

# Исследование коэффициента отражения от полупроводниковой сверхрешетки, помещенной в магнитное поле

© А.А. Булгаков<sup>†</sup>, О.В. Шрамкова

Институт радиофизики и электроники Национальной академии наук Украины,  
310085 Харьков, Украина

(Получена 25 мая 1999 г. Принята к печати 18 августа 1999 г.)

Изучаются особенности распространения магнитоплазменных волн в структуре, образованной периодическим повторением слоев полупроводника и диэлектрика. Внешнее магнитное поле лежит в плоскости слоев, а распространение волн происходит в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. В работе были проведены расчеты дисперсионных характеристик с учетом конечности скорости распространения света, исследованы свойства коэффициента отражения от рассматриваемой структуры. Показано, что по зависимости коэффициента отражения от частоты, угла падения и магнитного поля можно получить данные о физических параметрах и толщинах слоев, образующих сверхрешетку.

## 1. Введение

Исследование физических свойств и технологических параметров таких структур, как полупроводниковые сверхрешетки, представляет значительные экспериментальные трудности. Одним из путей бесконтактного зондирования сверхрешеток является изучение зависимости коэффициента отражения (или коэффициента прохождения) электромагнитной волны от различных внешних величин, например частоты, угла падения или постоянного магнитного поля.

В нашей работе [1] было показано, что зависимость тензора диэлектрической проницаемости от частоты и магнитного поля приводит в слоистой среде к возникновению специфической зонной структуры спектра, а также к распространению "коллективных поверхностных магнитоплазмонов". Последние представляют собой поверхностные волны, распространяющиеся вдоль границ полупроводниковых и диэлектрических слоев. Поля этих волн "туннелируют" (проникают) через слои и оказываются связанными между собой граничными условиями. Воздействие внешнего поля на структуру при определенных условиях позволяет возбудить и изучить эти свойства сверхрешетки.

В данной статье получены аналитические формулы и проведены численные расчеты для коэффициентов отражения ( $\mathcal{R}$ ) и прохождения ( $\mathcal{T}$ ) при падении электромагнитной волны на полуограниченную слоисто-периодическую структуру, образованную слоями полупроводника и диэлектрика, помещенную во внешнее магнитное поле. Показано, что зависимости от частоты, угла падения и величины магнитного поля позволяют определить как геометрию, так и свойства слоев, образующих структуру.

Отметим, что имеется особенность в расчете коэффициентов ( $\mathcal{R}$ ) и ( $\mathcal{T}$ ) для периодической среды. Она связана с тем, что групповая скорость пространственных

гармоник может быть положительной или отрицательной в различных зонах пропускания. На это обстоятельство указывалось Л. Мандельштамом еще в 1945 г. [2].

Имеется значительное число литературных источников, связанных с теоретическим и экспериментальным исследованием коэффициентов отражения и прохождения в однородных средах (см., например, [3]). Одним из наиболее полных исследований процесса отражения плоской волны от диэлектрического пространства можно считать работу Ф.И. Федорова [4].

Теория отражения от периодической диэлектрической структуры рассматривалась еще в работах А. Ярива и П. Юха [5]. Однако и в настоящее время имеется значительный интерес к таким исследованиям [6].

## 2. Постановка задачи. Зонная структура спектра

Рассмотрим отражение и прохождение света через полубесконечную слоисто-периодическую структуру, образованную периодическим повторением слоев полупроводника (толщина  $d_1$ ) и диэлектрика (толщина  $d_2$ ). Направим ось  $Oz$  перпендикулярно границам слоев. Поместим описанную структуру во внешнее магнитное поле  $H_0$ , приложенное в направлении оси  $Oy$ . Рассматриваемые в данной работе магнитоплазменные волны распространяются в перпендикулярной магнитному полю плоскости  $xOz$ . Для решения задачи используем уравнения Максвелла в слоях полупроводника и диэлектрика, а также граничные условия для полей на плоскостях раздела слоев, состоящие в равенстве тангенциальных компонент магнитного и электрического полей. Для выбранной геометрии уравнения Максвелла разделяются на две системы: для  $TE$ -волн с компонентами полей  $E_y, H_x, H_z$  (обыкновенные волны) и для  $TM$ -волн с компонентами полей  $E_x, E_z, H_y$  (необыкновенные волны). В работе исследуются  $TM$ -волны, так как внешнее магнитное поле  $H_0$  не влияет на свойства  $TE$ -волн. Из материальных уравнений получаем тензор диэлектрической проницае-

