

Краевое поле высоковольтных планарных $p-i-n$ -диодов с неоднородно легированным охранным кольцом

© А.С. Кюреган

Всероссийский электротехнический институт им. В.И. Ленина,
111250 Москва, Россия

(Получена 15 октября 1999 г. Принята к печати 18 января 2000 г.)

Получено точное аналитическое решение задачи о распределении электрического поля в плоском конденсаторе с бесконечно длинной щелью, тонкими электродами и неоднородным поверхностным зарядом на границе диэлектрика, заполняющего конденсатор. Такой конденсатор является хорошей моделью $p-i-n$ -диода с мелкими планарными переходами, стоп-кольцом и слабо легированным охранным кольцом. Показано, что охранный слой с изменяющейся вдоль границы раздела полупроводник–вакуум поверхностной плотностью заряда Q_s в принципе позволяет уменьшить максимальное значение краевого поля до объемного значения E_0 . Для этого необходимо, чтобы: а) ширина охранный слой была по крайней мере в 3 раза больше толщины обедненной области d ; б) величина Q_s была равна $-E_0\epsilon_0(\epsilon + 1/2)$ во внутренней области охранный слой и плавно увеличивалась до $E_0\epsilon_0(\epsilon + 3/2)$ (при наличии стоп кольца) или до 0 (при его отсутствии) в полосе шириной не менее d , расположенной на внешней границе охранный слой. Результаты расчетов применимы также для оптимизации профиля легирования диодов, изготовленных по технологии "кремний-на-изоляторе".

1. Введение

Проблема минимизации краевого электрического поля мелких высоковольтных планарных $p-n$ -переходов приобрела особую актуальность в последние 10–15 лет в связи с тем, что они являются основой всех известных типов наиболее перспективных мощных приборов (MOSFET, IGBT, SIT, MCT и др.) [1]. В большинстве случаев до сих пор она решается путем создания нескольких (обычно от двух до семи) делительных колец на периферии прибора. Такая конфигурация периферии, предложенная более 30 лет назад [2], обладает несомненными технологическими достоинствами,¹ но и по крайней мере двумя принципиальными недостатками. Во-первых, вследствие сильного легирования колец напряженность поля E резко возрастает вблизи их выхода на поверхность по сравнению со средним уровнем и как минимум на 10–20% превосходит максимальное значение E_0 в центральной (плоской) области прибора (см., например, [3]). Во-вторых, наличие большого количества делительных колец резко уменьшает активную площадь прибора при заданном размере чипа, особенно в случае высоковольтных приборов не слишком большой мощности. Наиболее перспективное альтернативное решение, предложенное почти одновременно рядом авторов в середине 80-х годов [4–10], состоит в том, чтобы заменить изолированные от основного перехода и друг от друга сильно легированные делительные кольца одним слабо легированным охранным кольцом, соприкасающимся с основным переходом (рис. 1, а). Численные расчеты двумерного распределения поля в таких структурах показали [3–12], что эффективность охранный слой существенно зависит от его глубины, ширины и кон-

центрации примесей. Однако, как это обычно и бывает, проведение даже весьма обширного набора разнородных и не связанных друг с другом численных расчетов до сих пор не позволило сформулировать общие количественные требования к оптимальным параметрам колец и убедительно доказать их эффективность для защиты обширного класса приборов. Эти задачи могут быть решены только с помощью аналитической теории, отсутствующей до настоящего времени. Разумеется такая двумерная теория может быть построена только для предельно простой модели. Например, если пренебречь легированием базы диода и считать толщину всех диффузионных слоев и защитного диэлектрика бесконечно малыми, то задача сводится к вычислению напряженности поля в плоском конденсаторе с бесконечно длинной² щелью, заполненном диэлектриком. Такой конденсатор схематически изображен на рис. 1, б. Заряд легирующих примесей охранный слой вырождается при этом в поверхностный заряд на границе раздела полупроводник–вакуум. Третий электрод конденсатора моделирует стоп-кольцо, формируемое иногда для отделения истощенной области от края кристалла. Предложенная модель прибора обладает кроме предельной простоты еще одной способностью: в конденсаторе с бесконечно тонкими (а значит — острыми) электродами минимизировать краевое поле гораздо сложнее, чем в любом реальном приборе с диффузионными слоями конечной толщины. Но уже коль скоро удастся решить задачу для такой экстремальной модели, то она тем более будет решенной и для реальных приборов. Именно это и является целью настоящей работы.

¹ Для ее реализации не требуется ни одной дополнительной операции по сравнению с простым планарным переходом; достаточно лишь изменить соответствующий фотосаблон.

² Щель можно считать прямолинейной, если минимальный радиус кривизны основного перехода много больше толщины базы.

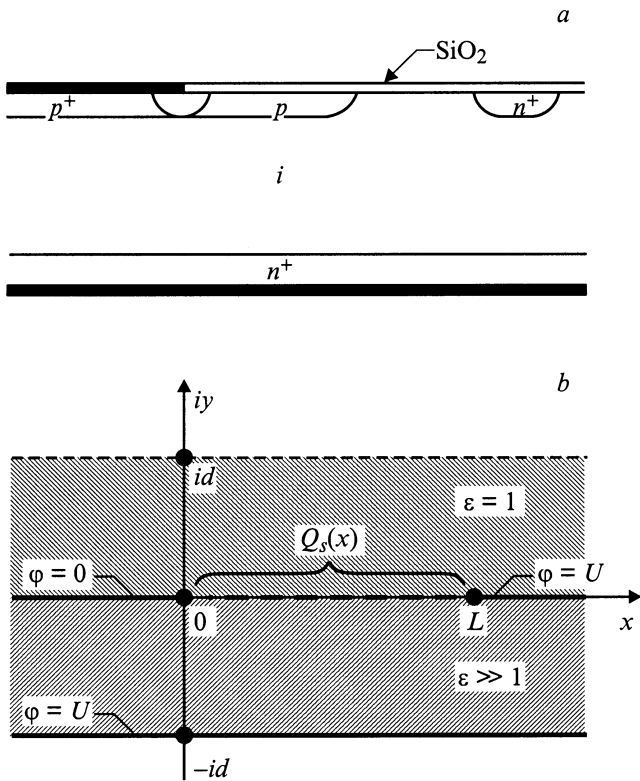


Рис. 1. Схематическое изображение поперечного сечения периферийной области планарной $p^+ - i - n^+$ -структуры со слабо легированным охранным кольцом (а) и модель в комплексной области $z = x + iy$, принятая для расчета краевого поля (б).

