

## Пространственное выпрямление полей фоторефрактивных волн

© В.В. Брыксин, М.П. Петров

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступила в Редакцию 21 марта 2000 г.)

Представлена теория выпрямления электрических полей фоторефрактивных волн.

Эффект выпрямления обусловлен рассеянием фоторефрактивных волн на статической решетке пространственного заряда, возникающей при возбуждении фоторефрактивных волн с помощью интерференционной картины, осциллирующей около равновесного положения. Теория предсказывает большую величину выпрямленных полей (порядка  $100 \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}$ ) и хорошо согласуется с имеющимися экспериментальными данными.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 98-02-18254.

В фоторефрактивных кристаллах (например, в  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ ,  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ,  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ , GaAs), а также в полупроводниках (например, в германии, допированном золотом) могут существовать волны пространственного заряда, представляющие собой собственные моды колебаний электронной подсистемы кристалла, включающей глубокие ловушки. В первой работе, где предложена концепция этих волн [1], их называли волнами перезарядки ловушек. Применительно к фоторефрактивным кристаллам используется также термин "фоторефрактивные волны", которым мы и будем пользоваться в настоящей работе. Эти волны представляют собой весьма специфические квазичастицы с необычным законом дисперсии, и интерес к ним за последнее время значительно возрос [2,3].

Многообразие эффектов, связанных с фоторефрактивными волнами, в значительной степени зависят от методов их возбуждения. Не останавливаясь на перечислении многих известных методов, обсудим только технику возбуждения фоторефрактивных волн с помощью освещения образца интерференционной картиной, колеблющейся относительно некоторого равновесного положения [3]. Именно эта техника широко используется в практических применениях, и именно эта техника обеспечивает возможность наблюдения эффекта пространственного выпрямления электрических полей фоторефрактивных волн.

Если на кристалл направить два когерентных луча, один из которых подвержен фазовой модуляции с амплитудой  $\Theta$  и с частотой  $\Omega$  (рис. 1), то интерференционная картина описывается выражением

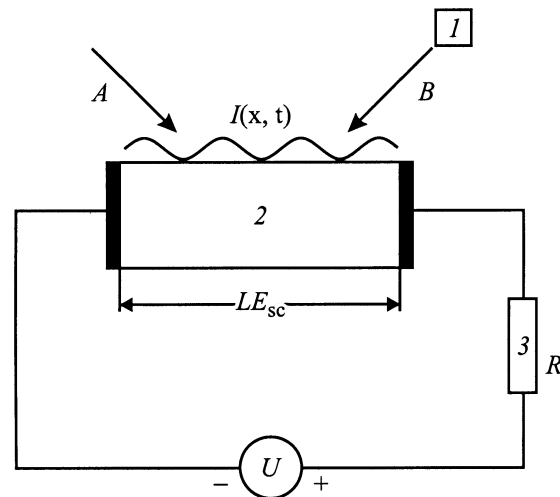
$$I(x, t) = I_0 \{ 1 + m \cos(kx + \Theta \cos \Omega t) \},$$

где  $I_0$  — средняя интенсивность падающего света,  $k = 2\pi/\Lambda$  — волновой вектор,  $\Lambda$  — период и  $m$  — контраст интерференционной картины. Полагая  $\Theta \ll 1$  и ограничиваясь только членами первого порядка по  $\Theta$ , выражение для  $I(x, t)$  можно переписать в виде

$$I(x, t) = I_0 \left\{ 1 + m \cos kx + \frac{1}{2} m \Theta [\sin(kx + \Omega t) + \sin(kx - \Omega t)] \right\}.$$

Здесь первое слагаемое описывает однородную засветку, второе представляет собой статическую интерференци-

онную картину, а два последних слагаемых это две бегущие интерференционные волны, распространяющиеся в противоположные стороны. В соответствии с механизмом формирования объемного заряда в рассматриваемых кристаллах, указанная выше засветка кристалла будет приводить к записи статической решетки заряда с волновым вектором  $k$  и двух бегущих в разные стороны волн пространственного заряда с волновыми векторами  $k$  и  $-k$  и частотой  $\Omega$ . В том случае, если  $k$  и  $\Omega$  одной из этих волн совпадают с волновым вектором и с частотой фоторефрактивной волны, то реализуется резонансное возбуждение собственных колебаний системы — фоторефрактивных волн. Для того чтобы фоторефрактивные колебания слабо затухали, необходимо выполнить ряд условий. Во-первых, приложенное электрическое поле  $E_0$  должно быть достаточно велико, так чтобы  $kL_0 > 1$ , где  $L_0 = \mu E_0 \tau$  — дрейфовая длина,  $\mu$  — подвижность



**Рис. 1.** A и B — лучи света, формирующие интерференционную картину  $I(x, t)$ , I — фазовый модулятор, обеспечивающий модуляцию фазы луча B по закону  $\exp(i\Theta \cos \Omega t)$ , 2 — кристалл с электродами, 3 — сопротивление R, означающее сумму реального сопротивления нагрузки, внутреннего сопротивления источника и сопротивления приконтактных областей кристалла. Падение напряжения на образце  $u(t) = LE_{sc}(t)$  описывает исследуемый эффект выпрямления поля.

