ , где  $\sigma_y$  — предел текучести,  $\chi$  — некоторый параметр. Такой вид зависимостей  $\sigma(\varepsilon)$  с величиной параметра  $n = 0.5-1$  в ряде случаев действительно описывает начальную стадию кривых деформационного упрочнения реальных материалов, однако он не описывает третью их стадию, т. е. стадию динамического отдыха. Феноменологический характер указанных зависимостей не позволяет определить, какие структурные факторы и как влияют на величину критической деформации  $\varepsilon_u$  и условный предел прочности  $\sigma_u$  материала. Для этого нужно знать, как они влияют на кривые его деформационного упрочнения  $\sigma(\varepsilon)$ .

Деформационное (дислокационное) упрочнение материала описывается известной формулой

$$\tau(\gamma) = \tau_c + \alpha\mu b\rho(\gamma)^{1/2}, \quad (2)$$

где  $\alpha$  — эффективная константа взаимодействия дислокаций, зависящая от характера их распределения в материале,  $\mu$  — модуль сдвига,  $b$  — вектор Бюргерса,  $\tau_c$  — критическое напряжение сдвига при взаимодействии дислокаций со структурными дефектами. Для нахождения зависимостей  $\tau(\gamma)$ , а следовательно, и зависимостей  $\sigma(\varepsilon)$  ( $\sigma = m\tau$ ,  $\varepsilon = \gamma/m$ ,  $m$  — фактор Тейлора для поликристалла) необходимо установить, как плотность дислокаций в материале  $\rho$  эволюционирует с ростом величины сдвиговой деформации  $\gamma$ . В случае металлов и сплавов с ГЦК-решеткой эта эволюция, как было неоднократно продемонстрировано экспериментально и теоретически [7–13], при низких и умеренных температурах подчиняется уравнению

$$\frac{d\rho}{d\gamma} = k_m + k_f\rho^{1/2} - k_a\rho. \quad (3)$$

Первое слагаемое в правой части (3) описывает скорость размножения и аккумуляции дислокаций при их взаимодействии с препятствиями недеформационного происхождения ( $k_m = 1/b\lambda_m$ ,  $\lambda_m$  — эффективная длина свободного пробега дислокаций между этими препятствиями). Второе слагаемое описывает размножение дислокаций на дислокациях леса ( $b k_f \approx 10^{-2}$  — коэффициент, определяющий интенсивность размножения дислокаций при их взаимодействии с дислокациями леса). Третье слагаемое определяет скорость аннигиляции винтовых участков дислокационных петель ( $h_a = b k_a$  — эффективное расстояние аннигиляции винтовых дислокаций). С аннигиляцией винтовых дислокаций связано появление третьей стадии (стадии динамического отдыха) на кривых деформационного упрочнения металлов с ГЦК-решеткой. Структурно-чувствительными

параметрами в уравнении (3) в смысле их влияния на рост плотности дислокаций в материале являются длина пробега дислокаций  $\lambda_m$  и эффективное расстояние аннигиляции дислокаций  $h_a$ . Наличие структурных дефектов в материале (примесных атомов, дисперсных частиц, границ зерен, радиационных дефектов) сокращает длину свободного пробега дислокаций и увеличивает тем самым скорость их аккумуляции в материале. В металлах с ГЦК-решеткой эффективное расстояние  $h_a$  и коэффициент  $k_a$  аннигиляции винтовых дислокаций зависят от величины энергии дефектов упаковки [11].

Уравнение (3) можно проинтегрировать и найти зависимость  $\rho(\gamma)$  в неявном виде, что затрудняет анализ зависимостей  $\tau(\gamma)$  и  $\sigma(\varepsilon)$  для конкретных материалов в рамках критерия (1). Поэтому рассмотрим два крайних случая: когда концентрация структурных дефектов мала (в (3) коэффициент  $k_m \ll k_f^2/4k_a$ ) и когда она велика. В первом случае, интегрируя (3) при  $k_m = 0$  и подставляя результат в (2), получаем

$$\sigma(\varepsilon) = \sigma_y + \sigma_3 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{1}{2} m k_a \varepsilon\right) \right],$$