2. Общее решение задачи о краевом поле

Вычисление потенциала $\varphi(x, y)$ и поля $E(x, y)$ для предложенной двумерной модели удобнее всего провести, используя хорошо известные методы теории функции комплексного переменного [13]. Пусть $\varphi_1(x, y)$ гармонически сопряженная с $\varphi(x, y)$ функция. Тогда $E(z) = -d(\varphi + i\varphi_1)/dt$ — функция, аналитическая в верхней полуплоскости (т.е. над конденсатором) и в полосе $-d < y < 0$ (внутри конденсатора) комплексной плоскости $z = x + iy$ (см. рис. 1, б). Поскольку электроды конденсатора являются эквипотенциалами,

$$\operatorname{Re} E(z) = 0$$

$$\text{при } z = x < 0, \quad z = x > L \text{ и } z = x - id. \quad (1)$$

На границе раздела полупроводник–диэлектрик выполняются обычные условия для нормального $E_n(x)$ и тангенциального $E_t(x)$ полей, поэтому при $0 < x < L$ должно быть

$$\operatorname{Re} E(x + i0) = \operatorname{Re} E(x - i0) = E_t(x), \quad (2)$$

$$\operatorname{Im} E(x + i0) = \frac{Q_s(x)}{\varepsilon_0} + \varepsilon \operatorname{Im} E(x - i0), \quad (3)$$

где ε — относительная диэлектрическая проницаемость полупроводника, ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, $Q_s(x) \equiv Q_0 f_q(x)$ — плотность поверхностного заряда, $Q_0 = Q_s(0)$, $f_q(x)$ — безразмерная функция. Решения краевых задач с граничными условиями (1), (2) для внутренней и внешней областей конденсатора выражаются с помощью соответствующих интегралов Шварца для полосы и полуплоскости [13] через тангенциальное поле $E_t(x)$. Сшивая эти решения с помощью условий (2) и (3), легко получить сингулярное интегральное уравнение для $E_t(x)$. К сожалению, его регуляризация известным методом [14] приводит к уравнению Фредгольма 2-го рода с ограниченным ядром, аналитическое решение которого, вообще говоря, невозможно, а качественный анализ крайне затруднителен. Поэтому мы используем прием, позволяющий в нашем случае упростить задачу. Именно будем искать решение, предполагая, что распределение потенциала $\varphi(x, d)$ вдоль прямой $y = d$ известно. Тогда в качестве граничного условия для полосы $0 < y < d$ в верхней полуплоскости на рис. 1, б, дополняющего (1), можно использовать равенство

$$\operatorname{Re} E(x + id) = -E_0 f_e(x) \equiv -\frac{d\varphi(x, d)}{dx}, \quad (4)$$

где $E_0 = U/d$, U — потенциал анода и стоп-кольца относительно катода, а функция $f_e(\xi)$ имеет колоколообразный вид, предельные значения $f_e(\pm\infty) = 0$ и нормировку³

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_e(x) dx = d. \quad (5)$$

Теперь интеграл Шварца для полосы $0 < y < d$ принимает вид

$$E(z) = -\frac{i}{2d} \left[\int_0^L E_t(x') \operatorname{cth} \left(\frac{\pi}{2} \frac{x' - z}{d} \right) dx' + E_0 \int_{-\infty}^{\infty} f_e(x') \operatorname{th} \left(\frac{\pi}{2} \frac{x' - z}{d} \right) dx' - 2dc_0 \right], \quad (6)$$

а для полосы $-d < y < 0$

$$E(z) = -\frac{i}{2d} \left[\int_0^L E_t(x') \operatorname{cth} \left(\frac{\pi}{2} \frac{x' - z}{d} \right) dx' - 2dc_1 \right]. \quad (6a)$$

Постоянные интегрирования c_0 и c_1 следует определять из очевидных дополнительных условий

$$\int_{-d}^0 \operatorname{Im} E(-\infty + iy) dy = U, \quad \int_0^d \operatorname{Im} E(-\infty + iy) dy = 0. \quad (7)$$

³ Эти основные свойства функции $f_e(\xi)$ являются следствием того, что $\varphi(x, d)$, очевидно, монотонно изменяется от 0 при $x \rightarrow -\infty$ до U при $x \rightarrow \infty$.

Подставляя (6) и (6а) в (7), меняя порядок интегрирования и учитывая равенство

$$\int_0^L E_t(x) dx = -U, \quad (8)$$

можно показать, что $c_0 = 0$, $c_1 = U/2d$. Вычисляя граничные значения $\text{Im } \mathbf{E}(x \pm i0)$ на отрезке $0 < x < L$ с помощью (6), (6а) по формуле Сохоцкого–Племеля [13,14] и подставляя их в (3), получим после несложных преобразований формулу для нормального поля

$$E_n(x) = \frac{1}{\varepsilon + 1} \left[\frac{Q_0}{\varepsilon_0} f_q(\xi) - E_0 \Phi(\xi) \right] \quad (9)$$

и уравнение для тангенциального поля

$$\frac{1}{\pi} \int_1^a E_t[x(\xi')] \frac{d\xi'}{\xi' - \xi} = E_n[x(\xi)], \quad (10)$$

где $\Phi(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty f_e[x(\xi')] \frac{d\xi'}{\xi' + \xi}$ и введены обозначения $\xi = \xi(x) = \exp(\pi \frac{x}{d})$, $a = \xi(L)$. Ограниченное решение уравнения (10), как известно [14], имеет вид

$$E_t[x(\xi)] = -\frac{\sqrt{(\xi - 1)(a - \xi)}}{\pi} \times \int_1^a \frac{E_n[x(\xi')]}{\sqrt{(\xi' - 1)(a - \xi')}} \frac{d\xi'}{\xi' - \xi} \quad (11)$$

и существует только при

$$\int_1^a \frac{E_n[x(\xi)] d\xi}{\sqrt{(\xi - 1)(a - \xi)}} = 0. \quad (12)$$

Кроме того, должно быть выполнено равенство (8), подставляя в которое выражение (11) для $E_t(\xi)$, получим дополнительное условие

$$\frac{\sqrt{a}}{\pi} \int_1^a \frac{E_n[x(\xi)]}{\sqrt{(\xi - 1)(a - \xi)}} \frac{d\xi}{\xi} = -E_0. \quad (13)$$

