

Переменный пространственный заряд и неоднозначность квантовых состояний в двухбарьерных структурах

© А.Б. Пашковский

Государственное научно-производственное предприятие "Исток",
141120 Фрязино, Россия

(Получена 11 сентября 1999 г. Принята к печати 28 сентября 1999 г.)

На основе суммирования ряда теории возмущений получено решение нестационарных самосогласованных уравнений Шредингера и Пуассона, описывающих резонансное взаимодействие электронов, туннелирующих через несимметричные двухбарьерные структуры, с высокочастотным электрическим полем. В случае однородного в пределах ширины квазиуровня распределения электронов по энергии решение находится аналитически, а в случае моноэнергетического пучка сводится к нахождению корней алгебраического полинома пятой степени. Показано, что в ряде случаев влияние переменного пространственного заряда приводит к совершенно новому для данных систем эффекту: одной и той же амплитуде высокочастотного напряжения, приложенного к структуре, может соответствовать несколько разных волновых функций электронов и, как следствие, отличающихся в несколько раз значений высокочастотной проводимости, коэффициентов прохождения и отражения. В результате в таких структурах может наблюдаться неустойчивость протекания тока и гистерезис вольт-амперных характеристик. При этом зависимости коэффициентов прохождения, отражения электронов и высокочастотной проводимости от амплитуды напряжения в случае однородного распределения электронов представляют комбинацию N - и S -образных характеристик, а в случае моноэнергетического пучка носят петлеобразный характер.

1. Введение

Интерес к изучению электронного транспорта через системы потенциальных ям и барьеров в высокочастотном (ВЧ) электрическом поле [1–6] в последние годы заметно усилился как в связи с созданием и быстрым совершенствованием квантового каскадного лазера инфракрасного диапазона на межподзонных переходах [7,8], так и с предсказанием возможности наблюдения в таких структурах ряда квантовых эффектов, не имеющих аналогов при статическом транспорте электронов. Так, например, даже в очень слабых полях (бесконечно малой амплитуды) при низких концентрациях электронов и малых по сравнению с $\omega\varepsilon$ проводимостях (здесь ω — частота ВЧ поля, ε — диэлектрическая проницаемость полупроводника) для резонансных переходов в двухбарьерной структуре учет, даже по отдельности, влияния переменного пространственного заряда (плазменных колебаний) в малосигнальном приближении [9] и конечности амплитуды ВЧ поля [10] позволяет обнаружить новые явления. Как будет показано далее, влияние плазменных колебаний даже в слабом ВЧ поле конечной амплитуды может приводить к еще одному совершенно новому для данных структур эффекту: в установившемся режиме одной и той же амплитуде высокочастотного напряжения, приложенного к структуре, может соответствовать несколько разных волновых функций электронов, и, таким образом, все наблюдаемые свойства структуры (проводимость, коэффициенты прохождения и отражения) становятся неоднозначными. Таким образом, и в высокочастотном поле может наблюдаться хорошо известная в физике полупроводников для статических полей ситуация, когда одному и тому же приложенному к структуре напряжению соответствует

несколько значений тока (обычно это S -образная вольт-амперная характеристика) или одному значению тока несколько напряжений (обычно — N -образная характеристика) [11–13], хотя в ряде случаев зависимости тока от напряжения носят гораздо более сложный характер. По существу это означает, что в определенных условиях режим протекания тока через двухбарьерную структуру в слабом ВЧ поле может быть неустойчивым. Надо отметить, что данный эффект принципиально отличается от рассматриваемых ранее в литературе явлений оптической бистабильности [14,15] как механизмом, так и условиями, в которых он может наблюдаться. Кроме того, эта задача интересна еще тем, что в ней для структур, которые в принципе могут служить основой для нового типа униполярных лазеров инфракрасного диапазона [16], в случае однородного распределения электронов по энергии удастся найти аналитические самосогласованные решения нестационарных уравнений Шредингера и Пуассона, описывающих взаимодействие электронов с высокочастотным электрическим полем конечной амплитуды, а в случае моноэнергетического пучка свести задачу к нахождению корней алгебраического полинома пятой степени.

2. Решение самосогласованных уравнений Шредингера и Пуассона

Для определенности рассмотрим поток электронов, проходящих слева направо через несимметричную двухбарьерную резонансно-туннельную структуру толщиной a с тонкими (δ -образными) барьерами [9,10] в отсутствие постоянного электрического поля. Предполагается, что к структуре приложен слабый гармонически

изменяющийся потенциал, однородное электрическое поле в структуре изменяется во времени по закону $E(t) = E(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$, а пространственный заряд и электрическое поле вне структуры отсутствуют. Столкновениями, как и влиянием статического пространственного заряда, пренебрегается (можно, например, предположить, что последний скомпенсирован зарядом ионизированных доноров). Тогда нестационарное уравнение Шредингера имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + H(x)\psi + H(x,t)\psi, \quad (1)$$

$$H(x) = -U[\theta(x) - \theta(x-a)] - U_1\theta(x-a) + \alpha\delta(x)\psi + \alpha\gamma\delta(x-a),$$

$$H(x,t) = -qE \left\{ x[\theta(x) - \theta(x-a)] + a\theta(x-a) \right\} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) + q\varphi(x,t).$$

Здесь q, m^* — заряд и масса электрона, $\alpha = \varphi_b b$; φ_b, b — высота и ширина первого барьера, $\theta(x)$ — единичная функция, γ — численный коэффициент, U и U_1 — величины скачка дна зоны проводимости на барьерах, $q\varphi(x,t)$ — изменение потенциальной энергии, связанное с пространственным зарядом, причем $\varphi(x,t)$ удовлетворяет квазистатическому уравнению Пуассона:

$$\frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{Q(x,t)}{\varepsilon}, \quad (2)$$

где $Q(x,t)$ — плотность переменного пространственного заряда в структуре, ε — диэлектрическая проницаемость полупроводника.

Пусть поток электронов проходит через резонансный уровень с номером K , энергией \mathcal{E} и шириной Γ , а частота электрического поля соответствует переходам на резонансный уровень с номером L и шириной Γ_L . Рассмотрим два случая.

1. Распределение электронов по энергии в падающем потоке предполагается однородным по крайней мере при отклонениях от резонансной энергии порядка ширины основного уровня.