$$\sigma_3 = m\alpha\mu \left( \frac{b k_f}{k_a} \right). \quad (4)$$

Во втором случае размножение дислокаций на препятствиях недеформационного происхождения превалирует над их размножением на дислокациях леса, поэтому имеем

$$\sigma(\varepsilon) = \sigma_y + \sigma_m \left[ 1 - \exp(-m k_a \varepsilon) \right]^{1/2},$$

$$\sigma_m = m\alpha\mu \left( \frac{b^2 k_m}{k_a} \right)^{1/2}. \quad (5)$$

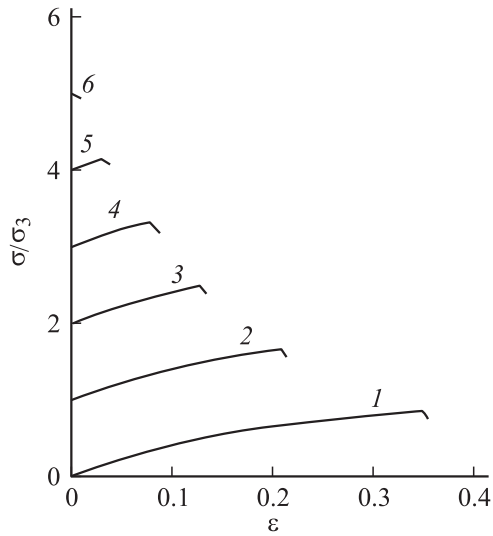
Подставляя далее (4) в условие (1), находим зависимости деформации начала шейкообразования и условного предела прочности от величины предела текучести  $\sigma_y$  и коэффициентов уравнения (3)

$$\varepsilon_u = \frac{2}{m k_a} \ln \frac{1 + \frac{1}{2} m k_a}{1 + \frac{\sigma_y}{\sigma_3}}, \quad (6a)$$

$$\sigma_u = \frac{\frac{1}{2} m k_a}{1 + \frac{1}{2} m k_a} (\sigma_y + \sigma_3). \quad (6b)$$

Аналогичным образом могут быть найдены деформация  $\varepsilon_u$  и напряжение  $\sigma_u$  при подстановке напряжения (5) в условие (1). При дальнейшем анализе будут использоваться в основном соотношения (6), поэтому выражения для  $\varepsilon_u$  и  $\sigma_u$  в случае напряжений (5) для краткости не приводятся.

На рис. 1 в координатах  $\sigma/\sigma_3 - \varepsilon$  приведены кривые деформационного упрочнения согласно формуле (4) при значении параметра  $m k_a = 10$  и возрастающей величине предела текучести (его относительного значения  $\sigma_y/\sigma_3$ ). Падающие участки кривых условно отмечают



**Рис. 1.** Кривые деформационного упрочнения согласно формуле (4) при  $mk_a = 10$  и возрастающей величине предела текучести  $\sigma_y/\sigma_3$ : 1 — 0, 2 — 1, 3 — 3, 4 — 3, 5 — 4, 6 — 5.

величину равномерной деформации  $\varepsilon_u$ , рассчитанную по формуле (6а). Видно, что увеличение предела текучести вызывает в соответствии с выражением (6б) повышение предела прочности материала  $\sigma_u$ , но одновременно сильно снижает величину равномерной деформации. Понятно, почему это происходит: с ростом предела текучести возрастает правая часть условия (1), в то время как левая его часть остается неизменной, поэтому с ростом  $\sigma_y$  условие (1) выполняется при все меньших и меньших деформациях.

## 2. Влияние расщепления дислокаций

Как видно из найденных соотношений (6), величина равномерной деформации зависит не только от предела текучести  $\sigma_y$ , но и от коэффициента аннигиляции дислокаций  $k_a$ . В случае  $\sigma_y \ll \sigma_3$  из (6а) следует, что величина равномерной деформации определяется лишь коэффициентом аннигиляции

$$\varepsilon_u = \frac{2}{mk_a} \ln \left( 1 + \frac{1}{2} mk_a \right). \quad (7)$$

Из формулы (7) следует, что с ростом величины  $k_a$  деформация  $\varepsilon_u$  уменьшается и при  $k_a \rightarrow 0$ , т.е. в отсутствие динамического отдыха, стремится к предельному значению (единице) в соответствии с законом деформационного упрочнения  $\sigma \sim \varepsilon$  (4) без аннигиляции дислокаций.