Наконец, подстановка (9) в (11)–(13) дает после замены порядка интегрирования соответственно

$$E_t(x) = \frac{E_0}{\varepsilon + 1} \sqrt{\frac{(\xi - 1)(a - \xi)}{a}} \times \left[\frac{\varepsilon + F_e^1(0)}{F_q^1(0)} F_q^1(\xi) - F_e^1(\xi) \right], \quad (14)$$

$$F_e^0 F_q^1(0) = -F_q^0 [\varepsilon + F_e^1(0)], \quad (15)$$

$$\frac{Q_0}{\varepsilon_0} = -E_0 \frac{\varepsilon + F_e^1(0)}{F_q^1(0)}, \quad (16)$$

где

$$F_q^n(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_1^a \left(\frac{\sqrt{a}}{\xi' - \xi} \right)^n \frac{f_q[x(\xi')] d\xi'}{\sqrt{(\xi' - 1)(a - \xi')}}, \quad (17)$$

$$F_e^n(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left(\frac{\sqrt{a}}{\xi' + \xi} \right)^n \frac{f_e[x(\xi')] d\xi'}{\sqrt{(\xi' + 1)(a + \xi')}}. \quad (18)$$

Формулы, описывающие распределение поверхностного поля в $p-i-n$ -структуре без стоп-кольца, проще всего вывести, совершая предельный переход $a \rightarrow \infty$ в (14) и (17). Учитывая при этом, что функции $f_q(\xi)$ и $f_e(\xi)$ стремятся к нулю с ростом ξ , получим

$$E_t(x) = E_0 \frac{\sqrt{\xi - 1}}{\varepsilon + 1} \left[\frac{\varepsilon + F_e^1(0)}{F_q^1(0)} F_q^1(\xi) - F_e^1(\xi) \right], \quad (14a)$$

$$F_q^1(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_1^\infty \frac{f_q[x(\xi')]}{\sqrt{\xi' - 1}} \frac{d\xi'}{\xi' - \xi}, \quad (17a)$$

$$F_e^1(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{f_e[x(\xi')]}{\sqrt{\xi' + 1}} \frac{d\xi'}{\xi' + \xi}. \quad (18a)$$

Кроме того, из (17), (18) следует, что $\lim_{a \rightarrow \infty} F_q^0 = \lim_{a \rightarrow \infty} F_e^0 = 0$, поэтому условие (15) существования ограниченного решения $E_t(x)$ в $p-i-n$ -структуре без стоп-кольца выполняется автоматически при любом распределении заряда $Q_s(x)$, удовлетворяющем условию (16).

Строго говоря, проделанные преобразования не привели нас к решению задачи, так как правые части формул (9), (14)–(16) содержат неизвестную функцию $f_e(x)$. В принципе ее можно исключить, выразив с помощью интеграла Пуассона через тангенциальное поле $E_t(x)$ (см. Приложение). Однако тогда вместо выражения (14) получается интегральное уравнение Фредгольма для $E_t(x)$, которое опять же не имеет аналитического решения, хотя уже и не является сингулярным. Тем не менее использованный выше метод регуляризации обладает в нашем случае одним важным преимуществом по сравнению с известным методом [14]. Именно, все слагаемые в (9), (14)–(16), не содержащие $f_e(x)$, имеют, а содержащие — не имеют в своем составе большой множитель ε , кроме того, справедливы неравенства $\Phi(\xi) < 1$; $F_e^0 < 1$; $F_e^1(\xi) < F_e^1(0) < 1$. Поэтому подстановка вместо $f_e(x)$ любой колоколообразной функции с правильными предельными значениями и нормировкой (5) даст ошибку во всяком случае не более $1/\varepsilon$. Другими словами, условия на внешней границе $y = d$ слабо влияют на распределение потенциала и на поверхностное поле внутри полупроводника. Причина этого состоит в том, что внешние по отношению к полупроводнику воздействия ”экранируются” вследствие сильной поляризуемости кристалла. В дальнейшем мы

будем использовать простейшую аппроксимацию вида

$$f_e(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2 \ln \Lambda} & \text{при } \Lambda^{-1} < \xi < \Lambda, \\ 0 & \text{при } \xi < \Lambda^{-1} \text{ и } \xi > \Lambda, \end{cases} \quad (19)$$

полагая $\Lambda \gg a$ при наличии стоп-кольца и $1 \ll \Lambda \ll a$ при его отсутствии. Вычисление соответствующих интегралов приводит в пределе $\Lambda \rightarrow \infty$ к следующим простым выражениям:

$$F_e^1(\xi) = 0 \text{ при } 1 < \xi < a, \quad (20)$$

$$F_e^1(0) = \Phi(\xi) = 1/2, \quad (21)$$

$$F_e^0 = \begin{cases} 1/2 & \text{при конечных } a \text{ (есть стоп-кольцо),} \\ 0 & \text{при } a \gg \Lambda \text{ (нет стоп-кольца).} \end{cases} \quad (22)$$

Эта аппроксимация соответствует использованию граничного условия $\varphi(x, d) = U/2$ и, как показано в *Приложении*, приводит к ошибке не более $1/2\varepsilon$. С такой же погрешностью справедливы все результаты следующего раздела.

3. Минимизация краевого поля

Дальнейшие расчеты можно проводить лишь после конкретизации вида функции $f_q(x)$. При этом надо иметь в виду основную цель создания охранного кольца — минимизацию напряженности поля на границе раздела

$$E_s(x) = \sqrt{E_n^2(x) + E_t^2(x)}, \quad (23)$$

необходимую для обеспечения максимально возможного напряжения пробоя прибора.