<sup>†</sup> Факс: 380 (0572) 441105  
E-mail: bulgakov@ire.kharkov.ua

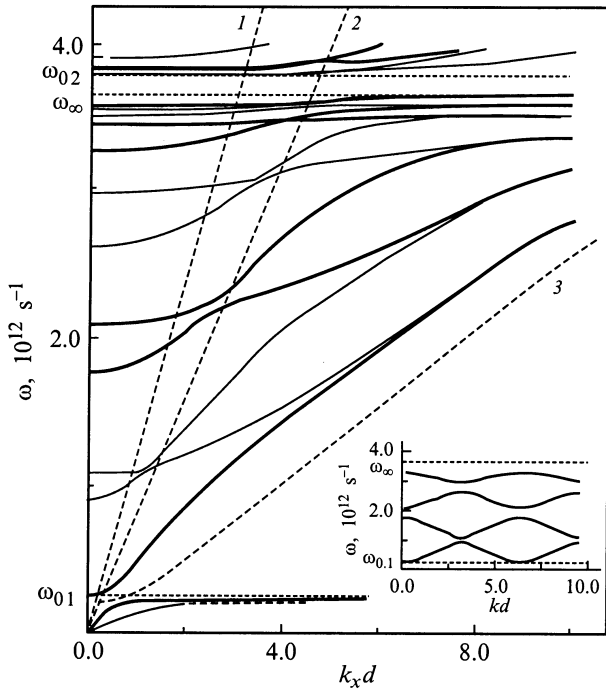


Рис. 1. Зонная структура спектра.

мости для полупроводника [7]:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_0 \left\{ 1 - \frac{\omega_p^2(\omega + i\nu)}{\omega[(\omega + i\nu)^2 - \omega_H^2]} \right\},$$

$$\varepsilon_{xz} = -\varepsilon_{zx} = \varepsilon_{\perp} = -i\varepsilon_0 \frac{\omega_p^2 \omega_H}{\omega[(\omega + i\nu)^2 - \omega_H^2]},$$

где  $\omega_p$  — плазменная частота,  $\varepsilon_0$  — решеточная часть диэлектрической проницаемости,  $\omega_H$  — циклотронная частота,  $\nu$  — эффективная частота столкновений.

Для слоев диэлектрика

$$\mathbf{D}_2 = \varepsilon_2 \mathbf{E}_2, \quad \varepsilon_2 = \text{const.}$$

Для плоской волны  $\exp(-i\omega t + ik_x x + ik_z z)$  в каждом слое поперечное волновое число имеет вид

$$k_{z1} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{f1} - k_x^2}, \quad k_{z2} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - k_x^2}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_f$  — так называемая фойгтовская проницаемость,

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{\parallel} + \frac{\varepsilon_{\perp}^2}{\varepsilon_{\parallel}}. \quad (2)$$

В формуле (1) индекс 1 относится к слоям полупроводника, а индекс 2 — к слоям диэлектрика.

Для описания слоисто-периодической среды в работе используется метод передаточной матрицы [8], связывающей поля в начале и конце периода структуры,

$$\begin{pmatrix} H_{y1}(0) \\ E_{x1}(0) \end{pmatrix} = \hat{m} \cdot \begin{pmatrix} H_{y2}(d) \\ E_{x2}(d) \end{pmatrix},$$

где  $d$  — период структуры,  $d = d_1 + d_2$ . Поля в периодической структуре должны удовлетворять условию

периодичности, поэтому воспользуемся теоремой Флоке:

$$H_{y2}(d) = H_{y1}(0)e^{i\bar{k}d}, \quad E_{x2}(d) = E_{x1}(0)e^{i\bar{k}d}. \quad (3)$$

Волновое число  $\bar{k}$  — так называемое блоховское волновое число — является усредненным по периоду структуры поперечным волновым числом вместо поперечных чисел  $k_{z1}, k_{z2}$  отдельных слоев. С помощью теоремы Флоке для определения  $\bar{k}$  получаем соотношение

$$\begin{aligned} \cos \bar{k}d &= \frac{m_{11} + m_{22}}{2} = \cos k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2 \\ &\quad - \frac{\varepsilon_{f1}\varepsilon_2}{2k_{z1}k_{z2}} \left[ \left( \frac{k_{z1}}{\varepsilon_{f1}} \right)^2 + \left( \frac{k_{z2}}{\varepsilon_2} \right)^2 - k_x^2 \left( \frac{\varepsilon_{\perp 1}}{\varepsilon_{\parallel 1}\varepsilon_{f1}} \right)^2 \right] \\ &\quad \times \sin k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $m_{11}$  и  $m_{22}$  — элементы передаточной матрицы  $\hat{m}$ :

$$\begin{aligned} m_{11} &= \cos k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2 - \left[ \frac{k_{z1}\varepsilon_2}{k_{z2}\varepsilon_{f1}} - \left( \frac{\varepsilon_{\perp 1}}{\varepsilon_{\parallel 1}} \right)^2 \frac{k_x^2\varepsilon_2}{k_{z1}k_{z2}\varepsilon_{f1}} \right] \\ &\quad \times \sin k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2 + i \frac{\varepsilon_{\perp 1}k_x}{\varepsilon_{\parallel 1}k_{z1}} \sin k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{22} &= \cos k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2 - \frac{k_{z2}\varepsilon_{f1}}{k_{z1}\varepsilon_2} \sin k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2 \\ &\quad - i \frac{\varepsilon_{\perp 1}k_x}{\varepsilon_{\parallel 1}k_{z1}} \sin k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2. \end{aligned}$$

Отметим, что для безграничной периодической среды эта формула является дисперсионным уравнением, определяющим связь между  $\omega$ ,  $k_x$  и  $\bar{k}$ .