Согласно [14], коэффициент аннигиляции винтовых дислокаций равен

$$k_a = \frac{\omega_s^{5/2}}{2\pi^2 p \alpha} \left( \frac{\mu}{\tau_a} \right), \quad (8)$$

где  $\omega_s$  — доля винтовых участков на расширяющихся дислокационных петлях,  $p$  — число действующих

систем скольжения,  $\tau_a$  — напряжение трения, определяющее критическое расстояние спонтанной аннигиляции винтовых дислокаций разного знака. В случае металлов и сплавов с ГЦК-решеткой  $\tau_a = \tau_{III} + \tau_f$ , где  $\tau_{III}(T, \gamma_D)$  — напряжение начала третьей стадии на кривых деформационного упрочнения указанных материалов, зависящее от температуры  $T$  и величины энергии дефектов упаковки  $\gamma_D$  [15];  $\tau_f(T, c)$  — напряжение трения вследствие взаимодействия дислокаций с примесными атомами в твердом растворе с концентрацией  $c$ . Подставляя  $\tau_{III}$  и  $\tau_f$  в (8), получаем зависимость коэффициента аннигиляции от температуры, скорости деформации  $\dot{\gamma}$ , величины расщепления дислокаций и концентрации примесей  $c$

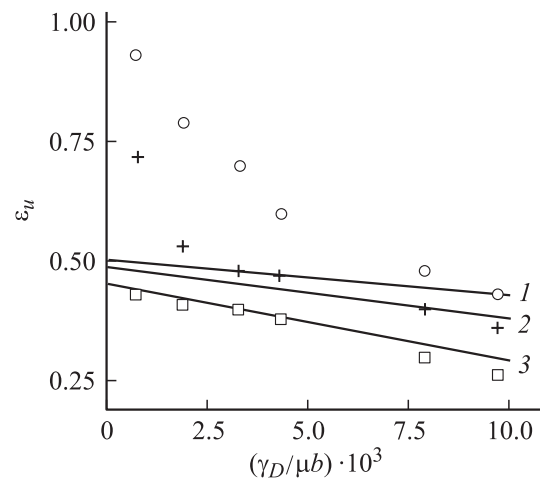
$$k_a(T, \gamma_D, c) = \frac{\omega_s^{5/2}}{2\pi^2 p \alpha} \left( \frac{\mu}{\tau_{III}(T, \gamma_D) + \tau_f(T, c)} \right), \quad (9)$$

где, согласно [15],

$$\tau_{III} = \tau_{III}(0) \exp \left[ - \left( 1 + 180 \frac{\gamma_D}{\mu b} \right) \frac{kT}{0.35 \mu b^3} \ln \left( \frac{\dot{\gamma}_0}{\dot{\gamma}} \right) \right], \quad (10)$$

$\tau_{III}(0)$  — напряжение  $\tau_{III}$  при  $T = 0$ ,  $k$  — постоянная Больцмана,  $\dot{\gamma}_0$  — предэкспоненциальный фактор.

На рис. 2 экспериментальные точки демонстрируют зависимость величины равномерной деформации  $\varepsilon_u$  при растяжении сплавов Cu–Zn ( $c_{Zn} = 0.03–0.25$ ), Cu–Al ( $c_{Al} = 0.01–0.14$ ) и Ni–Al ( $c_{Al} = 0.02–0.08$ ) при трех температурах опыта от величины энергии дефектов упаковки [6], которая в этих сплавах изменялась от 3 до  $180 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$  [6,16]. Экспериментальные точки ниже  $\gamma_D/\mu b = 4 \cdot 10^{-3}$  относятся к сплавам Cu–Zn и Cu–Al, выше этого значения — к сплаву Ni–Al. Видно, что рост величины  $\gamma_D$  сопровождается снижением величины равномерной деформации. Это обстоятельство находится в соответствии с соотношениями (7)–(10). Действительно,