Оказалось, что при наличии стоп-кольца эта цепь может быть достигнута, если, в частности использовать функцию

$$f_q(x) = \frac{1 - \gamma \left(\frac{\xi-1}{a-\xi} \right)^m}{1 + \left(\frac{\xi-1}{a-\xi} \right)^m} \quad (24)$$

с параметрами m и γ , связанными между собой уравнением (15). Графики функции (24) для различных значений параметров приведены на рис. 2, *a*. Если m — целое число, то интегралы в (18) вычисляются обычным образом с помощью теории вычетов [13], применение которой дает

$$F_q^0 = \frac{1 - \gamma}{2}, \quad (25)$$

$$F_q^1(0) = 1 - (\gamma + 1) \left[\frac{1}{(-a)^m + 1} + \Psi_m(a, 0) \right], \quad (26)$$

$$F_q^1(\xi) = -(\gamma + 1) \sqrt{\frac{a}{a-\xi}} \Psi_m(a - \xi; \xi), \quad (27)$$

при $1 < \xi < a$,

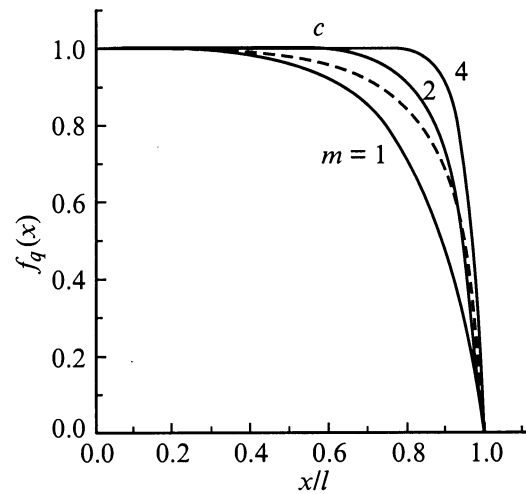
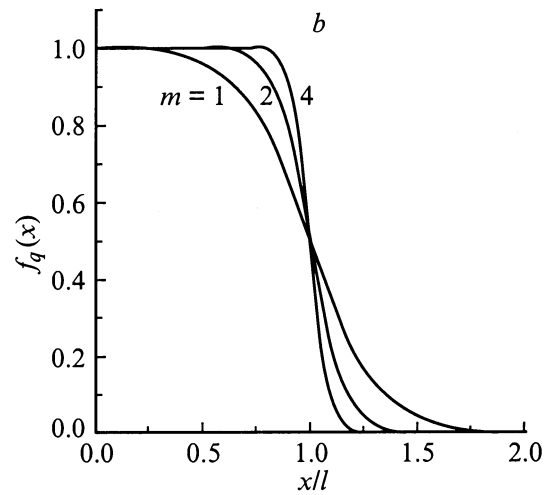
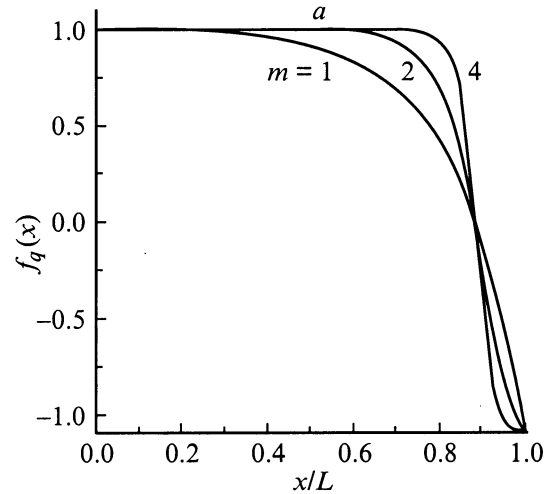


Рис. 2. Распределения поверхностной плотности заряда, использованные при расчете краевого поля в планарных $p^+ - i - n^+$ -структурах со стоп-кольцом (*a*) и без стоп-кольца (*b, c*).

где

$$\Psi_m(x, y) = \frac{x+y-1}{m} \sqrt{\frac{x}{2}} \sum_{k=1}^m \frac{\sqrt{1-\cos\theta_k}}{x^2-2x(y-1)\cos\theta_k+(y-1)^2},$$

$$\theta_k = \pi \frac{2k-1}{m}.$$

Подставляя (22) и (23) в (15) и решая получившееся уравнение относительно γ , получим

$$\gamma = \frac{\frac{\varepsilon+F_q^1(0)}{2F_q^0} + 1 - \frac{1}{1+(-a)^m} - \Psi_m(a;0)}{\frac{\varepsilon+F_q^1(0)}{2F_q^0} + \frac{1}{1+(-a)^m} + \Psi_m(a;0)}. \quad (28)$$

Графики зависимостей $E_s(x)$, $E_t(x)$ и $E_n(x)$, построенные с помощью этих формул для некоторых значений параметров, приведены на рис. 3. Как видно, нормальное поле $E_n(x)$ максимально на концах отрезка $0 < x < L$, где тангенциальное поле $E_t = 0$. По мере удаления от концов отрезка $E_n(x)$ уменьшается, а $E_t(x)$ увеличивается. При $m = 1$ реализуется уникальная ситуация: изменения величин $E_n(x)$ и $E_t(x)$ точно компенсируют друг друга, так что напряженность поля на границе раздела $E_s(x)$ не зависит от координаты и равно

$$E_s(x) = E_0 \operatorname{cth} \frac{\pi L}{4d}. \quad (29)$$

В этом частном случае распределение поверхностного заряда $Q_s(x)$ имеет вид

$$Q_s(x) = Q_0 \left[1 - (1 + \gamma) \frac{\xi(x) - 1}{a - 1} \right], \quad (30)$$

а параметры Q_0 и γ равны

$$Q_0 = -E_0 \varepsilon_0 (\varepsilon + 1) \operatorname{cth} \frac{\pi L}{4d}, \quad (31)$$

$$\gamma = \frac{2(\varepsilon + 1) + \operatorname{th} \frac{\pi L}{4d}}{2(\varepsilon + 1) - \operatorname{th} \frac{\pi L}{4d}}. \quad (32)$$

Краевое поле (29) значительно больше объемного значения E_0 при малых L/d и практически не отличается от E_0 при $L/d > 3$.