носителей тока, а  $\tau$  — время жизни фотоэлектронов в зоне проводимости. Во-вторых, дрейфовая длина должна быть больше диффузионной.

Если возбуждение фоторефрактивных волн происходит при малом контрасте ( $m \ll 1$ ), то нелинейными эффектами (т.е. эффектами, пропорциональными  $m^2$ ) можно пренебречь, и тогда явления пространственного выпрямления поля фоторефрактивной волны не существуют. Однако если  $m$  не слишком мало, то необходимо рассматривать нелинейные эффекты, пропорциональные  $m^2$ , например, взаимодействие между бегущей и статической решетками заряда. В этом случае при рассмотрении поля пространственного заряда следует учитывать произведения типа  $m^2 \Theta \cos(kx) \sin(kx - \Omega t)$ , которые содержат, в частности, слагаемые типа  $m^2 \Theta \sin \Omega t$ , описывающие однородное в пространстве, но осциллирующее во времени поле пространственного заряда. Появление таких вкладов в выражении для поля пространственного заряда, собственно, и отражает пространственное выпрямление поля фоторефрактивной волны. Таким образом, эффект пространственного выпрямления поля фоторефрактивных волн можно трактовать как результат рассеяния бегущей фоторефрактивной волны с волновым вектором  $k$  и частотой  $\Omega$  на поле статической решетки заряда с волновым вектором  $-k$  (и частотой  $\Omega = 0$ ).

Существование однородного осциллирующего поля, естественно, сопровождается появлением переменного тока во внешней цепи, что можно рассматривать как выпрямление тока пространственного заряда. Заметим, что эффекты выпрямления тока и напряжения, обусловленные взаимодействием не собственных мод, а вынужденных колебаний со статической решеткой заряда, были известны и подробно изучены ранее (см., например, [4–7]). В литературе они носят название эффекта нестационарной фотоэдс, и именно такие эффекты играют определяющую роль в отсутствие внешнего поля. Пространственное выпрямление тока за счет возбуждения фоторефрактивных волн было зарегистрировано в [8] и интерпретировано как гигантское увеличение фотоэдс. Прямое экспериментальное доказательство выпрямления поля было получено в [9], где благодаря пьезоэффекту наблюдалась деформация кристалла за счет выпрямленного поля. Затем те же авторы зарегистрировали выпрямленное поле с помощью электрооптического эффекта.

В настоящей работе приводится теоретический анализ эффекта выпрямления электрического поля (и тока) фоторефрактивных волн. Предполагается, что кристалл освещается упомянутой выше осциллирующей интерференционной картиной и к нему приложено постоянное внешнее электрическое поле. В результате освещения происходит генерация фотоэлектронов со скоростью

$$g(x, t) = g_0 \{ 1 + m \cos(kx + \Theta \cos \Omega t) \}, \quad (1)$$

где  $g_0 = WI_0$ , а  $W$  — коэффициент, определяемый энергией фотона, квантовым выходом и коэффициентом поглощения кристалла. В результате перемещения фотоэлектронов во внешнем электрическом поле с

дальнейшим закреплением их на ловушках происходит разделение заряда и появление внутреннего электрического поля. Подробный расчет такого внутреннего поля произведен в [10]. Однако в этой работе предполагалось (как и во всех других работах, где рассматривалось поле пространственного заряда в присутствии внешнего электрического поля), что кристалл подключен к генератору напряжения. В такой модели напряжение на образце задано внешними условиями, поэтому искомой постоянной составляющей внутреннего поля не возникает. Далее мы отказываемся от этого предположения и рассматриваем эквивалентную схему, содержащую последовательно включенный генератор эдс  $U$ , обладающий внутренним сопротивлением  $R$ , и образец, на котором имеется падение напряжения  $u(t)$ . В цепи протекает переменный ток  $I(t)$ . Падение напряжения на образце и ток во внешней цепи зависят от времени в силу изменения во времени распределения пространственного заряда и электрического поля внутри кристалла. Закон Ома для такой цепи имеет вид (рис. 1)