Спектр собственных волн представлен на рис. 1. Рис. 1 получен численным путем по формуле (4) для структуры со следующими параметрами: первый слой — полупроводник типа InSb ( $\varepsilon = 17.8$ ,  $\omega_p = 10^{12} \text{ c}^{-1}$ ,  $d_1 = 0.02 \text{ см}$ ; второй слой — диэлектрик ( $\varepsilon_2 = 2$ ),  $d_2 = 0.005 \text{ см}$ ,  $H_0 = 159.2 \cdot 10^3 \text{ А/м}$  ( $2000 \text{ Э}$ ).<sup>1</sup> Предполагается, что эффективная частота столкновений  $\nu = 0$ . Видно, что спектр имеет зонную структуру. Зоны, в которых происходит распространение волн (разрешенные зоны) расположены между значениями блоховского волнового числа  $\bar{k}d = 2\pi N$  (на рисунке эти границы отмечены жирной линией) и  $\bar{k}d = \pi(2N + 1)$  (отмечены тонкой линией),  $N = 0, 1, \dots$  и т.д. Прямая линия 1 — световая линия однородного полупространства  $k_{zg} = \sqrt{(\omega/c)^2 \varepsilon_g - k_x^2} = 0$ ,  $\varepsilon_g$  — диэлектрическая проницаемость однородного полупространства. Прямая линия 2 —  $k_{z2} = 0$ , левее этой линии поля во втором слое имеют волноводный характер ( $k_{z2}^2 > 0$ ), а правее — поле проникает ("туннелирует") через второй слой ( $k_{z2}^2 < 0$ ).

<sup>1</sup> Эти же значения использованы и в расчетах, представленных на остальных рисунках.

Характерными являются частоты [8]

$$\omega_{01,02} = \pm \frac{\omega_H}{2} + \sqrt{\frac{\omega_H^2}{4} + \omega_{ps}^2}, \quad (5)$$

где  $\omega_{ps} = \omega_p \sqrt{\varepsilon_{01}/(\varepsilon_{01} + \varepsilon_2)}$  — частоты поверхностного плазмона на границе полупроводник–диэлектрик. Гибридная частота:

$$\omega_\infty = \sqrt{\omega_p^2 + \omega_H^2}. \quad (6)$$

Наконец, некоторая ”критическая” частота, смысл которой будет понятен далее:

$$\omega_{cr} = \omega_{ps} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{01}} \sqrt{\frac{\varepsilon_{01}}{\varepsilon_{01} - \varepsilon_2}}. \quad (7)$$

Рассмотрим области зонной структуры.

1.  $\omega < \omega_{01}$ . В этой области  $\varepsilon_f < 0$ ,  $k_{z1,2}$  — мнимые величины, а в структуре распространяются волны, поля которых убывают по экспоненте от всех границ структуры. Эти волны можно назвать ”коллективные поверхностные магнитоплазмоны”. Из рисунка следует, что для всех значений блоховского волнового числа  $\bar{k}$  дисперсионные кривые выходят на горизонтальную асимптоту  $\omega = \omega_{01}$ , а ширина зоны пропускания с ростом  $k_z d$  стремится к нулю. Отметим, что имеется только одна зона пропускания.

2. В области между  $\omega_\infty$  и  $\omega_{02}$ , если  $\omega_H > \omega_{cr}$ , возникает вторая зона ”коллективных” волн. Если  $\omega_{02} < \omega_\infty$  ( $\omega_H < \omega_{cr}$ ), то вторая зона ”коллективных поверхностных магнитоплазмонов” не существует.

3. При  $\omega_{01} < \omega < \omega_{02}$  ( $\omega_H < \omega_{cr}$ ) или  $\omega_{01} < \omega < \omega_\infty$  ( $\omega_H > \omega_{cr}$ ) волновое число  $k_{z1}$  оказывается действительным, а  $k_{z2}$  может быть действительным или мнимым. Особенность этой области в том, что диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_f \rightarrow \pm\infty$  при  $\omega \rightarrow \omega_\infty$ . Поэтому стремится к бесконечности и аргумент тригонометрических функций  $k_{z1}d_1$  в дисперсионном уравнении (4). Каждая зона пропускания характеризуется целым числом полувольт, укладывающихся поперек каждого из слоев, т.е. образование зон пропускания и непропускания определяется условием геометрического резонанса на толщине одного из слоев. Поэтому с ростом  $k_{z1}d_1$  число зон пропускания и запрещенных зон становится также бесконечно большим. В этой области проведена кривая  $k_{z1} = 0$ , которая является асимптотической линией для границ всех зон в этой области. Форма линии определяется зависимостью фойгтовской проницаемости от частоты. С этим обстоятельством связана и форма зон пропускания, ширина которых стремится к нулю при возрастании  $k_z d$ , а частота — к значению  $\omega_\infty$ . Это свойство спектра магнитоплазменных волн описано в нашей работе [1].