Если $m \geq 2$, то "поверхностный" p - n -переход является более "резким" и по мере удаления от концов отрезка $0 < x < L$ поле $E_t(x)$ увеличивается быстрее, чем $E_n(x)$ уменьшается. При произвольных m максимум $E_t(x)$ расположен в точке

$$x = x_0 \equiv \frac{d}{\pi} \ln \frac{a+1}{2},$$

а поверхностный p - n -переход — в точке

$$x = x_s \equiv \frac{d}{\pi} \ln \frac{a + \gamma^{1/m}}{1 + \gamma^{1/m}},$$

где $|E_n(x_s)| = \frac{1}{2} \frac{E_0}{\varepsilon+1} \ll |E_t(x_0)|$. Так как $(\gamma - 1) \approx 1/\varepsilon \ll 1$, то $x_0 \approx x_s$, поэтому

$$E_{sm} = \max E_s(x) \approx |E_t(x_0)|$$

$$= \frac{E_0}{\varepsilon + 1} \frac{2\varepsilon + 1}{2F_q^1(0)} \frac{1 + \gamma}{2} \sum_{i=1}^m (m \sin \theta_k / 2)^{-1}. \quad (33)$$

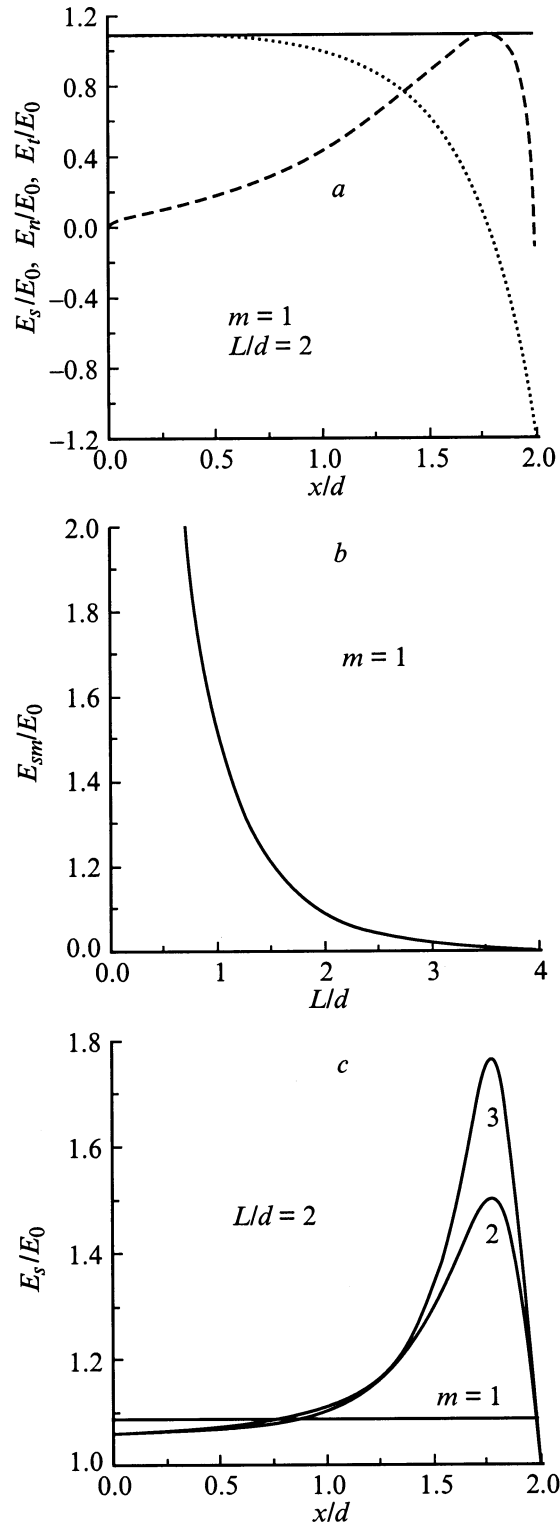


Рис. 3. Результаты расчета краевых полей в планарных $p^+ - i - n^+$ -структурах со стоп-кольцом. *a* — зависимости $E_n(x)$ (точки), $E_t(x)$ (пунктир) и $E_s(x)$ (сплошная линия) от координаты при $m = 1$ и $L/d = 2$; *b* — зависимость отношения E_{sm}/E_0 от величины L/d при $m = 1$; *c* — зависимости отношения $E_s(x)/E_0$ от координаты при $L/d = 2$ и различных значениях параметра m .

Сумма в правой части (33) очень точно аппроксимируется функцией $(1 + 0.62 \ln m)$, которая и определяет главным образом зависимость E_{sm} от степени резкости поверхностного $p-n$ -перехода. Легко убедиться, что уже при $m = 2$ максимальное значение краевого поля почти в 1.5 раза больше E_0 , даже если $L/d > 3$.

Ясно, что не только увеличение параметра m , но и использование любого распределения поверхностного заряда $Q_s(x)$, отличного от (30), приведет к тому, что поле $E_s(x)$ станет неоднородным и, следовательно, увеличится по сравнению со значением, даваемым формулой (29). Это означает, что мы нашли решение поставленной задачи: при заданном расстоянии между основным электродом и стоп-кольцом краевое поле минимально, если распределение поверхностного заряда $Q_s(x)$ описывается формулой (30).

Если стоп-кольцо отсутствует, то краевое поле можно минимизировать, например используя аппроксимацию

$$f_q(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\xi-1}{\lambda-1}\right)^m}, \quad (34)$$

где $\lambda = \xi(l)$, l — ширина полосы, в которой сосредоточена большая часть поверхностного заряда (см. рис. 2, *b*). Подстановка (34) в (18) дает в этом случае при целых m

$$F_q^1(0) = 1 - \frac{1}{(1-\lambda)^m + 1} - \Psi_m(\lambda-1; 0), \quad (35)$$

$$F_q^1(\xi) = -\Psi_m(\lambda-1; \xi), \quad \text{при } 1 < \xi. \quad (36)$$

Результаты расчетов краевого поля с использованием этих формул приведены на рис. 4. Как видно, нормальное поле $E_n(x)$ почти постоянно при $0 < x < l-d$, уменьшается примерно в 2 раза при $x = l$, а затем быстро стремится к величине $\frac{1}{2} \frac{E_0}{\varepsilon+1}$.⁴ Тангенциальное поле $E_t(x)$, напротив, максимально по модулю при $x = l$, причем величина $|E_t(l)|$ также определяется формулой (33) со значением $\gamma = 0$. Как и при наличии стоп-кольца, $|E_t(x)|$ увеличивается с ростом x быстрее, чем уменьшается $|E_n(x)|$, если $m \geq 2$. Однако теперь абсолютный максимум $E_s(x)$ превосходит $E_s(0)$ лишь на несколько процентов при $m = 2$. Поэтому распределение поверхностного заряда вида (34) можно использовать без заметного увеличения $\max E_s(x)$ при значениях $m \leq 2$.