$$u(t) = U - I(t)R.$$

В принципе сопротивление  $R$  может включать в себя не только внутреннее сопротивление источника, но и активную нагрузку. Это соотношение удобнее переписать в другом виде, перейдя от напряжений, тока и сопротивлений к удельным характеристикам: напряженности электрического поля, плотности тока и удельному сопротивлению нагрузки (нормированному на геометрические размеры образца)

$$E(t) = \tilde{E} - J(t)\rho. \quad (2)$$

Здесь  $\tilde{E} = U/L$ ,  $E(t) = u(t)/L$ ,  $J(t) = I(t)/S$ ,  $\rho = RS/L$ , где  $L$  и  $S$  — длина и поперечное сечение образца соответственно. Величина  $E(t)$  есть искомая однородная в пространстве составляющая внутреннего поля  $E(x, t)$

$$E(t) = \frac{1}{L} \int_0^L dx E(x, t). \quad (3)$$

Соотношения (2) и (3) играют в настоящей работе роль граничных условий. Задача, рассмотренная в [10], соответствует случаю генератора напряжения  $\rho = 0$ .

В дальнейшем для расчета внутреннего индуцированного поля используем стандартную систему уравнений [11] (см., также [10]):

$$\frac{n(x, t)}{\tau} - \frac{1}{e} \frac{\partial j(x, t)}{\partial x} = g(x, t), \quad (4)$$

$$j(x, t) = e\mu n(x, t) E(x, t), \quad (5)$$

$$\frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial E(x, t)}{\partial t} + j(x, t) = J(t). \quad (6)$$

Здесь  $j(x, t)$  — неоднородная плотность тока,  $n(x, t)$  — концентрация фотоэлектронов,  $\tau$  — время жизни фотоэлектронов в зоне проводимости,  $\mu$  — подвижность

фотоэлектронов,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость. Плотность тока во внешней цепи  $J(t)$  подлелжит определению из граничных условий (2), (3). Как и в [10], мы пренебрегали диффузионным вкладом в ток  $j(x, t)$  и использовали простейшую модель рекомбинации фотоэлектронов, пригодную при не слишком больших электрических полях. Кроме того, использовано квазистатическое приближение и в (4) опущена временная производная  $\partial n(x, t)/\partial t$ . Отметим, что правая часть уравнения (5) содержит произведение плотности носителей тока на внутреннее поле, которое является источником нелинейных эффектов, в частности, эффекта выпрямления поля фоторефрактивных волн.

Теперь произведем линеаризацию уравнений (4)–(6) по параметру  $\Theta$ , предполагая амплитуду фазовой модуляции малой

$$\begin{aligned} g(x, t) &= g^{(0)}(x) + \delta g(x, t), \\ g^{(0)}(x) &= g_0(1 + m \cos kx), \\ \delta g(x, t) &= -g_0 m \Theta \sin kx \cos \Omega t. \end{aligned} \quad (7)$$

Соответственно

$$\begin{aligned} E(x, t) &= E^{(0)}(x) + \operatorname{Re}[\delta E(x) \exp(i\Omega t)], \\ n(x, t) &= n^{(0)}(x) + \operatorname{Re}[\delta n(x) \exp(i\Omega t)], \\ J(t) &= J^{(0)} + \operatorname{Re}[\delta J \exp(i\Omega t)]. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $E^{(0)}(x)$ ,  $n^{(0)}(x)$ ,  $J^{(0)}$  — стационарные значения внутреннего поля, концентрации фотоэлектронов и полного тока (при  $\Theta = 0$ ), а  $\delta E$ ,  $\delta n$ ,  $\delta J$  — линейные по  $\Theta$  поправки.

Поскольку в стационарном случае ток не зависит от координаты, то из (4) имеем, что  $n^{(0)}(x) = \tau g^{(0)}(x)$ , тогда

$$E^{(0)}(x) = \frac{J^{(0)}}{e\mu g^{(0)}(x)\tau}. \quad (9)$$

Теперь с помощью граничных условий (2), (3) можно определить стационарный ток  $J^{(0)}$ . Для этого сначала определим из (9) среднее значение стационарного поля в образце

$$E_0 = \frac{1}{L} \int_0^L dx \frac{J^{(0)}}{e\mu g^{(0)}(x)\tau} = \frac{J^{(0)}}{\sigma} \frac{1}{\sqrt{1-m^2}},$$