4. Наконец, при  $\omega > \omega_{02}$ ,  $\omega_\infty$  зависимость компонент тензора диэлектрической проницаемости от магнитного поля уменьшается с ростом частоты, зонная структура спектра становится такой же, как в диэлектрической

сверхрешетке, а границы зон выходят на асимптоту  $k_{z1} = 0$ , которая в этой области представляет собой прямую линию.

### 3. Коэффициенты отражения и прохождения

Одним из способов исследования спектра периодической среды является изучение зависимости коэффициента отражения электромагнитных волн от параметров периодической структуры. Кроме того, энергия проходящей волны позволяет возбуждать собственные волны периодической структуры, например, ”коллективные поверхностные магнитоплазмоны” — волны, которые образуют специфические зоны пропускания в периодической среде. Поэтому остальная часть работы посвящена теоретическому исследованию свойств коэффициентов отражения и прохождения.

Задача об отражении от однородных сред хорошо известна в литературе [9]. Расчет коэффициента отражения от диэлектрического периодического слоя был сделан в работе [5]. Однако рассмотрение задачи об отражении от полуграниченной периодической структуры связано с определенными трудностями в выборе правильного знака блоховского волнового числа. Известно [9], что отраженная и прошедшая волны должны уносить энергию от границы раздела. Для отраженной волны нетрудно выбрать решение в виде волны, распространяющейся в глубь однородной среды. В периодической же структуре групповая скорость волны вдоль оси  $Oz$  меняет знак в зависимости от зоны и от номера пространственной гармоники. Это видно на зависимости  $\omega(\bar{k}d)$  при  $k_z d = \text{const}$  (см. вставку на рис. 1). Из соотношения (4) получим

$$\begin{aligned} e^{i\bar{k}d} &= \frac{m_{11} + m_{22}}{2} \pm i \sqrt{1 - \left(\frac{m_{11} + m_{22}}{2}\right)^2} \\ &= \cos \bar{k}d \pm \sin \bar{k}d. \end{aligned} \quad (8)$$

Отсюда следует, что знак блоховского волнового числа, а следовательно, и знак групповой скорости  $\bar{v}_{gr} = \partial\omega/\partial\bar{k}$  определяются знаком второго слагаемого в этой формуле. Если  $\sin \bar{k}d > 0$ , то плюс соответствует положительному значению групповой скорости и потоку энергии вдоль оси  $Oz$ , а минус означает, что энергия приносится на границу с однородной средой. При  $\sin \bar{k}d < 0$  положительному направлению потока энергии соответствует знак ”-”. Следовательно, знак перед корнем (или перед  $\sin \bar{k}d$ ) для волны с групповой скоростью, уносящей энергию от границы в глубь периодической среды, надо выбирать следующим образом. Для первой зоны пропускания (см. рис. 1) — плюс, для второй зоны — минус, в третьей — плюс, в четвертой — минус и т.д. Именно на эту особенность определения коэффициента отражения от периодических структур указывал Л. Мандельштам [2].

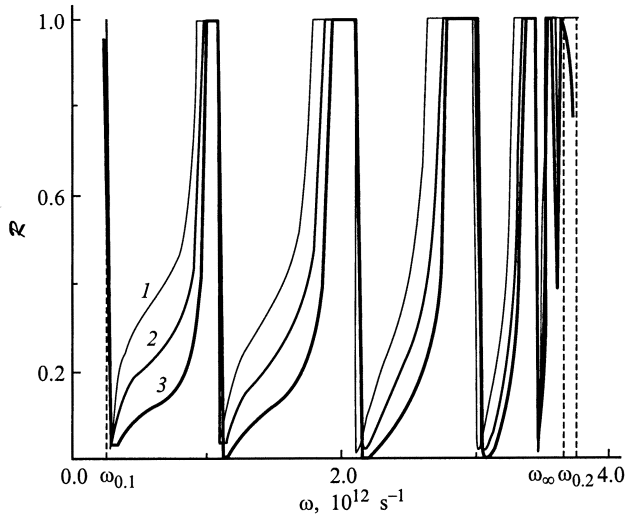


Рис. 2. Коэффициент отражения при  $\theta = 0^\circ$  (1),  $45^\circ$  (2),  $60^\circ$  (3).  $k_x = 0$ .

Учитывая высказанные соображения, найдем коэффициент отражения как отношение усредненного (по времени) отраженного от поверхности потока энергии к падающему потоку, а коэффициент пропускания как отношение усредненного прошедшего потока энергии к падающему потоку.