2. На центр резонансного уровня структуры падает моноэнергетический пучок электронов (а по существу пучок с разбросом по энергии меньше ширины наиболее узкого из уровней, между которыми совершаются переходы) с концентрацией n (можно, например, предположить, что он создан другой двухбарьерной структурой).

Известно, что при резонансных переходах в двухбарьерных структурах при достаточно малых амплитудах высокочастотного поля [5,9,10] существенны переходы только между двумя резонансными уровнями, а переходы на нерезонансные уровни можно не учитывать. Поэтому далее в расчетах рассматриваются волновые функции только на двух уровнях. При этом если $K > L$ (электроны падают на верхний уровень), то нижнему уровню

в формулах соответствует индекс “–”, если $L > K$ (электроны падают на нижний уровень), то верхнему уровню в формулах соответствует индекс “+”, уровень, на который падают электроны, дополнительного индекса не имеет. Там, где вид формул не зависит от того, падают электроны на нижний или на верхний уровень, будем писать индекс “±”. В показателе экспоненты и в формулах для обозначений величин индексами “±” и “∓” верхний знак соответствует переходу с нижнего уровня на верхний, нижний — наоборот.

Решение задачи ищем в предположении, что поле сигнала, как и поле переменного пространственного заряда, является возмущениями достаточно малой конечной амплитуды. Известно, что в двухбарьерных структурах с достаточно мощными барьерами ($y = 2m^* \alpha / \hbar^2 \gg k$, здесь k — волновой вектор электронов внутри структуры) при резонансных переходах поправки различных порядков к невозмущенной волновой функции ψ_0 с точностью до малой величины порядка k/y имеют тот же вид, что и сама волновая функция основного состояния [10,17], а волновая функция на резонансном уровне в поле конечной амплитуды (без учета пространственного заряда) представляется как $\psi_0 / (1 + \tilde{z})$, где \tilde{z} — численный параметр, зависящий от амплитуды поля и параметров структуры. Поэтому можно предположить, что внутри структуры и волновая функция данной задачи в первом случае имеет вид

$$\psi(\mathcal{E} + \delta\mathcal{E}) \approx \frac{1}{1 + \tilde{z}} \frac{[f(\mathcal{E})]^{1/2}}{1 + \frac{2i\delta\mathcal{E}}{\Gamma}} \times \left\{ F \left(\frac{y}{k} \sin kx + \cos kx \right) e^{-i(\omega_0 + \delta\omega)t} + \frac{S_{\pm}}{1 + \frac{2i\delta\mathcal{E}}{\Gamma_L}} \times \left(\frac{y}{k_{\pm}} \sin k_{\pm}x + \cos k_{\pm}x \right) e^{-i(\omega_0 + \delta\omega \pm \omega)t} \right\}, \quad (3)$$

где F и S_{\pm} — неизвестные пока комплексные числа; k, k_{\pm} — соответствующие волновые векторы, $f(\mathcal{E})$ — функция распределения электронов, $\delta\mathcal{E}$ — отклонение энергии от резонансной, $\omega_0 = \mathcal{E}/\hbar$, $\delta\omega = \delta\mathcal{E}/\hbar$. Во втором случае

$$\psi(\mathcal{E}) \approx \frac{n^{1/2}}{1 + z} \left\{ F \left(\frac{y}{k} \sin kx + \cos kx \right) e^{-i\omega_0 t} + S_{\pm} \left(\frac{y}{k_{\pm}} \sin k_{\pm}x + \cos k_{\pm}x \right) e^{-i(\omega_0 \pm \omega)t} \right\}. \quad (4)$$

Здесь \tilde{z} и z — неизвестные пока функции, уравнения для которых будут получены далее в процессе поиска самосогласованного решения задачи. По аналогии с [17,18] разумно предположить, что \tilde{z} имеет вид

$$\tilde{z} = \frac{z}{\left(1 + \frac{2i\delta\mathcal{E}}{\Gamma}\right) \left(1 + \frac{2i\delta\mathcal{E}}{\Gamma_L}\right)}, \quad (5)$$

где z — значение этой функции в центре уровня.

Волновой функции (3) в интервале энергий $d\mathcal{E}$ соответствует переменный пространственный заряд с плотностью

$$dQ_{\pm}(\delta\mathcal{E}) = \frac{qy^2 \sin k_{\pm}x \sin kx}{kk_{\pm}|1 + \tilde{z}|^2|1 + \frac{2i\delta\mathcal{E}}{\Gamma}|^2} \times \left(\frac{FS_{\pm}^* e^{\pm i\omega t}}{1 - \frac{2i\delta\mathcal{E}}{\Gamma_L}} + \frac{F^* S_{\pm} e^{\mp i\omega t}}{1 + \frac{2i\delta\mathcal{E}}{\Gamma_L}} \right) f(\mathcal{E}) d\mathcal{E}. \quad (6)$$

При малых отклонениях от центра уровня волновые векторы мало изменяются (при расчете заряда для них можно брать строго резонансные значения). Поэтому интегрирование dQ_{\pm} по энергии (формально от $-\infty$ до $+\infty$, а фактически — на расстояниях от центра уровня порядка его ширины) дает

$$Q_{\pm}(x, t) = \frac{qy^2 \sin k_{\pm}x \sin kx}{kk_{\pm}(1 + z)} \times \left(FS_{\pm}^* e^{\pm i\omega t} + F^* S_{\pm} e^{\mp i\omega t} \right) \frac{\pi f(\mathcal{E}) \Gamma \Gamma_L}{2(\Gamma + \Gamma_L)}. \quad (7)$$

Волновой же функции (4) ($\tilde{z} = z$) соответствует

$$Q_{\pm}(x, t) = \frac{qy^2 \sin k_{\pm}x \sin kx}{kk_{\pm}} \times \left(FS_{\pm}^* e^{\pm i\omega t} + F^* S_{\pm} e^{\mp i\omega t} \right) \frac{n}{(1 + z)^2}. \quad (8)$$

При достаточно мощных барьерах ($y/k \gg 1$) переменный пространственный заряд вне структуры мал, его поле на границе равно 0 [5,9], и граничные условия для уравнения Пуассона (2) практически не зависят от свойств структуры за барьерами. Поэтому, решив его для (7), (8), оператор возмущения внутри структуры можно записать как

$$\hat{V} = -qEx(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) + \hat{V}_{q+}e^{-i\omega t} + \hat{V}_{q-}e^{i\omega t}, \quad (9)$$