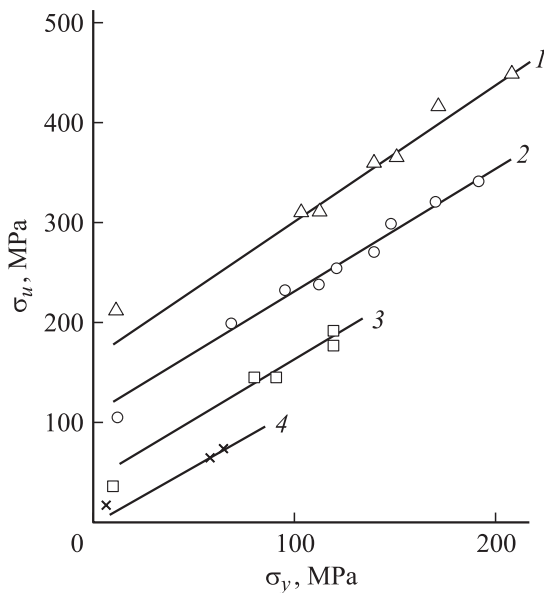
**Рис. 2.** Зависимость равномерной деформации  $\varepsilon_u$  от величины энергии дефектов упаковки  $\gamma_D$  в сплавах Cu–Zn, Cu–Al и Ni–Al при 77 (1), 150 (2) и 293 К (3) [6]. Теоретические кривые построены согласно формулам (7)–(10).

как следует из (9), (10), снижение расщепления дислокаций вызывает рост коэффициента аннигиляции дислокаций, что, согласно (7), снижает величину деформации  $\epsilon_u$ .

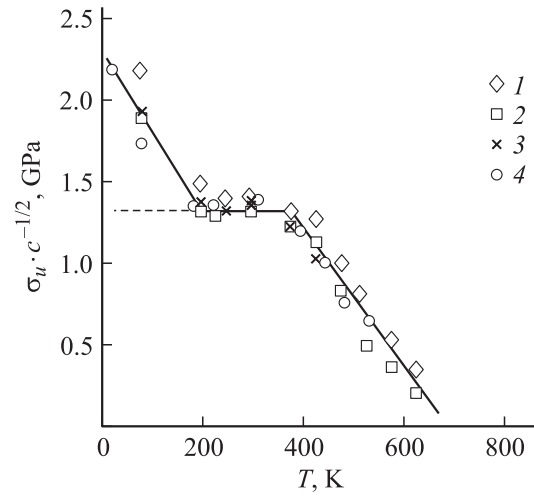
Прямые линии на рис. 2 построены в соответствии с выражениями (7)–(10) при  $\tau_f = 0$ ,  $\omega_s = 0.5$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $p = 12$ ,  $\ln(\dot{\gamma}/\dot{\gamma}_0) = 35$ ,  $m = 3$  и параметрах для Ni  $\tau_{III}(0)/\mu = 10^{-3}$  [15],  $\mu b^3 = 10 \text{ eV}$ . Видно, что теоретические кривые удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными для сплавов Ni–Al во всем диапазоне температур и величин энергий дефектов упаковки. В случае сплавов Cu–Zn и Cu–Al при температурах ниже 293 К наблюдается сильное отклонение от теоретических зависимостей. Легирование в этих сплавах приводит не только к снижению величины энергии  $\gamma_D$ , но и к росту предела текучести ( $\sigma_y \sim \tau_f \sim c^{1/2}$  [17]), поэтому отклонение от теории может быть вызвано, согласно соотношениям (7) и (9), дополнительным уменьшением коэффициента аннигиляции вследствие торможения дислокаций примесными атомами. Напряжение этого торможения  $\tau_f$  сильно возрастает при температурах ниже 293 К [17]. Этим обстоятельством можно объяснить тот факт, что отклонение от теории имеет место именно при этих температурах (кривые 1 и 2 на рис. 2).