где  $\sigma = e\mu g_0\tau$  — электропроводность фотопроводника при однородной засветке. Здесь предполагалось, что на длине образца  $L$  укладывается целое число периодов интерференционной картины. Очевидно, что при большом числе периодов решетки на длине образца ( $L \gg \Lambda$ ) это допущение несущественно. Тогда стационарный фототок есть

$$J^{(0)} = \tilde{E} \frac{\sigma \sqrt{1-m^2}}{1 + \rho\sigma \sqrt{1-m^2}}, \quad (10)$$

и соответственно

$$E_0 = \frac{\tilde{E}}{1 + \rho\sigma \sqrt{1-m^2}}. \quad (11)$$

Теперь можно перейти к нахождению линейных по  $\Theta$  осциллирующих во времени поправок к внутреннему электрическому полю. Линеаризуя систему уравнений (4)–(6) (т.е. сохраняя вклады лишь нулевого и первого порядков по амплитуде модуляции фазы  $\Theta$ ), получаем линейные уравнения для  $\delta n(x)$ ,  $\delta E(x)$

$$\frac{\delta n(x)}{\tau} + i\Omega \frac{\varepsilon}{4\pi e} \frac{d\delta E(x)}{dx} = -g_0 m \Theta \sin kx,$$

$$\delta J - i\Omega \frac{\varepsilon}{4\pi} \delta E(x) = e\mu n^{(0)}(x)\delta E(x) + e\mu \delta n(x)E^{(0)}(x).$$

Исключаем из этой системы уравнений  $\delta n$  и получаем линейное дифференциальное уравнение для искомой величины  $\delta E$

$$\begin{aligned} (1 + m \cos z + i\omega)\delta E(z) - i\omega k L_0 \frac{E^{(0)}(z)}{E_0} \frac{d\delta E(z)}{dz} \\ = \frac{4\pi}{\varepsilon} \tau_M \delta J + m \Theta E^{(0)}(z) \sin z. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь введена безразмерная координата  $z = kx$ , безразмерная частота модуляции  $\omega = \Omega \tau_M$ , максвелловское время релаксации  $\tau_M = \varepsilon/4\pi e\mu g_0\tau$  и дрейфовая длина  $L_0 = \mu E_0\tau$ , а статическое внутреннее поле  $E_0$  определено равенством (11). Заметим, что при рассматриваемых здесь условиях наличия сопротивления нагрузки  $E_0 \neq \tilde{E}$ . Общее решение уравнения (12) найдено в работе [10]. Для этого следует разложить зависимость  $\delta E(z)$  в ряд Фурье

$$\delta E(z) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \delta E_p \exp(ipz). \quad (13)$$

В результате из (12) получим выражение для Фурье-компонент внутреннего поля

$$\begin{aligned} \delta E_p = \frac{1}{2i} \\ r_{p+p'} \left\{ m\sqrt{1-m^2}\Theta E_0(r_{p'+1} - r_{p'-1}) + \right. \\ \left. + \frac{4\pi i}{\varepsilon} \tau_M \delta J (2r_{p'} + mr_{p'+1} + mr_{p'-1}) \right\} \\ \times \sum_{p'=-\infty}^{\infty} \frac{1}{1 + i\omega - p'\omega d + m^2/2}, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $d = kL_0\sqrt{1-m^2}$  и

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} dz \exp\left\{-ipz + \frac{m}{i\omega d} \sin z(2+i\omega+m \cos z)\right\}. \quad (15)$$

На интересуют нулевая Фурье-компонента поля, которую, согласно (14), можно представить в виде

$$\delta E_0 = P + \rho \delta J Q, \quad (16)$$

$$P = \frac{m\sqrt{1-m^2}}{2i} \Theta E_0 \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{r_p(r_{p+1} - r_{p-1})}{1 + i\omega - p\omega d + m^2/2}, \quad (17)$$

$$Q = \frac{2\pi\tau_M}{\varepsilon\rho} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{r_p(2r_p + mr_{p+1} + mr_{p-1})}{1 + i\omega - p\omega d + m^2/2}. \quad (18)$$

Для нахождения явного вида постоянной составляющей индуцированного поля

$$E_{sc}(t) = \text{Re} \left[ [\delta E_0 \exp(i\Omega t)] \right] = E_{sc} \cos(\Omega t + \varphi), \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \delta E_0 &= \delta E'_0 + i\delta E''_0, & E_{sc} &= \sqrt{\delta E'^2_0 + \delta E''^2_0}, \\ \text{tg } \varphi &= \frac{\delta E''_0}{\delta E'_0} \end{aligned} \quad (20)$$