где

$$\hat{V}_{q+} = \frac{q^2 y^2 FS_{\pm}^* K^2}{\varepsilon k_- k^3} \left[\frac{\cos(K-L)k_1 x}{2(K-L)^2} - \frac{\cos(K+L)k_1 x}{2(K+L)^2} - \frac{2KL}{(K^2-L^2)^2} \right] \frac{n}{1+z}, \quad (10)$$

$\hat{V}_{q-} = (\hat{V}_{q+})^*$, $k_1 = k/K = k_{\pm}/L$ — волновой вектор на первом уровне, а

$$n = \frac{\pi f(\mathcal{E}) \Gamma \Gamma_L}{2(\Gamma + \Gamma_L)} \quad (11)$$

— по существу эффективная концентрация электронов, участвующих в переходах в первом случае (там, где это

не вызовет путаницы, эту величину будем использовать далее в формулах), и

$$\hat{V}_{q+} = \frac{q^2 y^2 FS_{\pm}^* K^2}{\varepsilon k_- k^3} \left\{ \frac{\cos(K-L)k_1 x}{2(K-L)^2} - \frac{\cos(K+L)k_1 x}{2(K+L)^2} - \frac{2KL}{(K^2-L^2)^2} \right\} \frac{n}{(1+z)^2} \quad (12)$$

— в случае моноэнергетического потока (здесь n — концентрация электронов в пучке).

Но, вообще говоря, волновые функции (3), (4) получаются из волновых функций невозмущенной задачи под воздействием периодического возмущения (9). Поэтому решение задачи будем искать в виде ряда теории возмущений по степеням \hat{V} .

Возможны три основные ситуации.

1) Переходы совершаются между уровнями, которые лежат выше дна зоны проводимости как левого (на входе), так и правого (на выходе) полупроводникового материала (рис. 1, *a*).

2) Переходы совершаются на уровень, который лежит ниже дна зоны проводимости левого материала и выше дна зоны проводимости правого (рис. 1, *b*).

3) Переходы совершаются с уровня, который лежит ниже дна зоны проводимости правого материала, на уровень, который лежит над дном зоны проводимости этого материала (рис. 1, *c*).

Рассмотрим первую из ситуаций. Волновая функция невозмущенной задачи имеет вид

$$\psi_0(x) = [f(\mathcal{E})]^{1/2} \times \begin{cases} \exp ik_0 x + D_0 \exp(-ik_0 x), & x < 0, \\ A_0 \sin kx + B_0 \cos kx, & 0 < x < a, \\ C_0 \exp[ik_1(x-a)], & x > a, \end{cases} \quad (13)$$

где

$$k_0 = [2m^*(\mathcal{E} + \delta\mathcal{E})/\hbar^2]^{1/2}, \\ k = [2m^*(\mathcal{E} + \delta\mathcal{E} + U)/\hbar^2]^{1/2}, \\ k_1 = [2m^*(\mathcal{E} + \delta\mathcal{E} + U_1)/\hbar^2]^{1/2}$$

— волновые векторы электронов. При достаточно мощных барьерах ($y \gg k$) волновая функция основного состояния в интервале $0 < x < a$ представляется в виде [17,18]

$$\psi_0 \approx \beta_0 \left(\frac{y}{k} \sin kx + \cos kx \right), \quad \beta_0 = \frac{\beta_0^r}{(1 + \frac{2i\delta\mathcal{E}}{\Gamma})},$$

$$\beta_0^r = \frac{2\gamma^2 k_0}{\gamma^2 k_0 + k_1} [f(\mathcal{E})]^{1/2}, \quad \beta_0 = [f(\mathcal{E})]^{1/2} B_0. \quad (14)$$

В приближении малого сигнала поправка ψ_1 к волновой функции основного состояния [5,10] имеют вид

$$\psi_1 = \psi_{1+}(x)e^{-i(\omega_0+\omega)t} + \psi_{1-}(x)e^{-i(\omega_0-\omega)t}$$

$$\omega_0 = \mathcal{E}/\hbar.$$

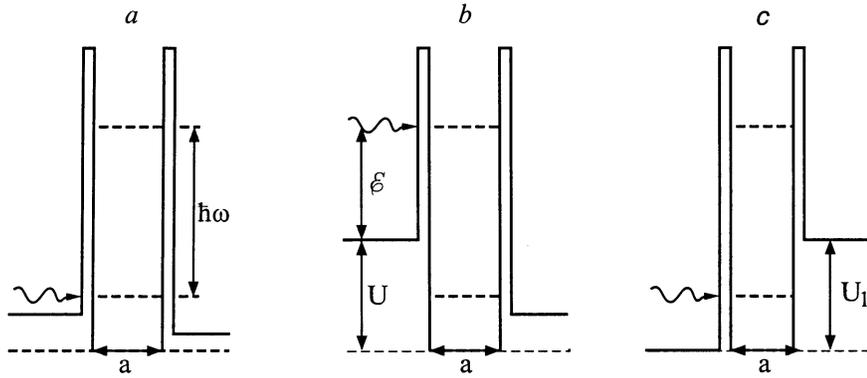


Рис. 1. Схематическое изображение зонной диаграммы рассматриваемых двухбарьерных структур.

При $y \gg k_{\pm}$ и величине волнового вектора, соответствующего резонансному уровню (это выполняется при условии $\text{tg } k_{\pm} a = -(1 + \gamma)k_{\pm}/\gamma y$ [18,19]), внутри структуры поправка 1-го порядка к волновой функции основного состояния (с точностью до малых членов порядка k/y , которые не вносят вклада в поправки более высоких порядков, см. подробнее [10,17]) имеет тот же вид, что и сама волновая функция:

$$\psi_{1\pm} \approx \beta_{1\pm} \left(\frac{y}{k_{\pm}} \sin k_{\pm} a + \cos k_{\pm} a \right), \quad (15)$$