Чтобы понять, насколько сильно влияют детали распределения поверхностного заряда на краевое поле, мы провели расчеты еще для двух случаев. При использовании функции вида

$$f_q(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{\xi-1}{\lambda-1}\right)^m & \text{при } x < l, \\ 0 & \text{при } x \geq l \end{cases} \quad (37)$$

⁴ Этот результат является следствием того, что мы использовали аппроксимацию (19) для $f_e(\xi)$. На самом деле, конечно, должно быть $E_n(\infty) = 0$.

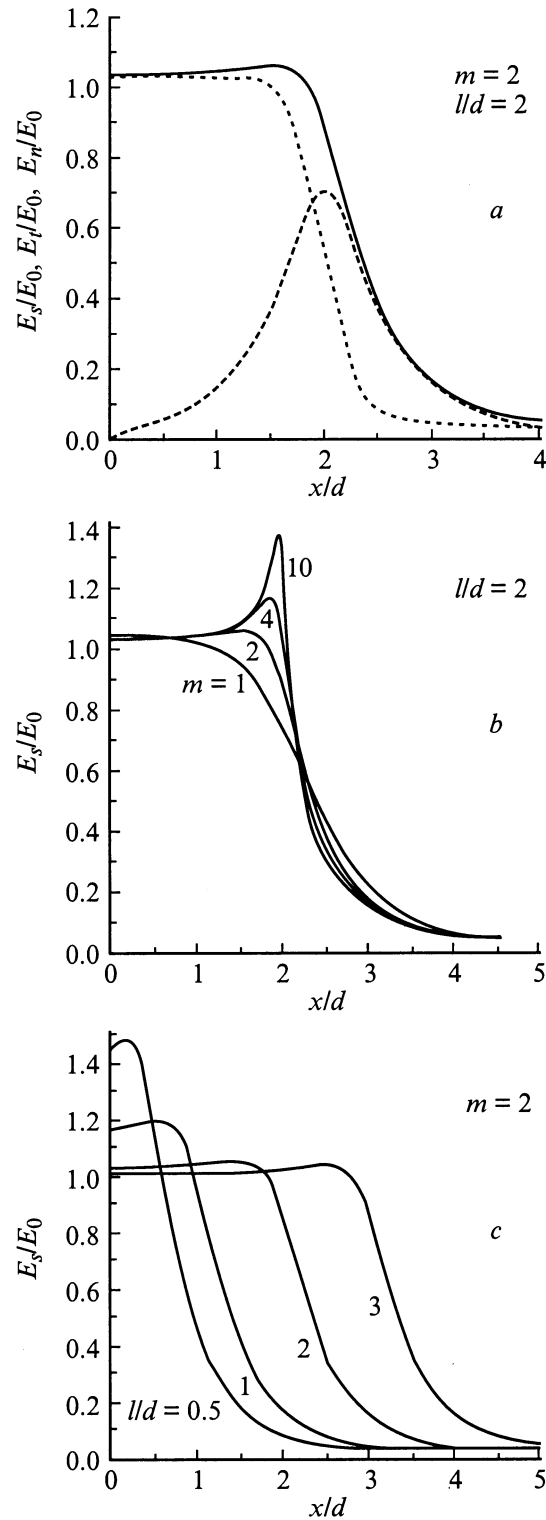


Рис. 4. Результаты расчета краевых полей в планарных $p^+ - i - n^+$ -структурах без стоп-кольца. *a* — зависимости $E_n(x)$ (точки), $E_t(x)$ (пунктир) и $E_s(x)$ (сплошная линия) от координаты при $m = 2$ и $l/d = 2$; *b* — зависимости отношения $E_s(x)/E_0$ от координаты при $l/d = 2$ и различных значениях параметра m ; *c* — зависимости отношения $E_s(x)/E_0$ от координаты при $m = 2$ и различных значениях величины l/d .

получается

$$F_q^1(0) = \frac{2}{\pi} \left\{ \left[1 - \frac{1}{(1-\lambda)^m} \right] \arctg \sqrt{\lambda-1} + \frac{1}{\sqrt{\lambda-1}} \sum_{k=1}^m \frac{(-1)^k (\lambda-1)^{1-k}}{2m+1-2k} \right\}. \quad (38)$$

Если использовать распределение вида

$$f_q(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\lambda-\xi}{\lambda-1}} & \text{при } x < l, \\ 0 & \text{при } x \geq l \end{cases} \quad (39)$$

с корневой особенностью при $x \rightarrow l$, то

$$F_q^1(0) = \sqrt{\operatorname{th} \frac{\pi l}{4d}}. \quad (40)$$

В обоих случаях все результаты численных расчетов полей качественно полностью аналогичны приведенным на рис. 4. В частности, во всех случаях $E_{sm} = E_n(0)$, если $f_q(x)$ изменяется от 1 до $-\gamma$ (при наличии стоп-кольца) или до 0 (без него) в полосе шириной порядка d на внешней границе охранного кольца. Количественные же различия малы. Например, если $\sqrt{a} \gg 1$, то важный параметр $F_q^1(0)$ во всех случаях можно представить в виде $F_q^1(0) = 1 - \eta \exp(-\frac{\pi L}{2d})$, и только постоянная η изменяется в пределах от $2/\pi$ до 2 в зависимости от деталей распределения $Q_s(x)$.

4. Обсуждение результатов

Основные результаты, полученные выше, можно сформулировать следующим образом. Во-первых, максимальная напряженность краевого поля E_{sm} всегда больше объемного значения E_0 . Во-вторых, надлежащий выбор распределения поверхностного заряда $Q_s(x)$ позволяет уменьшить разницу ($E_{sm} - E_0$) до любой заданной величины. Для этого в свою очередь необходимо выполнить два условия.

а) Плотность поверхностного заряда $Q_s(x)$ должна плавно изменяться от минимального значения Q_0 до максимального (равного $-\gamma Q_0$ при наличии стоп-кольца и нулю при его отсутствии) в полосе шириной не менее толщины i -слоя d , расположенной на внешней границе охранного кольца. При выполнении этого условия E_{sm} равно нормальному к поверхности полю на внутренней границе охранного кольца $E_n(0)$.