необходимо с помощью граничных условий найти связь между  $\delta E_0$  и  $\delta J$

$$\delta J = -\frac{1}{\rho} \delta E_0, \quad (21)$$

$$\delta E_0 = \frac{P}{1+Q}. \quad (22)$$

Отсюда с помощью простых вычислений получаем

$$E_{sc} = \sqrt{\frac{P'^2 + P''^2}{(1+Q')^2 + Q''^2}}, \quad (23)$$

$$\text{tg } \varphi = \left( \frac{P''}{P'} - \frac{Q''}{1+Q'} \right) \left( 1 + \frac{P''}{P'} \frac{Q''}{1+Q'} \right)^{-1}. \quad (24)$$

Величины  $P$  и  $Q$  (17), (18) представлены в виде рядов. В случае слабого контраста  $m \ll 1$ , когда, согласно (15),  $r_p \propto m^p$ , ряды убывают по степеням  $m$  и их можно оборвать. В низшем порядке по  $m$  имеем

$$r_p \cong \delta_{p,0} - m \frac{2+i\omega}{2\omega d} (\delta_{p,1} - \delta_{p,-1}).$$

Таким образом, в приближении слабого контраста с точностью до вкладов порядка  $m^2$  получаем выражения для  $P$  и  $Q$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} m^2 i\omega d \Theta E_0 \frac{2+i\omega}{(1+i\omega)} \frac{1}{\omega^2 d^2 - (1+i\omega)^2}, \\ (1+Q)^{-1} &= \frac{1+i\omega}{\rho^{-1}\sigma^{-1} + 1 + i\omega}. \end{aligned}$$

Отсюда амплитуда выпрямленного поля

$$\begin{aligned} E_{sc} &= m^2 \omega d \Theta E_0 \frac{\sqrt{1 + (\omega/2)^2}}{\sqrt{\omega^2 + (\rho^{-1}\sigma^{-1} + 1)^2}} \\ &\times \frac{1}{\sqrt{1 + 2\omega^2(1-d^2) + \omega^4(1+d^2)^2}}. \end{aligned} \quad (25)$$

Фазу можно найти с помощью (24) и учитывая, что при  $m \ll 1$

$$\begin{aligned} \frac{P''}{P'} &= \frac{1}{\omega} \frac{2 - \omega^2(3 + 2d^2) - \omega^4(1 + d^2)}{5 + \omega^2(1 - d^2)}, \\ \frac{Q''}{1+Q'} &= -\frac{\omega}{1 + \sigma\rho(1 + \omega^2)}. \end{aligned} \quad (26)$$

Фазу удобно представить как  $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$  и

$$\begin{aligned} \text{tg } \varphi_1 &= \frac{1 + \rho^{-1}\sigma^{-1}}{\omega}, \\ \text{tg } \varphi_2 &= \frac{\omega}{2} \frac{3 + \omega^2(1 + d^2)}{\omega^2 d^2 - 1}. \end{aligned} \quad (27)$$

Обсудим теперь роль безразмерного параметра  $\sigma\rho = GR$ , где  $G$  — полная проводимость образца, а  $R$  — сопротивление внешней цепи. В реальных экспериментах ситуация обычно близка к генератору напряжения, т.е.  $\sigma\rho \ll 1$ . При этом нужно учитывать следующее важное обстоятельство. Если существует значительное сопротивление контактов, то вклад от них следует относить к сопротивлению внешней цепи  $R$ . Это можно сделать, если предположить, что внутри образца внутреннее поле можно разделить на быстро меняющийся по координате вблизи контактов вклад и слабо меняющуюся в объеме составляющую, которая, в сущности, нас и интересует. Тогда параметр  $\sigma\rho$  можно рассматривать в качестве некоторой подгоночной величины при сравнении теории с экспериментом. В наиболее интересном случае  $\sigma\rho \ll \omega$ ,  $\sigma\rho \ll 1$

$$E_{sc} = m^2 \omega d \Theta E_0 \sigma\rho \frac{\sqrt{1 + (\omega/2)^2}}{\sqrt{1 + 2\omega^2(1-d^2) + \omega^4(1+d^2)^2}}, \quad (28)$$