где

$$k_{\pm} = \left[2m^*(\mathcal{E} + \delta\mathcal{E} + U \pm \hbar\omega)/\hbar^2 \right]^{1/2},$$

$$\beta_{1\pm} \approx \frac{2}{m^*\omega^2} \frac{k_{\pm}\beta_0\gamma y^2}{\Delta_{\pm}} \left[qE + F^*S_{\pm} \frac{q^2 y^2 a(K^2 + L^2)}{16\epsilon k k_{\pm} K L} \frac{n}{1+z} \right] (-1)^{L+1},$$

$$\Delta_{\pm}(\delta\mathcal{E}) = \frac{ik_{\pm}}{\gamma} (k_{1\pm} + \gamma^2 k_{0\pm}) \left(1 + \frac{2i\delta\mathcal{E}}{\Gamma_L} \right) (-1)^{L+1}. \quad (16)$$

Сравнивая (15) и (14) для поправки 2-го порядка, легко получить

$$\psi_2 \approx -\beta_0 \tilde{\phi} \left(\frac{y}{k} \sin kx + \cos kx \right), \quad 0 < x < a, \quad (17)$$

$$\phi = z_0 \left(1 + \frac{\eta F S_{\pm}^*}{1+z} \right) \left(1 + \frac{\eta F^* S_{\pm}}{1+z} \right), \quad (18)$$

$$z_0 = \left(\frac{qE}{m^*\omega^2} \right)^2 \frac{4\gamma^4 y^4}{(k_1 + \gamma^2 k_0)(k_{1\pm} + \gamma^2 k_{0\pm})},$$

$$\eta = \frac{qy^2 a(K^2 + L^2)n}{16\epsilon k k_{\pm} E K L} \quad (19)$$

— для однородного распределения и

$$\phi = z_0 \left[1 + \frac{\eta F S_{\pm}^*}{(1+z)^2} \right] \left[1 + \frac{\eta F^* S_{\pm}}{(1+z)^2} \right] \quad (20)$$

— для моноэнергетического пучка. При этом связь между ϕ и $\tilde{\phi}$ имеет тот же вид, что и между z и \tilde{z} (см. (5)).

Далее, если продолжить процедуру получения поправки более высоких порядков, а затем их просуммировать, то коэффициенты волновой функции на каждом из резонансных уровней можно представить в виде постоянного множителя и знакопеременного ряда [10,17]:

$$1 - \tilde{\phi} + (\tilde{\phi})^2 - (\tilde{\phi})^3 + \dots + (-1)^{n+1}(\tilde{\phi})^n + \dots, \quad (21)$$

который в области своей сходимости $|\tilde{\phi}| < 1$ представляет разложение функции $1/(1 + \tilde{\phi})$ по степеням $\tilde{\phi}$. Таким образом, для данной задачи волновая функция электронов имеет вид

$$\psi \approx \psi_K(x)e^{-i(\omega_0 + \delta\omega)t} + \psi_L(x)e^{-i(\omega_0 + \delta\omega \pm \omega)t}, \quad (22)$$

где

$$\psi_K(x) \approx [f(\mathcal{E})]^{1/2}$$

$$\times \begin{cases} \exp ik_0 x + D \exp(-ik_0 x), & x < 0, \\ A \sin kx + B \cos kx, & 0 < x < a, \\ C \exp[ik_1(x-a)], & x > a, \end{cases} \quad (23)$$

$$D = D_0 - \frac{\beta_0 \tilde{\phi}}{1 + \tilde{\phi}}, \quad A = \frac{A_0}{1 + \tilde{\phi}},$$

$$B = \frac{B_0}{1 + \tilde{\phi}}, \quad C = \frac{C_0}{1 + \tilde{\phi}},$$

$$\psi_L(x) \approx \frac{1}{1 + \tilde{\phi}}$$

$$\times \begin{cases} D_{1\pm} \exp(-ik_{\pm}x), & x < 0, \\ A_{1\pm} \sin k_{\pm}x + B_{1\pm} \cos k_{\pm}x, & 0 < x < a, \\ C_{1\pm} \exp[ik_{\pm}(x-a)], & x > a, \end{cases} \quad (24)$$

$$B_{1\pm} \approx D_{1\pm} \approx (-1)^{L+1} \gamma C_{1\pm} \approx \beta_{1\pm}, \quad A_{1\pm} \approx \frac{y}{k_{\pm}} D_{1\pm}.$$

Аналогичные выражения получаются и для моноэнергетического пучка заменой $f(\mathcal{E})d\mathcal{E}$ на n , а $\tilde{\phi}$ на ϕ при $\delta\omega = 0$.

Но с другой стороны, внутри структуры волновая функция описывается выражением (3), откуда, сравнивая (3) с (23), (24), находим

$$\tilde{\phi} = \tilde{z}, \quad \phi = z. \quad (25)$$

Далее, введя обозначение для соответствующего решения малосигнальной задачи без учета пространственного заряда ($z = 0$) (см. [10])

$$R_{\pm} = \frac{qE}{im^*\omega^2} \frac{2\gamma^2 y^2}{(k_{1\pm} + \gamma^2 k_{0\pm})} \beta_0^r, \quad (26)$$

можно получить полную с учетом (18), (20), (25) систему уравнений:

$$\begin{cases} F = \beta_0^r \\ S_{\pm} = R_{\pm} \left(1 + \frac{\eta F^* S_{\pm}}{1+z} \right) \end{cases} \quad (27)$$

— для однородного распределения и

$$S_{\pm} = R_{\pm} \left(1 + \frac{\eta F^* S_{\pm}}{(1+z)^2} \right) \quad (28)$$

— для моноэнергетического пучка, из которой соответственно находим

$$S_{\pm} = \frac{R_{\pm}}{1 - \eta R_{\pm} \frac{F^*}{1+z}}, \quad S_{\pm} = \frac{R_{\pm}}{1 - \eta R_{\pm} \frac{F^*}{(1+z)^2}}. \quad (29)$$

Далее, подставляя (27), (28) в (18), (20) и вводя обозначения

$$\zeta = \frac{|\sigma_E|}{\omega\varepsilon}, \quad \rho_{KL} = \frac{\pi^2(K^2 + L^2)(K^2 - L^2)^2}{64K^2L^2}, \quad (30)$$

$$X = \frac{1}{1+z},$$

где σ_E — рассчитанная без учета пространственного заряда по отношению к приложенному полю малосигнальная активная резонансная проводимость структуры [9,18]:

$$\sigma_E \approx \sigma_{\text{sim}} \frac{8\gamma^6 k_0^2 k_{\pm}}{(\gamma^2 k_0 + k_1)^2 (\gamma^2 k_{0\pm} + k_{1\pm})},$$

$$\sigma_{\text{sim}} \approx \pm \frac{8q^2 m^* \alpha^4 n}{\pi L \hbar^6 \omega^3} [1 - (-1)^{K-L}], \quad (31)$$

а σ_{sim} — резонансная проводимость симметричной структуры с постоянной высотой дна зоны проводимости и мощностью барьеров α (знак "плюс" относится к переходам с нижнего уровня на верхний, знак "минус" — наоборот), для переменной $X = 1/(1+z)$ можно получить

$$X \left(1 + \frac{z_0}{1 + \rho_{KL}^2 \zeta^2 X^2} \right) = 1 \quad (32)$$

— для однородного распределения электронов и

$$X \left(1 + \frac{z_0}{1 + \rho_{KL}^2 \zeta^2 X^4} \right) = 1 \quad (33)$$

— в моноэнергетическом случае.