### 3. Влияние легирования

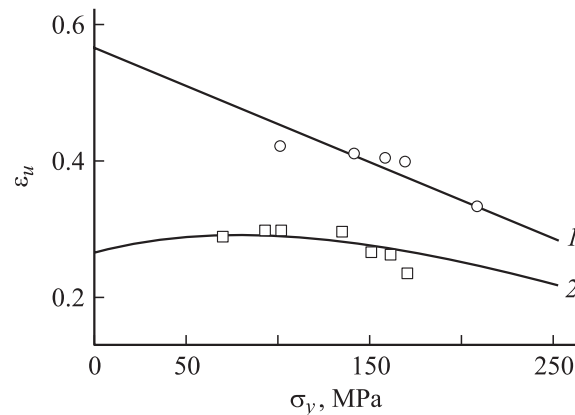
В том случае, когда легирование не влияет на величину расщепления дислокаций, твердорастворное упрочнение приводит к снижению величины равномерной деформации. Это обстоятельство проанализировано далее на примере промышленных сплавов Al–Mg с концентрацией атомов магния от 2 до 6% (сплавы AMg2–AMg6 [1,2]). На рис. 3–5 приведены результаты обработки опытных



**Рис. 3.** Зависимость предела прочности  $\sigma_u$  от предела текучести  $\sigma_y$  в сплавах Al–Mg при 77 (1), 195–373 (2), 473 (3) и 573 К (4) [1,2].



**Рис. 4.** Температурная зависимость пределов прочности алюминиево-магниевого сплава [1,2], приведенная к одной концентрации атомов Mg. 1 — AMg2, 2 — AMg3, 3 — AMg5, 4 — AMg6.



**Рис. 5.** Зависимость равномерной деформации  $\epsilon_u$  от предела текучести  $\sigma_y$  в сплавах AMg2–AMg6 при 77 (1) и 293 К (2) [1,2]. Теоретические кривые построены согласно формуле (13).

данных для этих сплавов [1,2] с целью установления характера зависимостей их условного предела прочности и величины равномерной деформации от величины предела текучести при различных температурах.

Как видно из рис. 3, зависимости  $\sigma_u$  от предела текучести  $\sigma_y$  при разных температурах в этих сплавах могут быть аппроксимированы прямыми

$$\sigma_u = \sigma_0(T) + A\sigma_y, \quad (11)$$

где  $A \approx 1.25$ ,  $\sigma_0(T)$  — предел прочности при  $\sigma_y = 0$ , т. е. предел прочности чистого алюминия. На рис. 2 крайние левые точки показывают его величину для Al 99.995% (данные автора). Подставляя  $k_a$  из (9) в (6b) с учетом второго соотношения (5), а также того, что  $\sigma_y = m\tau_y$ , где  $\tau_y \approx 3.5\tau_f$  [17], получаем теоретическую зависимость

предела прочности от предела текучести

$$\sigma_u = \frac{\frac{1}{2} mk_a}{1 + \frac{1}{2} mk_a} \left[ B \sigma_{III}(T) + \left( 1 + \frac{B}{3.5} \right) \sigma_y \right], \quad (12a)$$

где

$$B = 2\pi^2 \alpha^2 (bk_f) p / \omega_s^{5/2}, \quad \sigma_{III}(T) = m \tau_{III}(T). \quad (12b)$$

Она имеет тот же вид, что и эмпирическое соотношение (11). Выражение перед квадратной скобкой в (12a) при изменении величины параметра  $mk_a$  от 6 до 30 [10] меняется в узких пределах 0.75–1, поэтому в первом приближении его можно считать постоянным. В таком случае в формуле (11) для коэффициента  $A$  и напряжения  $\sigma_0(T)$  имеем соотношения  $A = 1 + B/3.5$ ,  $\sigma_0(T) = B \sigma_{III}(T)$ . Согласно (12b), при  $\omega_s = 0.5$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $p = 5$  и  $bk_f = 10^{-2}$  параметр  $B = 1.4$ ; следовательно,  $A = 1.4$ , что близко к экспериментальной величине этого коэффициента: 1.25.