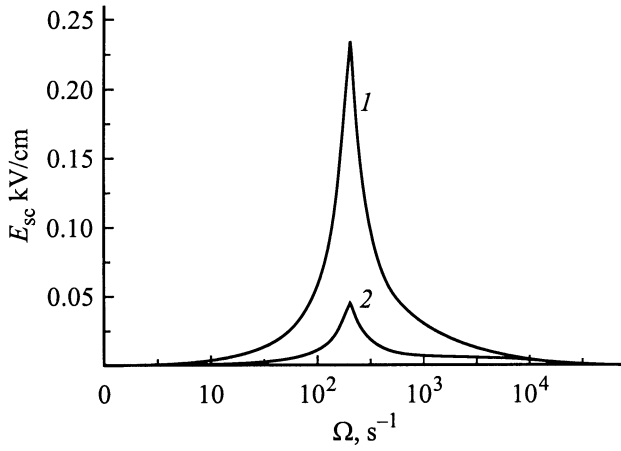
$$\text{tg } \varphi = \frac{2}{\omega} \frac{(1 - \omega^2 d^2)}{3 + \omega^2(1 + d^2)}. \quad (29)$$

Как видно из (25), в случае идеального источника напряжения ( $\rho = 0$ )  $E_{sc} = 0$ . Именно поэтому ранее в литературе (за исключением [9]) всегда полагалось, что однородная составляющая поля пространственного заряда тождественно обращается в нуль. Это соотношение и играло там роль центрального граничного условия.

При  $d \gg 1$  частотная зависимость  $E_{sc}(\omega)$  (25) имеет максимум, который расположен в точке  $\omega d = 1$ . Это условие соответствует условию  $\Omega = \frac{4\pi e g_0}{k \varepsilon E_0}$ , т.е. резонансу между частотой фазовой модуляции и частотой фоторефрактивных волн [1,3,10]. Отметим существенное различие в частотной зависимости  $E_{sc}(\omega)$  для генераторов тока и напряжения. В случае генератора тока  $\sigma\rho \gg 1$

$$\begin{aligned} E_{sc} &= m^2 \omega d \Theta E_0 \frac{\sqrt{1 + (\omega/2)^2}}{\sqrt{1 + \omega^2}} \\ &\times \frac{1}{\sqrt{1 + 2\omega^2(1-d^2) + \omega^4(1+d^2)^2}}, \end{aligned} \quad (30)$$

и поле  $E_{sc} \rightarrow 0$  как  $1/\omega$  при  $\omega \rightarrow \infty$ , в то время как в пределе генератора напряжения, согласно (25), поле  $E_{sc}$



**Рис. 2.** Зависимость амплитуды осциллирующего поля  $E_{sc}$  от частоты фазовой модуляции, рассчитанная с помощью (25), при значениях параметров:  $m = 0.3$ ,  $\Theta = 0.2$ ,  $d = 5$ ,  $E_0 = 10 \text{ kV/cm}$ ,  $\tau_M = 10^{-3} \text{ s}$ , кривая 1 —  $\sigma^{-1}\rho^{-1} = 0$ , 2 —  $\sigma^{-1}\rho^{-1} = 5$ .

имеет пологий участок в области высоких частот. Именно соотношение (30) для частотной зависимости поля приведено в [9]. На рис. 2 приведены рассчитанные с помощью (25) частотные зависимости выпрямленного поля в двух предельных случаях — генератора тока и  $\sigma\rho \ll 1$ .

Оценим абсолютное значение поля  $E_{sc}$ . При  $m \approx 0.3$ ,  $\Theta \approx 0.2$ ,  $d \approx 5$ ,  $E_0 \approx 10 \text{ kV/cm}$  в точке максимума имеем  $E_{sc} \approx 250 \text{ V/cm}$  для генератора тока ( $\sigma\rho \gg 1$ ) и  $E_{sc} \approx \sigma\rho 250 \text{ V/cm}$  для неидеального источника напряжения. Вполне разумной величиной является  $\sigma\rho \approx 0.1$ , а в этом случае  $E_{sc} \approx 25 \text{ V/cm}$ . Таким образом, расчетные значения  $E_{sc}$  достигают легко измеряемых величин.

Вернемся теперь к выражению для  $P$  (17). Оно представляет собой ряд, каждый член которого имеет полюсную структуру в точках  $p\omega d = 1$  (при малых  $m$ ), где  $p$  — целое число, а соответствующие особенности хорошо выражены в случае, когда  $\omega \ll 1$ , т.е. в достаточно сильных полях при  $d \gg 1$ . Физическая причина появления этих полюсов заключается в следующем. В нелинейном по  $m$  приближении в кристалле формируются статические решетки заряда с волновыми векторами  $pk$  (и амплитудой  $\propto m^p$ ). Тогда рассеяние фоторефрактивных волн с волновыми векторами  $pk$  будет иметь характерные максимумы на частотах  $\Omega/p$ , поскольку в соответствии с законом дисперсии фоторефрактивных волн их частота обратно пропорциональна волновому вектору [1,10]. Выше получено выражение (25) для индуцированного поля с учетом только первого полюса с  $p = 1$ . Вклады от последующих полюсов с  $p > 1$  пропорциональны величине  $m^{2p}$ , т.е. малы при слабом контрасте изображения, однако они могут оказаться существенными на фоне первого пика при частотах вблизи резонансного условия  $\omega = 1/pd$ .