б) Ширина охранного кольца должна быть в несколько раз больше d . При выполнении этого условия максимальное краевое поле с точностью порядка $a^{-1/2}$ можно

представить в виде

$$E_{sm} = E_n(0) \approx E_0 \left[1 + \delta - \frac{\Phi(1)}{\varepsilon + 1} \eta \exp\left(-\frac{\pi L}{2d}\right) \right] \times \left[1 - \eta \exp\left(-\frac{\pi L}{2d}\right) \right]^{-1}, \quad (41)$$

где $\delta = [F_e^1(0) + \Phi(1) - 1]/(\varepsilon + 1)$. Уже при $L \geq 3d$ экспонента в (41) становится пренебрежимо малой и $E_{sm} = E_0(1 + \delta)$.

Если для функции $f_e(x)$ принять аппроксимацию (19), то $\delta = 0$. Более точную оценку величины δ можно получить с использованием (14) и (A1), из которых следует, что

$$\delta = \frac{d}{\pi} \frac{1}{U(\varepsilon + 1)} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_0^L dx' \frac{\sqrt{a(\xi+1)} - \sqrt{a+\xi}}{(\xi+1)\sqrt{a+\xi}} \times \frac{E_t(x')}{(x-x')^2 + d^2}. \quad (42)$$

При больших \sqrt{a} подынтегральная функция в (18) имеет острые максимумы в точках $x \approx \frac{\ln 3}{\pi} d$ и $x' \approx L - d$, поэтому относительно слабо зависящий от x и x' множитель $[(x-x')^2 + d^2]^{-1}$ можно вынести из-под знака интеграла при этих значениях аргументов. В результате получается оценка

$$\delta \approx \frac{2 \ln 2}{(\varepsilon + 1)\pi^2} \frac{d^2}{(L - 1.35d)^2 + d^2} < 0.01 \frac{d^2}{L^2}, \quad (43)$$

откуда видно, что с достаточной для практических целей точностью можно действительно считать, что $\delta = 0$ и $E_{sm} = E_0$ при $L \geq 3d$.

Следует подчеркнуть, что для конденсатора с заданным распределением поверхностного заряда $Q_s(x)$ все результаты, полученные выше, справедливы лишь при одном значении напряжения:

$$U = U_q \equiv -d \frac{Q_0}{\varepsilon_0} \frac{F_q^1(0)}{\varepsilon + F_e^1(0)} \approx -d \frac{2Q_0}{\varepsilon_0(2\varepsilon + 1)}, \quad (44)$$

определяемым формулой (16). При всех других значениях U уравнение (11) не имеет ограниченного решения, т.е. тангенциальная компонента краевого поля стремится к бесконечности на границах электродов. Однако эта расходимость является следствием того, что мы использовали модель конденсатора с бесконечно тонкими металлическими электродами неизменной ширины. В реальном $p-i-n$ -диоде при $U \neq U_q$ ситуация качественно иная. Именно, если $U > U_q$, то тангенциальное поле резко возрастает вблизи граници охранного кольца, хотя и остается конечным. Величина E_{sm} существенно зависит от распределения примесей в p^+ -слое и стоп-кольце (как в обычных планарных переходах [1]) и не может быть вычислена в рамках нашей модели. Впрочем, в этом и

нет необходимости, коль скоро U_q равно объемному напряжению пробоя U_B , больше которого смещение U быть не может. Если же $U < U_q$, то области охранного кольца, примыкающие к электродам, заполнятся носителями заряда вплоть до полной нейтрализации. Вследствие этого электроды "расширятся", а эффективная ширина кольца, обедненной носителями заряда, уменьшится до величины, обеспечивающей выполнения условия (16) существования ограниченного решения уравнения (11). При этом отношение E_{sm}/E_0 возрастет, но само краевое поле E_{sm} уменьшится по сравнению с тем, что было при $U = U_q$.

Таким образом, вычисляя величину Q_0 для "оптимального" охранного кольца по формуле (16) необходимо использовать пробивное значение объемной напряженности поля $E_0 = E_B$; в частности, при $L \geq 3d$ должно быть $Q_0 \approx -E_B \varepsilon_0 (\varepsilon + 1/2)$. Иными словами, смыкание обедненной части оптимального охранного кольца с сильно легированными p^+ - и n^+ -областями должно наступить при $U = U_B$. Выполнение этого третьего условия наряду с условиями а) и б) должно обеспечить максимально возможное напряжение поверхностного пробоя прибора, сколь угодно близкое к объемному значению U_B .

Полученные выше результаты применимы для оптимизации конструкции еще одного типа приборов — высоковольтных диодов, изготовленных по технологии "кремний-на-изоляторе" (SOI). Типичное отношение толщин пленок изолятора d_i и кремния d_s достигает нескольких десятков, поэтому использованное нами приближение бесконечно тонких электродов применимо и в этом случае. Роль поверхностного заряда играет заряд ионизованных примесей в полупроводниковой пленке. Единственное различие состоит в том, что конденсатор с щелью заполнен не полупроводником, свободным от подвижных носителей заряда, а изолятором, диэлектрическая проницаемость которого обычно гораздо меньше (около 4 в случае SiO_2). Поэтому ошибка, связанная с использованием "неправильной" аппроксимации $f_e(x)$, может достигать 10%. Однако тот факт, что минимизация поля в SOI-диолах достигается при использовании профиля (30)–(32), не вызывает сомнения. Этот результат представляется особенно важным, поскольку до сих пор оптимальным считалось линейное распределение примесей вдоль поверхности [15,16].

В заключение отметим, методы создания "произвольного" профиля легирующей примеси вдоль поверхности с помощью литографии высокого разрешения достаточно хорошо отработаны [5,17] и требуют лишь обеспечения точности дозы облучения при ионной имплантации на уровне нескольких процентов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 98-02-17424).