Напряженность электрического поля в однородной среде удобно представить в виде

$$E_{xg} = E_{xg}^i (e^{ik_{zg}z} + E^r e^{-ik_{zg}z}), \quad (9)$$

где  $E_{xg}^i$  и  $E^r$  — амплитуды падающей и отраженной волн соответственно. Из уравнений Максвелла найдем выражение для напряженности магнитного поля в однородном полупространстве:

$$H_{yg} = \frac{\omega \varepsilon_g}{k_{zg} c} E_{xg}^i (e^{ik_{zg}z} - E^r e^{-ik_{zg}z}).$$

На интервале  $0 \dots d_1$  структуры представим напряженность магнитного поля в виде

$$H_{y1} = A_1 e^{ik_{z1}z} + A_2 e^{-ik_{z1}z}. \quad (10)$$

Аналогично в области второго слоя структуры при  $z = d_1 \dots d_2$ :

$$H_{y2} = B_1 e^{ik_{z2}z} + B_2 e^{-ik_{z2}z}. \quad (11)$$

Подставляя  $H_{y1}$  и  $H_{y2}$  в уравнения Максвелла, находим:

$$E_{x1} = \frac{ck_{z1}}{\omega \varepsilon_{f1}} \left[ A_1 e^{ik_{z1}z} \left( \frac{\varepsilon_{\perp 1} k_x}{\varepsilon_{\parallel 1} k_{z1}} + 1 \right) + A_2 e^{-ik_{z1}z} \left( \frac{\varepsilon_{\perp 1} k_x}{\varepsilon_{\parallel 1} k_{z1}} - 1 \right) \right],$$

$$E_{x2} = \frac{ck_{z2}}{\omega \varepsilon_2} (B_1 e^{ik_{z2}z} - B_2 e^{-ik_{z2}z}).$$

Граничные условия для полей на плоскости раздела (однородное полупространство)–структура состоят в равенстве тангенциальных компонент полей:

$$E_{xg}(0) = E_{x1}(0), \quad H_{yg}(0) = H_{y1}(0).$$

На плоскости раздела слоев структуры выполняются следующие граничные условия:

$$E_{x1}(d_1) = E_{x2}(d_1), \quad H_{y1}(d_1) = H_{y2}(d_1).$$

Используя приведенные условия, находим коэффициенты отражения и прохождения. Для удобства введем обозначение  $\alpha = m_{12} / [\exp(-ikd) - m_{11}]$ , тогда для коэффициента отражения получим

$$\mathcal{R} = \left| \left( 1 - \frac{k_{zg} c}{\omega \varepsilon_g} \alpha \right) / \left( 1 + \frac{k_{zg} c}{\omega \varepsilon_g} \alpha \right) \right|^2, \quad (12)$$

а для коэффициента прохождения

$$\mathcal{T} = \frac{4k_{zg} c}{\omega \varepsilon_g} \left\{ \alpha / \left| 1 + \frac{k_{zg} c}{\omega \varepsilon_g} \alpha \right|^2 \right\}, \quad (13)$$

где

$$m_{12} = -i \frac{c}{\omega} \left\{ \frac{k_{z2}}{\varepsilon_2} \cos k_{z1} d_1 \sin k_{z2} d_2 + \left[ \frac{k_{z1}}{\varepsilon_{f1}} - \left( \frac{\varepsilon_{\perp 1}}{\varepsilon_{\parallel 1}} \right)^2 \frac{k_x^2}{k_{z1} \varepsilon_{f1}} \right] \sin k_{z1} d_1 \cos k_{z2} d_2 + i \frac{\varepsilon_{\perp 1}}{\varepsilon_{\parallel 1} \varepsilon_2} \frac{k_x k_{z2}}{k_{z1}} \sin k_{z1} d_1 \sin k_{z2} d_2 \right\},$$

$k_x = (\omega/c) \sqrt{\varepsilon_g} \sin \theta$ ,  $k_{zg} = (\omega/c) \sqrt{\varepsilon_g} \cos \theta$ ,  $\theta$  — угол падения электромагнитной волны из однородного полупространства. Угол  $\theta$  отсчитывается от отрицательного направления оси  $Oz$ .

Исследование зонной структуры спектра может проводиться различными способами: измерение зависимости коэффициента отражения  $\mathcal{R}$  от частоты при постоянных значениях магнитного поля  $H_0 = \text{const}$  и угла падения  $\theta = \text{const}$ ; измерение  $\mathcal{R}(\theta)$  при  $H_0 = \text{const}$  и  $\omega = \text{const}$ ; наконец, изменение величины коэффициента отражения в зависимости от магнитного поля  $\mathcal{R}(H)$  при  $\omega = \text{const}$  и  $\theta = \text{const}$ .

Зависимость  $\mathcal{R}(\omega)$  при  $H = 159.2 \cdot 10^3$  А/м (2000 Э) и трех значениях угла падения представлена на рис. 2 для области частот  $\omega_{01} < \omega < \omega_{\infty}$ . Сравнивая этот рисунок с рис. 1, видим, что в запрещенных зонах коэффициент отражения принимает значение  $\mathcal{R} = 1$ . В зонах пропускания зависимость  $\mathcal{R}(\omega)$  немонотонная, но кривые при одинаковых значениях угла падения подобны друг другу. Отметим, что в каждой зоне пропускания может быть частота "полного прохождения", для которой коэффициент отражения равен нулю, т.е. энергия падающей волны полностью проходит внутрь периодической структуры. При отражении от однородных сред также возможно аналогичное явление, а соответствующий угол падения называется углом Брюстера [9]. В периодической структуре в отличие от однородных сред одному углу соответствует ряд частот для разных разрешенных зон.