Легко показать, что во втором и третьем случаях расположения резонансных уровней и дна зоны проводимости (рис. 1, b,c) при

$$\sigma_E \approx \sigma_{\text{sim}} \frac{8\gamma^6 k_0^2 k_-}{(\gamma^2 k_0 + k_1)^2 k_{1-}}$$

или

$$\sigma_E \approx \sigma_{\text{sim}} \frac{8\gamma^2 k_+}{\gamma^2 k_{0+} + k_{1+}} \quad (34)$$

соответственно [9,18] для F , S_{\pm} и X получаются те же самые формулы.

Далее, для амплитуды напряжения U , приложенного к структуре в случае однородного распределения электронов, и амплитуды моноэнергетического пучка U_r можно получить, используя (9)–(12) и (27)–(29):

$$|U|^2 = (Ea)^2 \frac{1 + (1 - \rho_{KL})^2 \zeta^2 X^2}{1 + \rho_{KL}^2 \zeta^2 X^2}, \quad (35)$$

$$|U_r|^2 = (Ea)^2 \frac{1 + (1 - \rho_{KL})^2 \zeta^2 X^4}{1 + \rho_{KL}^2 \zeta^2 X^4}. \quad (36)$$

Для проводимости структуры в случае однородного распределения G и моноэнергетического пучка G_r , рассчитанной по отношению к приложенному напряжению, с учетом (18), (29) можно получить формулы

$$G = \frac{\sigma_E}{a} \frac{X}{1 + (1 - \rho_{KL})^2 \zeta^2 X^2},$$

$$G_r = \frac{\sigma_E}{a} \frac{X^2}{1 + (1 - \rho_{KL})^2 \zeta^2 X^4} \quad (37)$$

или

$$G = \pm \frac{\omega\varepsilon}{a} \frac{\zeta X}{1 + (1 - \rho_{KL})^2 \zeta^2 X^2} = \pm \frac{\omega\varepsilon}{a} \Phi_{KL}, \quad (38)$$

$$G_r = \pm \frac{\omega\varepsilon}{a} \frac{\zeta X^2}{1 + (1 - \rho_{KL})^2 \zeta^2 X^4} = \pm \frac{\omega\varepsilon}{a} \Phi'_{KL}, \quad (39)$$

которые в слабом поле (при $X = 1$) переходят в соответствующие выражения из работы [9].

3. Анализ полученных решений

Таким образом, решение исходной самосогласованной задачи для однородного распределения электронов определяется уравнением 3-го, а для моноэнергетического пучка — 5-го порядка, коэффициенты которого простым образом зависят от напряженности электрического поля, параметров структуры (z_0), номеров уровней, между которыми совершаются переходы (ρ_{KL}), и отношения малосигнальной проводимости, рассчитанной без учета пространственного заряда, к величине $\omega\varepsilon(\zeta)$. Для однородного распределения решения легко могут быть получены по формуле Кардано. Более того, при $\rho_{KL}^2 \zeta^2 X^2 \gg 1$ два корня вообще могут быть найдены из решения квадратного, а третий (это относится и к моноэнергетическому потоку электронов) $X = 1/(1+z_0)$ — из решения

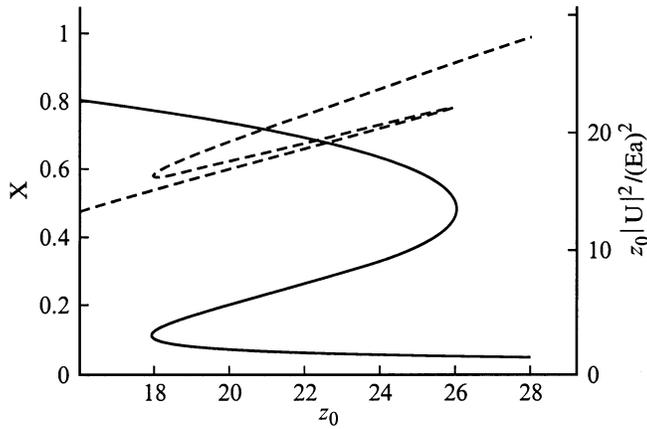


Рис. 2. Значение корней (X) уравнения (32) (сплошная линия) и функция $z_0|U|^2/(Ea)^2$ (штриховая линия) в зависимости от параметра z_0 при $\rho_{KL}^2\zeta^2 = 100$.

линейного уравнения. Таким образом, в данной системе реализуется совершенно уникальная и, по-видимому, единственная известная на сегодняшний день ситуация, когда решение самосогласованных нестационарных уравнений Шредингера и Пуассона, описывающих взаимодействие электронов с высокочастотным полем конечной амплитуды, может быть найдено аналитически.

Наиболее интересной особенностью полученных решений является их неоднозначная в общем случае зависимость от параметров задачи. Можно показать, что для однородного распределения при $z_0 < 8$ и $\rho_{KL}^2\zeta^2 < 27$ уравнение (32) имеет только один действительный корень, а при $z_0 = 8$ и $\rho_{KL}^2\zeta^2 = 27$ точка $X = 1/3$ является точкой перегиба соответствующей функции. При $z_0 > 8$ и $\rho_{KL}^2\zeta^2 > 27$ в зависимости от соотношения между этими параметрами уравнение (32) может иметь от одного до трех действительных корней.