Приложение

Точное соотношение между тангенциальным полем на границе раздела $E_t(x)$ и функцией $f_e(x)$ можно получить, используя интеграл Пуассона для полуплоскости $y > 0$ [13]

$$f_e(x) = \frac{d}{E_0} \frac{1}{\pi} \int_0^L \frac{E_t(x')}{(x' - x)^2 + d^2} dx'. \quad (\text{П.1})$$

При любой (в том числе, при правильной) зависимости $E_t(x)$ функция $f_e(x)$ имеет максимум, расположенный на отрезке $0 < y < L$, и асимптотику $f_e(x) \propto x^{-2}$ при больших $|x|$. К сожалению, аналитическое вычисление интегралов $\Phi(\xi)$ и $F_e^1(\xi)$ с любой функцией $f_e(x)$, обладающей такой асимптотикой, невозможно. Поэтому для оценки погрешности, связанной с использованием "неправильной" аппроксимации $f_e(x)$, мы сравним два крайних предельных случая. Один из них уже рассмотрен в разд. 2 и 3 настоящей работы: функция $f_e(x)$, описываемая формулой (19), "убывает" в актуальной области значений x гораздо медленнее x^{-2} . Во втором случае используем функцию

$$f_e(x) = \pi \frac{a-1}{\ln a} \frac{\xi}{(a+\xi)(\xi+1)}, \quad (\text{П.2})$$

имеющую максимум при $x = L/2$ и асимптотику $f_e(x) \propto \exp(-\pi|x|/d)$. Для нее получается

$$\Phi(\xi) = \frac{1}{\ln a} \left(\frac{a \ln a / \xi}{a - \xi} - \frac{\ln \xi}{\xi - 1} \right), \quad (\text{П.3})$$

$$F_e^0 = F_e^1(0) = \frac{2}{\ln a} \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} = \frac{2d}{\pi L} \text{th} \frac{\pi L}{4d}, \quad (\text{П.4})$$

$$F_e^1(\xi) = \frac{2\sqrt{a}}{\ln a} \frac{a-1}{(\xi-1)(a-\xi)} \left[\frac{\xi}{\sqrt{(\xi-1)(a-\xi)}} \times \arctg \frac{\sqrt{(\xi-1)(a-\xi)}}{\xi + \sqrt{a}} - \frac{\xi + \sqrt{a}}{(\sqrt{a}+1)^2} \right]. \quad (\text{П.5})$$

Очевидно, точное решение должно находиться между этими двумя крайними случаями, поэтому ошибка результатов расчетов, полученная с использованием любой из аппроксимаций (19) или (П.2), не превышает разницы между ними. Численные расчеты, проведенные нами для большого числа актуальных значений параметров, показывают, что эта разница максимальна при вычислении величины Q_0 при больших a по формуле (16). Легко убедиться, что в пределе $a \gg 1$

$$\frac{\Delta Q_0}{Q_0} \leq \frac{1}{2\varepsilon} \left(1 - \frac{2d}{\pi L} \right). \quad (\text{П.6})$$

В частности, для Si при $L = 3d$ получается $\frac{\Delta Q_0}{Q_0} \leq 0.035$. На практике такая ошибка не имеет никакого значения, так как реально достижимая точность воспроизведения концентрации легирующих примесей обычно гораздо хуже 3.5%.

Список литературы

- [1] B.J. Baliga. *Modern power devices* (Singapore, 1987) p. 132.
- [2] V.C. Kao, E.D. Wolley. *Proc. IEEE*, **55**, 1409 (1967).
- [3] H. Yilmaz. *IEEE Trans. Electron. Dev.*, **ED-38**, 1666 (1991).
- [4] K. Hwang, D.H. Navon. *IEEE Trans. Electron. Dev.*, **ED-31**, 1126 (1984).
- [5] R. Stengl, U. Gosele. *IEDM Tech. Dig.*, 154 (1985).
- [6] S. Ahmad, J. Akhtar. *IEEE Electron. Dev. Lett.*, **EDL-6**, 465 (1985).
- [7] R. Stengl et al. *IEEE Trans. Electron. Dev.*, **ED-33**, 46 (1986).
- [8] V. Boisson, M. Le Helley, J.-P. Chante. *IEEE Trans. Electron. Dev.*, **ED-33**, 80 (1986).
- [9] S. Georgescu, T. Dunca, D. Sdrulla, I. Gupta. *Sol. St. Electron.*, **29**, 1035 (1986).
- [10] V.K.A. Temple, W. Tanrapourn. *IEEE Trans. Electron. Dev.*, **ED-33**, 1601 (1986).
- [11] J. Akhtar, S. Ahmad. *Sol. St. Electron.*, **33**, 1459 (1990).
- [12] P. Austing, J.L. Sanches, R. Berriane. *Sol. St. Electron.*, **39**, 593 (1996).
- [13] М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. *Методы теории функций комплексного переменного* (М., Наука, 1987).
- [14] Н.И. Мухелишвили. *Сингулярные интегральные уравнения* (М., Наука, 1968) с. 511.
- [15] S. Merchant et al. *Proc. 3rd Int. Symp. Power Semiconductor Devices and IC's*, 1991, p. 31.
- [16] S. Merchant. *IEEE Trans. Electron. Dev.*, **ED-46**, 1264 (1999).
- [17] S. Merchant. *IEEE Trans. Electron. Dev.*, **ED-42**, 1264 (1995).

Редактор В.В. Чалдышев

Surface field of high-voltage planar $p-i-n$ -diodes with nonhomogeneously doped guard ring

A.S. Kyuregyan

All-Russian Electrical Engineering Institute,
111250 Moscow, Russia

Abstract An exact analytical distribution of the electric field in a parallel-plane capacitor with an infinitely long slop and thin plates is presented. The obtained distribution accounts for the influence of the nonhomogeneous charge on the surface of a dielectric which fills up the capacitor. This type of the capacitor proves to be a good model for investigation of the $p-i-n$ -diodes with shallow planar junctions, stop-ring and lightly-doped guard ring. It is shown that the guard ring may reduce the maximum value of the surface electric field to the volume value E_0 in case the surface charge density Q_s changes along the semiconductor surface. To achieve this end, two conditions must be met: (a) the width of the guard ring must be three times greater than the depleted region thickness d ; (b) the value of Q_s must be equal to $-E_0\varepsilon_0(\varepsilon + 1/2)$ in the internal region of the guard ring and then gradually rise up to the value $E_0\varepsilon_0(\varepsilon + 3/2)$ (with the stop-ring) or to 0 (in the absence of the stop-ring) within the region of the width d , adjacent to the external boundary of the guard ring. The results of accounts are applicable also for optimization of the silicon-on-insulator diode doping profiles.