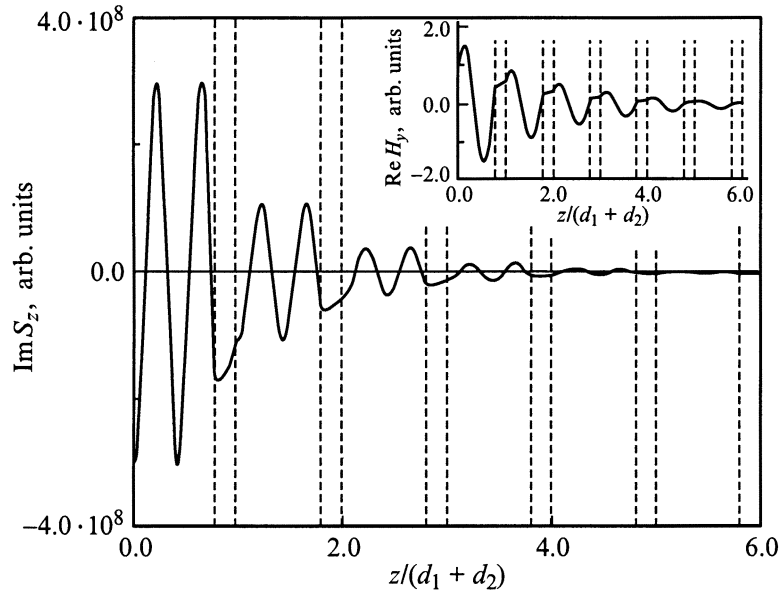


Рис. 3. Поток электромагнитной энергии в запрещенных зонах.  $k_x = 10$ .

Интерес представляет распределение полей в структуре в запрещенных зонах. Дело в том, что волновые числа в слоях структуры в запрещенных зонах остаются действительными. В результате поля осциллируют внутри слоев, а их амплитуда убывает вглубь структуры. Однако осцилляции поля не приводят к распространению энергии, так как  $z$ -компонента потока — чисто мнимая величина. Таким образом, проникновение поля в запрещенных зонах вглубь периодической среды обусловлено реактивной частью потока энергии. На рис. 3 представлена картина распределения мнимой части потока энергии ( $\text{Im} S_z = 0$ ) в периодической среде. Осцилляции потока связаны с тем, что поле осциллирует в каждом слое. Это хорошо видно на вставке в верхней части рис. 3. Отметим, что поле может проникать в структуру на глубину многих периодов в зависимости от величины  $|\bar{\mathbf{k}}|^{-1}$ . Так как значение  $\bar{\mathbf{k}}$  определяется соотношением (4) и зависит как от параметров структуры  $d_1$  и  $d_2$ , так и физических свойств слоев, имеется возможность управлять глубиной проникновения поля различными способами. Представляется интересным сравнить явление проникновения поля вглубь периодической структуры с отражением электромагнитной волны от диэлектрического полупространства с большим значением  $\varepsilon$  [4].

На рис. 4 представлены зависимости  $\mathcal{R}(H)$  для нескольких значений частоты и фиксированного значения  $k_x d = 10$ . Из рисунка видно, что при изменении магнитного поля также образуются зоны пропускания и непропускания. Отметим, что ширина и форма зон пропускания сложным образом зависят от частоты и магнитного поля. Нам представляется, что эта особенность спектра магнитоплазменных волн может использоваться для создания специальных полосовых фильтров.

Далее исследуем влияние диэлектрической проницаемости однородного полупространства  $\varepsilon_g$  на коэффициент отражения. Дело в том, что наибольшее значение продольного волнового числа при скользющем падении ( $\theta = 90^\circ$ ) равно  $k_x = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon_g}$ . Следовательно, вся область дисперсии правее световой линии (рис. 1) ока-