Обращает на себя внимание, что в довольно широком интервале температур 200–400 К экспериментальные точки на рис. 3 концентрируются вблизи одной прямой 2. На температурных зависимостях предела прочности, как показывает обработка данных для сплавов АМг2–АМг6 (рис. 4), в этом температурном интервале наблюдается атермическое плато. Слева от него температурная зависимость  $\sigma_u$  контролируется термоактивированным движением дислокаций через систему неподвижных точечных препятствий — атомов Mg в твердом растворе со средним эффективным расстоянием между ними  $l_{Mg} \sim c^{-1/2}$ . Это обстоятельство объясняет тот факт, что в координатах  $\sigma_u c^{-1/2} - T$  экспериментальные точки для сплавов Al–Mg с разной концентрацией атомов магния укладываются на одну кривую. В области плато в алюминий-магниевого сплавах имеет место динамическое деформационное старение (эффект Портевена–Ле Шателье), что свидетельствует о высокой подвижности атомов магния в алюминийевой матрице в этом температурном интервале, стимулированной неравновесными деформационными вакансиями [18]. Выше температуры 400 К ( $0.43T_m$ ,  $T_m$  — температура плавления) концентрация равновесных термических вакансий становится достаточной для того, чтобы атомы магния вследствие высокой диффузионной подвижности оказывали все меньшее и меньшее сопротивление перемещению дислокаций в твердом растворе Al–Mg. В результате напряжения течения с ростом температуры сильно снижаются. При этом, как видно из рис. 3 (кривые 3 и 4), по-прежнему выполняется соотношение (12a).

На рис. 5 приведена зависимость равномерной деформации от величины предела текучести в рассматриваемых сплавах при температурах 77 и 293 К. Теоретические кривые построены на основе формулы (6a) после подстановки в нее соотношений для  $\sigma_3$  (4) и  $k_a$  (9) с учетом (10), обозначений (12b) и соответствующих численных параметров. В результате для  $\epsilon_u$  получаем

выражение

$$\epsilon_u = \frac{2}{mk_a} \ln \frac{1 + \frac{1}{2} mk_a}{1 + \frac{3.5}{B} \left( \frac{\sigma_y}{\sigma_y + 3.5 \sigma_{III}(T)} \right)}. \quad (13)$$

Как видно из рис. 5, при снижении температуры равномерная деформация до образования шейки возрастает, а при увеличении предела текучести уменьшается. Но это уменьшение не настолько сильно и однозначно, как в случае, приведенном на рис. 1, поскольку наличие атомов магния в твердом растворе затрудняет процесс аннигиляции дислокаций.

#### 4. Влияние измельчения зерна

Как установлено в [4], при растяжении поликристаллических образцов с размерами зерен меньше  $10 \mu\text{m}$  наблюдается снижение величины равномерной деформации по мере измельчения зерен. На рис. 6 приведены соответствующие данные [4] для аустенитной стали (Fe–30%Ni–0.045%С), имеющей ГЦК-решетку. Анализ показывает, что для мелкокристаллических образцов напряжение течения лучше описывается квадратичным, а не линейным (2) законом сложения напряжений

$$\sigma(\epsilon) = \left[ \sigma_y^2 + \sigma_3^2 \left( 1 - \exp\left(-\frac{1}{2} mk_a \epsilon\right) \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (14)$$

где, согласно закону Холла–Петча,  $\sigma_y = K_y d^{-1/2}$ ,  $d$  — размер зерна,  $K_y$  — постоянная Холла–Петча. Согласно критерию (1) и закону упрочнения (14), для ве-

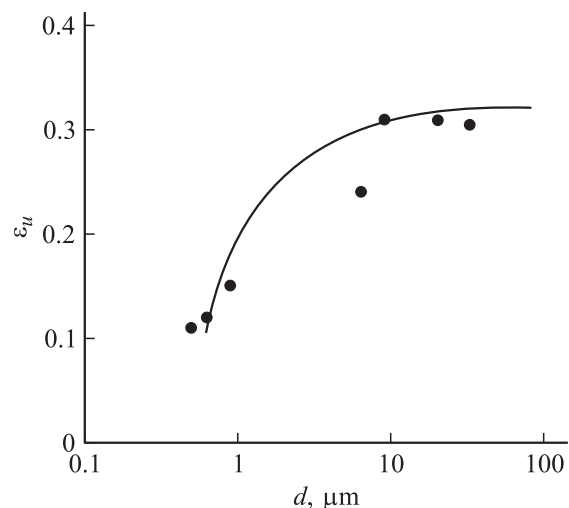


Рис. 6. Зависимость величины равномерной деформации от размера зерна в аустенитной стали при 293 К [4]. Теоретическая кривая построена согласно выражению (16).