Изучим теперь соответствующий пик вблизи второго резонанса  $p = 2$  в условиях слабого контраста  $m \ll 1$  и

при  $d \gg 1$  и соответственно  $\omega \ll 1$ . Для этого в (17) нужно учесть вклад в ряд от члена  $p = 2$ . Из (15) можно найти, что при  $m \ll 1$

$$r_2 = \frac{m^2}{4\omega d} \left\{ \frac{(2+i\omega)^2}{2\omega d} - 1 \right\} \cong \frac{3}{2} m^2.$$

Здесь рассматривается окрестность  $\omega \ll 1$  и  $\omega d \cong 1/2$ . В окрестности этой точки

$$P \cong \frac{2m^2}{3i} \Theta E_0 \left\{ 1 + \frac{9m^2}{4} \frac{1}{1+i\omega-2\omega d} \right\}. \quad (31)$$

Первый член в фигурных скобках есть вклад от членов с  $p = 0, \pm 1$ , а второй — от члена с  $p = 2$ , сингулярного в рассматриваемой окрестности  $2\omega d = 1$ . Из (31), в частности, видно, что вклад от второй полюсной особенности мал на фоне основного резонанса при условии очень слабого контраста, если  $m^2 \ll \omega$ .

Теперь с помощью (23) и (31) легко найти вклад от второго полюса в индуцированное поле в окрестности резонанса  $\omega d = 1/2$  при  $m^2/\omega \ll 1$  (т.е. в условиях, когда он мал по сравнению с вкладом от первого полюса (25))

$$\delta E_{sc} = \frac{3m^4 \Theta E_0}{2\sqrt{1+\sigma^{-1}\rho^{-1}}} \frac{1-2\omega d}{(1-2\omega d)^2 + \omega^2}. \quad (32)$$

Заметим, что электрическое поле  $\delta E_{sc}$  при условии его малости на фоне основного вклада (25) (т.е. при  $m^2 \ll \omega$ ) имеет вид не дополнительного пика, а знакопеременной особенности, центрированной вокруг точки  $\omega d = 1/2$ , и шириной порядка  $\omega$  на частотной шкале  $\omega d$ . По мере увеличения параметра  $m^2/\omega$ , конечно, эта особенность постепенно трансформируется в пик шириной порядка  $\omega$ , так что при достаточно сильном контрасте, когда  $m^2 \geq \omega$ , частотная зависимость  $E_{sc}(\omega)$  при условии  $d \gg 1$  представляет собой ряд пиков с максимумами на частотах  $\omega d = 1/p$ , амплитуда которых убывает с ростом  $p$  как  $m^{2p}$ .

Полное поле с учетом первого и второго резонансных пиков имеет вид

$$E_{sc} = m^2 \omega d \Theta E_0 \frac{\sqrt{1+(\omega/2)^2}}{\sqrt{\omega^2 + (\rho^{-1}\sigma^{-1} + 1)^2}} \times \frac{1}{\sqrt{1+2\omega^2(1-d^2) + \omega^4(1+d^2)^2}} + \frac{3m^4 \Theta E_0}{2(1+\rho^{-1}\sigma^{-1})} \frac{1-2\omega d}{(1-2\omega d)^2 + \omega^2}. \quad (33)$$

Выше мы получили соотношения для однородного в пространстве и осциллирующего во времени электрического поля, индуцируемого внутри образца за счет взаимодействия осциллирующих и статических решеток электрических полей и носителей тока. Очевидно, что амплитуда такого выпрямленного поля  $E_{sc}$  связана

с выражением для переменного тока во внешней цепи  $I(t)$  соотношением

$$I(t) = \frac{L}{R} E_{sc} \cos(\Omega t + \varphi) = \frac{S}{\rho} E_{sc} \cos(\Omega t + \varphi). \quad (34)$$

При  $\sigma \rho \ll 1$  (генератор напряжения) величина  $E_{sc}/R$ , а следовательно и  $I(t)$ , не зависит от сопротивления нагрузки, если  $R \rightarrow 0$ , в то время как при  $\sigma \rho \gg 1$  (генератор тока)  $I(t) \propto 1/R$  в пределе  $R \rightarrow \infty$ .