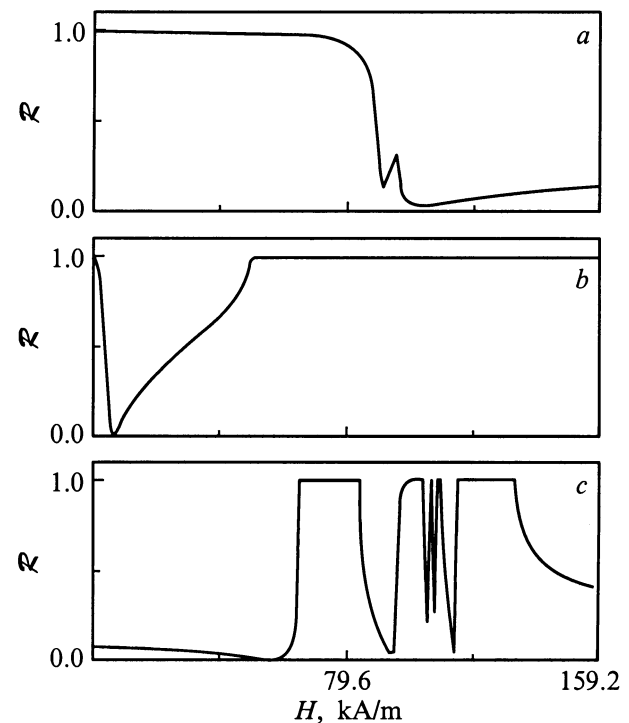


Рис. 4. Зависимость коэффициента отражения от магнитного поля при  $\omega, \text{с}^{-1}$ :  $a - 4.1 \cdot 10^{11}$ ,  $b - 9.5 \cdot 10^{11}$ ,  $c - 2.5 \cdot 10^{12}$ .  $k_x = 10$ .

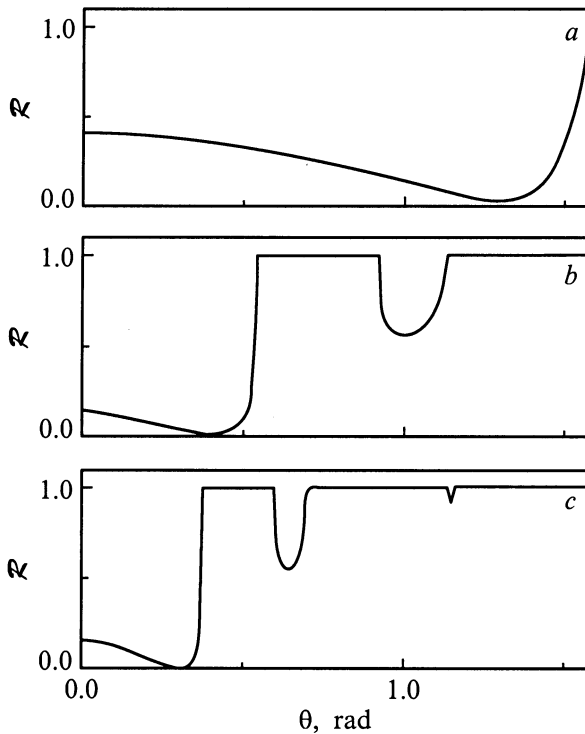
зывается недоступной при падении сигнала из вакуума. В то же время интерес представляет распространение волн в областях вблизи характерных частот  $\omega_{01}, \omega_{02}, \omega_\infty$ , где фазовая скорость принимает малые значения. Очевидно, что падение волны из среды с большой диэлектрической проницаемостью позволит возбудить такие волны (рис. 5). Так, при  $\varepsilon_g = 1$  при изменении угла падения проходит только часть одной зоны пропускания. При  $\varepsilon_g = 10$  проникновение падающей волны происходит уже в двух зонах; а для  $\varepsilon_g = 20$  — в трех зонах.

Рассмотрим зависимость  $\mathcal{R}(\omega)$  в точках, где  $k_{z1}d_1 = n\pi$ , т.е. на толщине первого слоя укладывается целое число полуволн и выполняется условие резонанса Вульфа–Брэгга. Из (4) получим  $\mathbf{k}d = k_{z2}d_2$  при  $n$  нечетном, или  $\mathbf{k}d = k_{z2}d_2 + \pi$  при  $n$  четном. Подставляя эти значения в (12), для коэффициента отражения получим

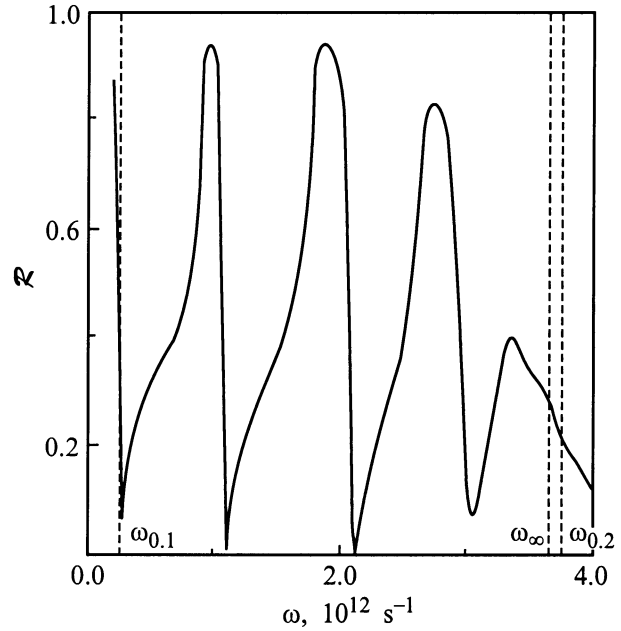
$$\mathcal{R} = \left| \frac{\varepsilon_g k_{z2} - \varepsilon_2 k_{zg}}{\varepsilon_g k_{z2} + \varepsilon_2 k_{zg}} \right|^2, \quad (14)$$

т.е. коэффициент отражения таков, как если бы отражение происходило только от второго слоя [9]. Таким образом, если параметры одного из слоев известны, то по наблюдению брэгговского резонанса можно определить параметры другого слоя.