личины равномерной деформации получаем выражение

$$\varepsilon_u = \frac{2}{mk_a} \ln \frac{1 + \frac{1}{2} mk_a}{1 + \frac{1}{4} mk_a - \left[ \left( \frac{1}{4} mk_a \right)^2 - \left( 1 + \frac{1}{2} mk_a \right) \frac{\sigma_y^2}{\sigma_3^2} \right]^{1/2}}. \quad (15)$$

Подставляя в него  $\sigma_y = K_y d^{-1/2}$ , находим зависимость величины равномерной деформации от размера зерна

$$\varepsilon_u = \frac{2}{mk_a} \times \ln \frac{1 + \frac{1}{2} mk_a}{1 + \frac{1}{4} mk_a - \left[ \left( \frac{1}{4} mk_a \right)^2 - \left( 1 + \frac{1}{2} mk_a \right) k_a^2 \frac{d_3}{d} \right]^{1/2}}, \quad (16)$$

где

$$d_3 = \left( \frac{K_y}{m\alpha\mu(bk_f)} \right)^2.$$

На рис. 6 теоретическая кривая демонстрирует зависимость  $\varepsilon_u$  от  $d$  согласно (16) при  $k_a = 4$ ,  $d_3 = 0.056 \mu\text{m}$ . Указанное значение параметра  $d_3$  соответствует разумным значениям определяющих его параметров:  $K_y = 0.3 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $\mu = 83 \text{ ГПа}$ ,  $bk_f = 10^{-2}$ ,  $m = 3$ .

Таким образом, кривые деформационного упрочнения, основанные на физических микроскопических уравнениях, описывающих эволюцию плотности дислокаций при деформации, позволяют количественно проанализировать влияние тех или иных структурных факторов на соотношение между прочностью и пластичностью материала.

## Список литературы

- [1] С.И. Гудков. Механические свойства промышленных цветных металлов при низких температурах. Металлургия, М. (1971). 304 с.
- [2] А.П. Смирягин, Н.А. Смирягин, А.В. Белова. Промышленные цветные металлы и сплавы. Металлургия, М. (1974). 488 с.
- [3] Strengthening Methods in Crystals / Ed. R.V. Nicholson, A. Kelly. J. Wiley and sons, N.Y. (1971). 627 p.
- [4] Б. Моррисон, Р.Л. Миллер. Сверхмелкое зерно в металлах. Металлургия. М. (1973). С. 181–205.
- [5] А.И. Иванов, Ю.М. Платов. Радиационная физика металлов. Интерпериодика–Наука, М. (2002). 300 с.
- [6] Е.Ф. Дударев, Л.А. Корниенко, Г.П. Бакач. Изв. вузов. Физика **34**, 3, 35 (1991).
- [7] H. Mecking, U.F. Kocks. Acta Metall. **29**, 11, 1865 (1981).
- [8] Yu. Estrin, H. Mecking. Acta Metall, **32**, 1, 57 (1984).
- [9] Г.А. Малыгин. ФТТ **29**, 7, 2067 (1987).
- [10] G.A. Malygin. Phys. Stat. Sol. (a) **119**, 2, 423 (1990).
- [11] Г.А. Малыгин. УФН **169**, 9, 979 (1999).
- [12] Г.А. Малыгин. ФТТ **43**, 10, 1832 (2001).
- [13] U.F. Kocks, H. Mecking. Prog. Mater. Sci. **48**, 3, 171 (2003).
- [14] Г.А. Малыгин. ФТТ **34**, 9, 2882 (1992).
- [15] Р. Бернер, Г. Кронмюллер. Пластическая деформация монокристаллов. Мир, М. (1969). 272 с.
- [16] T. Steffence, C. Schwink, A. Korner, H. Karthaler. Phil. Mag. A **56**, 2, 161 (1987).
- [17] Е.Ф. Дударев, Л.А. Корниенко. Изв. вузов. Физика **25**, 8, 69 (1982).
- [18] Г.А. Малыгин. ФТТ **34**, 8, 2356 (1992).