Наличие двух или трех корней с учетом (35) автоматически означает, что при $\rho_{KL} \gg 1$ зависимость решений от амплитуды приложенного напряжения будет неоднозначной. На рис. 2 в качестве примера приведена зависимость X и квадрата амплитуды приложенного напряжения (для удобства использована функция $z_0|U|^2/(Ea)^2$ от параметра z_0 при прохождении электронов через верхние уровни двухбарьерной структуры и изменении номера уровня на 3 ($\rho_{KL} = 9\pi^2/8$, $\rho_{KL}^2\zeta^2 = 100$). Видно, что при определенных значениях z_0 одним и тем же значениям приложенного высокочастотного напряжения соответствуют разные значения X , а следовательно, и определяемые этим параметром волновые функции электронов. Это приводит к тому, что и зависимость от амплитуды приложенного напряжения (на рис. 3 для удобства приведены зависимости от параметра $z_0|U|^2/(Ea)^2$ коэффициента отражения электронов T при прохождении через центр резонансного уровня (в отсутствие высокочастотного поля $T = 1$) в определенном диапазоне напряжений тоже становится неоднозначной, так

же как и функция Φ_{KL} , определяющая высокочастотную проводимость структуры. В результате одному значению напряжения может соответствовать до трех значений коэффициента отражения (соответственно, коэффициента прохождения) и высокочастотной проводимости. При этом значения проводимости, соответствующие одному напряжению, могут отличаться в несколько раз, а коэффициент отражения вообще изменяться от 0 до 0.8. Также надо отметить, что форма зависимостей на рис. 3 не соответствует стандартному виду N -образных и S -образных характеристик, обычно встречающихся в полупроводниковых структурах [11–13], а представляет их комбинацию.

Качественно механизм образования неоднозначности зависимостей можно объяснить тем, что разным корням уравнения (32) соответствует разное количество электронов на резонансных уровнях, и следовательно, разные величины переменного пространственного заряда (5) и переменного потенциала (10), определяемого пространственным зарядом. Таким образом, влияние плазменных колебаний в достаточно сильном ВЧ поле может приводить к совершенно новому для данных структур эффекту: при прохождении электронов через резонансные уровни двухбарьерной структуры из-за перераспределения электронов между уровнями зависимость наблюдаемых характеристик структуры (проводимости, коэффициентов прохождения и отражения) от амплитуды приложенного высокочастотного напряжения может быть неоднозначной.

Наличие неоднозначной зависимости тока, текущего через структуру, от амплитуды высокочастотного напряжения свидетельствует о том, что в двухбарьерных структурах с приложенным ВЧ полем может наблюдаться гистерезис вольт-амперной характеристики

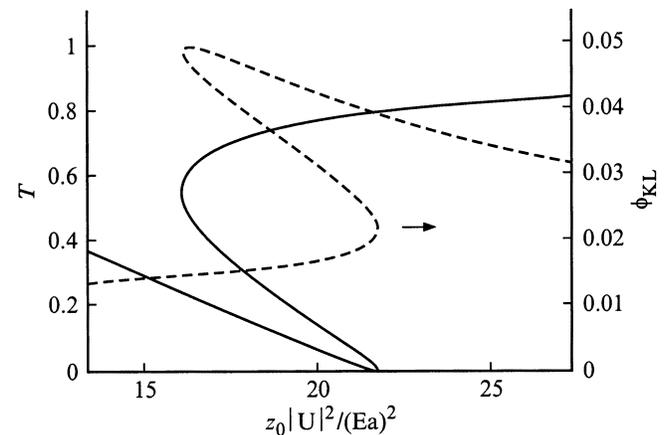


Рис. 3. Коэффициент отражения электронов (T), проходящих через центр резонансного уровня двухбарьерной структуры (сплошная линия), и функция Φ_{KL} (определяющая высокочастотную проводимость структуры) (штриховая линия) в зависимости от параметра $z_0|U|^2/(Ea)^2$ (пропорционального квадрату амплитуды приложенного высокочастотного напряжения) при $\rho_{KL}^2\zeta^2 = 100$.

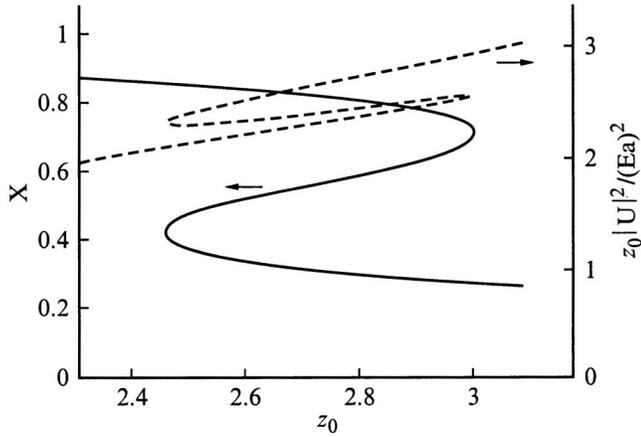


Рис. 4. Значения корней (X) уравнения (33) (сплошная линия) и функция $z_0|U|^2/(Ea)^2$ (штриховая линия) в зависимости от параметра z_0 при $\rho_{KL}^2\zeta^2 = 25$.

(ВАХ), а в определенных условиях могут возникнуть токовые осцилляции. Очевидно также, что характерное время перераспределения электронов между уровнями структуры будет зависеть от амплитуды приложенного высокочастотного напряжения. Это позволяет сделать предположение о том, что, изменяя последнюю, можно будет управлять и частотой токовых осцилляций.