Рассмотрим влияние затухания в полупроводнике на коэффициент отражения (рис. 6). Сравним этот рисунок с рис. 2. Видно, что учет затухания приводит к тому, что коэффициент отражения в запрещенных зонах оказыва-



**Рис. 5.** Зависимость коэффициента отражения от угла падения при диэлектрической проницаемости однородной среды  $\varepsilon_g = 1$  (a), 10 (b), 20 (c).  $\omega = 2.5 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ .



**Рис. 6.** Коэффициент отражения с учетом диссипации.  $k_x = 0$ ,  $\nu = 2 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$ .

ется меньшим единицы, т.е. имеет место проникновение энергии падающей волны в глубь решетки даже в запрещенных зонах. Причина этого в том, что волновые числа  $k_{z1,2}$  теперь оказываются комплексными, комплексным будет блоховское число  $\mathbf{k}$ . Последнее означает, что  $z$ -компонента потока энергии будет также комплексной и  $\text{Re}S_z \neq 0$ .

Необходимо также отметить, что вблизи частоты  $\omega = \omega_\infty$  коэффициент отражения имеет значение менее 0.5 и отсутствуют зоны, о которых говорилось ранее в связи с обращением в бесконечность аргумента  $k_{z1}d_1$  в формуле (4). Это означает, что ширина по частоте разрешенной (или запрещенной) зоны не может быть меньше, чем эффективная частота затухания.

#### 4. Заключение

В работе исследованы свойства коэффициента отражения от полупроводниковой периодической структуры, помещенной в магнитное поле. Показано, что изучая зависимость коэффициента отражения от частоты, угла падения или магнитного поля, можно получить данные о физических параметрах и толщинах слоев, образующих сверхрешетку. Таким образом, измерение  $\mathcal{R}$  может служить бесконтактным методом контроля за параметрами периодической структуры.

Коэффициент  $\mathcal{R}$  обладает специфическими свойствами, которые могут быть использованы, по нашему мнению, для создания приборов типа фильтров, аттенуаторов и т.п. для диапазона волн от сантиметров до микрометров. Так, в каждой зоне пропускания структуры существует частота Брюстера, для которой энергия падающей

волны полностью проходит в глубь решетки ( $\mathcal{R} = 0$ ). Эти частоты зависят от значения магнитного поля и угла падения. Изменение магнитного поля также приводит к образованию зон пропускания и непропускания по магнитному полю. Глубина проникновения внешнего поля в структуру в области запрещенных зон зависит от соотношения между толщинами слоев.

Наконец, изучая свойства коэффициента отражения, можно получить сведения о спектральных свойствах периодической структуры, а также возбуждать медленные волны типа коллективных магнитных поляритонов.

## Список литературы

- [1] А.А. Булгаков, О.В. Шрамкова. РЭ (1999) (в печати).
- [2] Л. Мандельштам. ЖЭТФ, **15** (9), 475 (1945).
- [3] Ю.К. Григулис. *Электромагнитный метод анализа слоистых полупроводниковых и металлических структур* (Рига, Зинатне, 1970).
- [4] Ф.И. Федоров. *Оптика анизотропных сред* (Минск, Изд-во АН БССР, 1958).
- [5] А. Ярив, П. Юх. *Оптические волны в кристаллах* (М., Мир, 1987).
- [6] А.В. Данилов, С.А. Ильченко. *Тр. 4-й междунар. конф. по электронному транспорту и оптическим явлениям в неоднородных средах* (СПб.-М., 1991).
- [7] В.П. Силин, А.А. Рухадзе. *Электромагнитные свойства плазмы и плазмодобных сред* (М., Атомиздат, 1961).
- [8] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. *Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками* (М., Наука, 1989).
- [9] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теоретическая физика. Электродинамика сплошных сред* (М., Наука, 1982).

Редактор Л.В. Шаронова

## Investigation of reflection coefficient from semiconductor superlattice placed in a magnetic field

A.A. Bulgakov, O.V. Shramkova

Institute of Radiophysics and Electronics,  
National Academy of Sciences of Ukraine  
310085 Kharkov, Ukraine

**Abstract** Features of the magneto-plasma wave propagation in a structure that was fabricated by a periodic alternating semiconductor and dielectric layers has been investigated. The external magnetic field lies in a plane of layers, and the distribution of waves takes place in a plane perpendicular to the magnetic field. In the work were made the account of dispersion characteristics with allowance for the finite speed of light propagation, and investigation of properties of the reflection coefficient of the structure. One can obtain data on physical parameters and thickness of layers forming a superlattice from dependences of the reflection coefficient on frequency, angle of incidence and magnetic field.