Интересно отметить, что описываемый здесь эффект выпрямления тока можно описать с помощью простой эквивалентной схемы, состоящей из последовательно включенных нагрузочного сопротивления  $R$ , конденсатора  $C = \tau_M/(R + G^{-1})$  ( $G^{-1}$  — полное активное сопротивление образца) и эффективного генератора напряжения  $U_{ef}$

$$U_{ef} = \frac{1}{2} m^2 d \Theta E_0 L \frac{2 + i\omega}{\omega^2 d^2 - (1 + i\omega)^2}. \quad (35)$$

Этот эффективный генератор описывает физический процесс выпрямления электрического поля в образце за счет взаимодействия осциллирующей и статической решеток. Комплексный характер выражения (35) описывает сдвиг фазы эффективного генератора относительно фазы колебаний интерференционной картины. Измеряемая на эксперименте величина  $E_{sc}(t)$  есть результат падения напряжения на нагрузочном активном сопротивлении  $R$ , а конденсатор описывает процесс максвелловской релаксации индуцированного в образце заряда через нагрузочное сопротивление  $R + G^{-1}$ . Ток  $I(t)$  (34) есть полный ток эквивалентной цепи. Введенные в (27) величины  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  представляют собой сдвиг фаз а счет  $RC$  цепочки и эффективного генератора соответственно. В точке максимума частотной зависимости  $E_{sc}$  при  $\omega = 1/d$  фаза эффективного генератора  $\varphi_2 = \pi/2$ , что позволяет с помощью (27) прямо измерить фазу  $RC$  цепи  $\varphi_1$ , а по ней определить величину эффективной нагрузки  $R$ , включая вклад от сопротивления контактов.

Экспериментально обычно измеряется либо напряжение на нагрузочном сопротивлении, либо непосредственно  $E_{sc}$  с помощью пьезо- или электрооптического эффектов. Имеющиеся немногочисленные экспериментальные данные [8,9,12] находятся в разумном согласии с выводами настоящей теории. В частности, наблюдается отчетливый резонанс в зависимости амплитуды выпрямленного поля  $E_{sc}$  от частоты модуляции фазы (колебаний интерференционной картины)  $\Omega$ , свидетельствующий о возбуждении фоторефрактивных волн. Согласуются с экспериментом также и все основные функциональные зависимости, такие как величина поля  $E_{sc}$ , положение резонанса от волнового вектора  $k$  и от величины приложенного электрического поля  $E_0$ . Однако детальное сопоставление абсолютных значений  $E_{sc}$  требует проведения более подробных экспериментальных исследований.

## Список литературы

- [1] Р.Ф. Казаринов, Р.А. Сурис, Б.И. Фукс. ФТП **6**, 3, 572 (1972).
- [2] H.C. Pedersen, D.J. Webb, P.M. Johansen. J. Opt. Soc. Am. **B15**, 2573 (1998).
- [3] M.P. Petrov, V.V. Bryksin, V.M. Petrov, S. Wevering, E. Kraetzig. Phys. Rev. **A60**, 3, 2413 (1999).
- [4] M.P. Petrov, I.A. Sokolov, S.I. Stepanov, G.S. Trofimov. J. Appl. Phys. **68**, 5, 2216 (1990).
- [5] I. Sokolov, S. Stepanov. J. Opt. Soc. Am. **B8**, 1483 (1993).
- [6] S.L. Sochava, V.V. Kulikov, I.A. Sokolov, M.P. Petrov. Opt. Commun. **125**, 262 (1996).
- [7] C.C. Wang, F. Davidson, S. Trivedi. J. Opt. Soc. Am. **B14**, 21 (1997).
- [8] S. Mansurova, S. Stepanov, N. Korneev, C. Dibon. Opt. Commun. **152**, 207 (1998).
- [9] М.П. Петров, А.П. Паугурт, В.В. Брыксин. Письма в ЖЭТФ **70**, 4, 253 (1999); М.П. Петров, А.П. Паугурт, В.В. Брыксин, S. Wevering, B. Andreas, E. Kraetzig. Appl. Phys. **B69**, 341 (1999).
- [10] В.В. Брыксин, М.П. Петров. ФТТ **40**, 8, 1450 (1998).
- [11] N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin, V.L. Vinetskii. Ferroelectrics **22**, 949 (1979).
- [12] M.P. Petrov, A.P. Paugurt, V.V. Bruksin, S. Wevering, E. Kraetzig. Phys. Rev. Lett. **84**, 22, 5114 (2000).