Для моноэнергетического потока электронов значения параметров, при которых появляются особенности, несколько изменяются: при $z_0 < 16/9$ и $\rho_{KL}^2\zeta^2 < (5/3)^5$ уравнение (33) имеет только один действительный корень; при $z_0 = 16/9$ и $\rho_{KL}^2\zeta^2 = (5/3)^5$ точка $X = 3/5$ является точкой перегиба соответствующей функции, а при $z_0 > 16/9$ и $\rho_{KL}^2\zeta^2 > (5/3)^5$ уравнение (33) может иметь от одного до трех действительных корней. На рис. 4 в качестве примера приведена зависимость X и квадрата амплитуды приложенного напряжения (для удобства приведен график функции $z_0|U|^2/(Ea)^2$) от параметра z_0 при прохождении электронов через верхние уровни двухбарьерной структуры и при изменении номера уровня на 3 ($\rho_{KL} = 9\pi^2/8$, $\rho_{KL}^2\zeta^2 = 25$). При этом, как и в предыдущем случае, одним и тем же амплитудам приложенного высокочастотного напряжения соответствуют разные X , а следовательно, и определяемые этим параметром значения коэффициентов прохождения и отражения электронов. Однако для моноэнергетического пучка форма зависимостей коэффициента отражения (соответственно коэффициента прохождения) электронов и высокочастотной проводимости от амплитуды высокочастотного напряжения становится совершенно другой — она приобретает совершенно необычный петлевидный характер (рис. 5). Видно, что для данных значений ρ_{KL} и ζ значения проводимости и коэффициента отражения, отвечающие одному и тому же напряжению, отличаются заметно меньше, чем в предыдущем случае. Однако при увеличении роли плазменных колебаний (по существу — увеличении параметра $\rho_{KL}^2\zeta^2$) разница, как и следовало

ожидать, начинает заметно увеличиваться, а зависимости коэффициента отражения и высокочастотной проводимости от амплитуды приложенного напряжения приобретают еще более экзотический характер (см. рис. 6) ($\rho_{KL}^2\zeta^2 = 100$).

Надо отметить, что, хотя внешне рис. 4 очень похож на рис. 2, между этими двумя случаями есть существенное отличие: для однородного распределения второй корень уравнения (32) всегда лежит за радиусом сходимости ряда (21), в то время как для моноэнергетического потока оба корня могут находиться внутри радиуса сходимости.

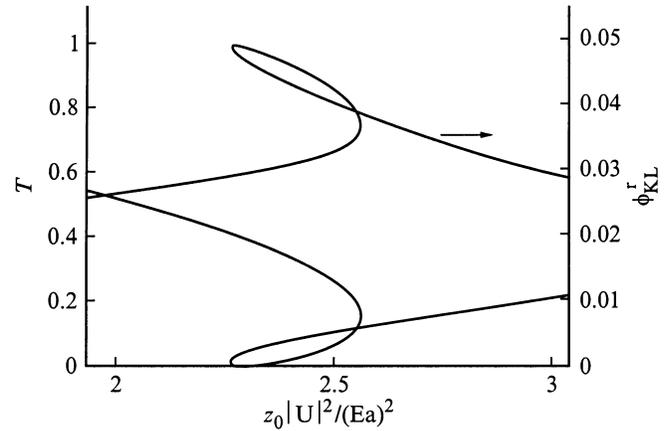


Рис. 5. Коэффициент отражения моноэнергетического потока электронов (T) от резонансного уровня двухбарьерной структуры (сплошная линия) и функция Φ'_{KL} (определяющая высокочастотную проводимость структуры) (штриховая линия) в зависимости от параметра $z_0|U|^2/(Ea)^2$ (пропорционального квадрату амплитуды приложенного высокочастотного напряжения) при $\rho_{KL}^2\zeta^2 = 25$.

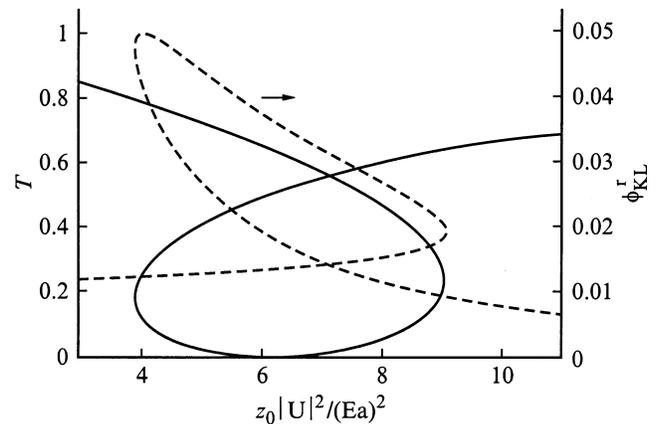


Рис. 6. Коэффициент отражения моноэнергетического потока электронов (T) от резонансного уровня двухбарьерной структуры (сплошная линия) и функция Φ'_{KL} (определяющая высокочастотную проводимость структуры) (штриховая линия) в зависимости от параметра $z_0|U|^2/(Ea)^2$ (пропорционального квадрату амплитуды приложенного высокочастотного напряжения) при $\rho_{KL}^2\zeta^2 = 100$.

На первый взгляд, тот факт, что корни уравнений (32), (33) могут лежать за областью сходимости ряда (21), делает проблематичным использование полученных решений в этих областях. Однако, используя методику нахождения волновых функций электронов, туннелирующих через системы прямоугольных и треугольных ям и барьеров в сильном однородном высокочастотном поле [5], можно показать, что по крайней мере в однородном поле решения, полученные от суммирования ряда теории возмущений [10], ничем не отличаются от точных решений для двухбарьерной структуры при выполнении условия

$$z \frac{k^2}{y^2} \ll 1, \quad (40)$$

которое при $y/k \gg 1$ выполняется и при $z > 1$, откуда автоматически следует, что ограничение на радиус сходимости ряда (21) обусловлено исключительно тем, что решение типа $1/(1+z)$ искалось в виде степенного ряда с положительными степенями, который в данном случае имеет ограниченный радиус сходимости. Отсюда можно сделать вывод, что и данные решения можно использовать за радиусом сходимости ряда (21).

Интересно также отметить, что, так как $X < 1$, при $\rho_{KL}^2 \zeta^2 X^2 \gg 1$ увеличение амплитуды сигнала существенно уменьшает влияние плазменных колебаний на проводимость структуры. Качественно это, по всей видимости, объясняется уменьшением числа электронов на верхнем уровне с ростом амплитуды сигнала. При этом, однако, эффект аномального подавления плазменными колебаниями вероятности резонансных переходов при изменении номера уровня более чем на единицу [9] остается.

Вообще говоря, решения самосогласованных уравнений Шредингера и Пуассона были получены чисто формально, без учета обменного взаимодействия и статистических эффектов. В зависимости от параметров двухбарьерной структуры и особенностей области слева от нее в предельном случае возможны две диаметрально противоположные ситуации: распределение электронов близко к равновесному (ток через структуру мал) — в этом случае поведение электронов определяется в основном статистическими эффектами.

Вторая ситуация — распределение электронов сильно неравновесное (ток через структуру велик), в этом случае статистические эффекты существенной роли не играют. Ранее была как раз рассмотрена вторая ситуация. Для ее реализации необходимо выполнение двух условий: 1) время жизни электронов на резонансном уровне τ много меньше характерного времени электрон-электронных столкновений $\tau \ll \tau_{ee}$; 2) поток проходящих через структуру электронов j достаточно велик — $j \gg j_p \tau / \tau_{ee}$, где j_p — поток электронов, падающих слева на резонансный уровень. Современные технологии позволяют создавать барьеры столь малой толщины, что электронный транспорт через резонансные структуры вообще может быть баллистическим (характерное время

всех видов рассеяния много больше времени жизни) [16] в достаточно широком интервале изменения толщин барьеров. По сути дела может быть реализована ситуация, когда влияние электрон-электронных столкновений еще не играет существенной роли, а пространственный заряд уже оказывает заметное влияние на резонансные переходы (именно за счет того, что они резонансные). Выполнение второго условия при $\tau \ll \tau_{ee}$ зависит исключительно от соотношения толщин первого и второго барьеров, а также от величины разрывов зон проводимости на барьерах и тоже легко может быть реализовано.

Приведенные выше результаты также были получены без учета статического пространственного заряда. В принципе уменьшения его влияния можно добиться, подобрав определенный для данного режима уровень легирования в структуре. Но это означает, что если разным, заметно отличающимся значениям X , соответствующим одному и тому же напряжению, соответствуют сильно отличающиеся значения статического пространственного заряда, то наблюдаемым, возможно, будет только один режим прохождения электронов через структуру. Однако, используя (7), (8) и (27)–(29), можно показать, что существуют структуры и режимы, когда заметно отличающимся значениям X соответствует один и тот же статический пространственный заряд, а следовательно, токовые осцилляции в принципе могут наблюдаться и экспериментально.

4. Заключение

На основе суммирования ряда теории возмущений получено решение нестационарных самосогласованных уравнений Шредингера и Пуассона, описывающих резонансное взаимодействие электронов, туннелирующих через несимметричные двухбарьерные структуры, с высокочастотным электрическим полем. В случае однородного (в пределах ширины квазиуровня) распределения электронов по энергии решение находится аналитически из уравнения третьей степени, а при высокой концентрации электронов — из решения квадратного и линейного уравнений. В случае моноэнергетического пучка электронов решение сводится к нахождению корней алгебраического полинома пятой степени.

Показано, что из-за перераспределения электронов между уровнями в ряде случаев влияние переменного пространственного заряда приводит к совершенно новому для данных систем эффекту: одной и той же амплитуде высокочастотного напряжения, приложенного к структуре, может соответствовать несколько разных волновых функций электронов и, как следствие, отличающихся в несколько раз значений высокочастотной проводимости, коэффициентов прохождения и отражения электронов. При этом зависимости коэффициентов прохождения, отражения и высокочастотной проводимости от амплитуды напряжения в случае однородного распределения электронов представляют комбинации N - и S -образных

характеристик, а в случае моноэнергетического пучка носят петлеобразный характер. Таким образом, в двухбарьерных структурах с приложенным высокочастотным полем может наблюдаться гистерезис вольт-амперной характеристики, а в определенных условиях возникнуть токовые осцилляции. По существу обнаружен совершенно новый механизм образования неоднозначных зависимостей наблюдаемых характеристик полупроводниковой структуры от амплитуды приложенного напряжения, отличный от рассматриваемых ранее в литературе явлений оптической бистабильности.

Автор благодарен Е.И. Голанту за внимание к работе и полезные замечания.

Данная работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 97-02-16652) и Научного совета по программе "Физика твердотельных наноструктур" (проект № 97-1094).

Список литературы

- [1] M. Buttiker, R. Landauer. Phys. Rev. Lett., **49** (23), 1739 (1982).
- [2] W.R. Frensley. Superlatt. Microstr., **4** (4/5), 497 (1988).
- [3] L.Y. Chen, C.S. Ting. Phys. Rev. B, **43** (3), 2097 (1991).
- [4] M.J. Hagman. J. Appl. Phys., **78** (1), 25 (1995).
- [5] А.Б. Пашковский. ЖЭТФ, **109** (5), 1779 (1996).
- [6] В.Ф. Елесин. ЖЭТФ, **112** (8), 483 (1997).
- [7] J. Faist, F. Capasso, C. Sirtori, D.L. Sivko, A.L. Hutchinson, S.N.G. Chu, A.Y. Cho. Appl. Phys. Lett., **64** (9), 1144 (1994).
- [8] C. Sirtori, J. Faist, F. Capasso, D.L. Sivko, A.L. Hutchinson, S.N.G. Chu, A.Y. Cho. Appl. Phys. Lett., **68** (13), 1745 (1996).
- [9] А.Б. Пашковский. Письма ЖЭТФ, **64** (12), 829 (1996).
- [10] Е.И. Голант, А.Б. Пашковский. Письма ЖЭТФ, **63** (7), 559 (1996).
- [11] В.Л. Бонч-Бруевич, И.П. Звягин, А.Г. Миронов. *Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках* (М., Наука, 1972) с. 20.
- [12] Ю.К. Пожела. *Плазма и токовые неустойчивости в полупроводниках* (М., Наука, 1977) с. 153.
- [13] Дж. Кэрролл. *СВЧ генераторы на горячих электронах* (М., Мир, 1972) с. 75.
- [14] R.E. Kunz, E. Scholl. Phys Rev. B, **47**, 4337 (1993).
- [15] Z. Iconić, V. Milanović. IEEE J. Quant. Electron., **31**, 1517 (1995).
- [16] Е.И. Голант, А.Б. Пашковский, А.С. Тагер. Письма ЖТФ, **20** (21), 74 (1994).
- [17] Е.И. Голант, А.Б. Пашковский. ЖЭТФ, **112** (7), 237 (1997).
- [18] Е.И. Голант, А.Б. Пашковский. ФТП, **31** (9), 1077 (1997).
- [19] В.М. Галицкий, Б.М. Карнаков, В.И. Коган. *Задачи по квантовой механике* (М., Наука, 1981) с. 172.

Редактор Т.А. Полянская

Alternating space charge and ambiguity of quantum states in the double barrier structures

A.B. Pashkovskii

State scientific and production enterprise "Istok",
141120 Fryazino, Russia