

# Магнитопоглощение гексагональных кристаллов CdSe в сильных и слабых полях: квазикубическое приближение

© А.Б. Капустина, Б.В. Петров, А.В. Родина, Р.П. Сейсян

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: rseis@ffm.ioffe.rssi.ru

(Поступила в Редакцию 21 октября 1999 г.  
В окончательной редакции 10 января 2000 г.)

Исследованы спектры сверхтонких свободных образцов гексагонального CdSe в магнитном поле до 8 Т при температуре 1.7 К. Веерная диаграмма содержит информацию как о слабых магнитных полях (эффект Зеемана и диамагнитный сдвиг), так и о сильных полях (переходы между уровнями Ландау). После применения двух теоретических моделей для совместной интерпретации сильно- и слабополевых экспериментальных данных были вычислены два набора параметров (зонные и поляронные) для гексагонального CdSe в рамках квазикубической аппроксимации. Значения полученных поляронных/зонных параметров: эффективная масса электрона  $m_e = 0.125/0.116m_0$ , параметры Латтинжера  $\gamma_1 = 1.5/1.72$ ,  $\gamma = 0.29/0.37$ ,  $\kappa = -0.63$  и эффективный  $g$ -фактор электрона  $g_e = 0.7$ .

Эта работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 99-02-16750), а также INTAS — 1997 OPEN — 1609.

Интерес к широкозонным гексагональным полупроводниковым материалам существенно возрос в последнее время в связи с многочисленными попытками создать коротковолновый полупроводниковый лазер, излучающий в сине-голубом диапазоне. Созданные недавно структуры с планарными включениями типа "квантовых точек" CdSe в матрице ZnSe [1] интенсивно изучаются и рассматриваются как перспективные для коротковолнового лазера [2].

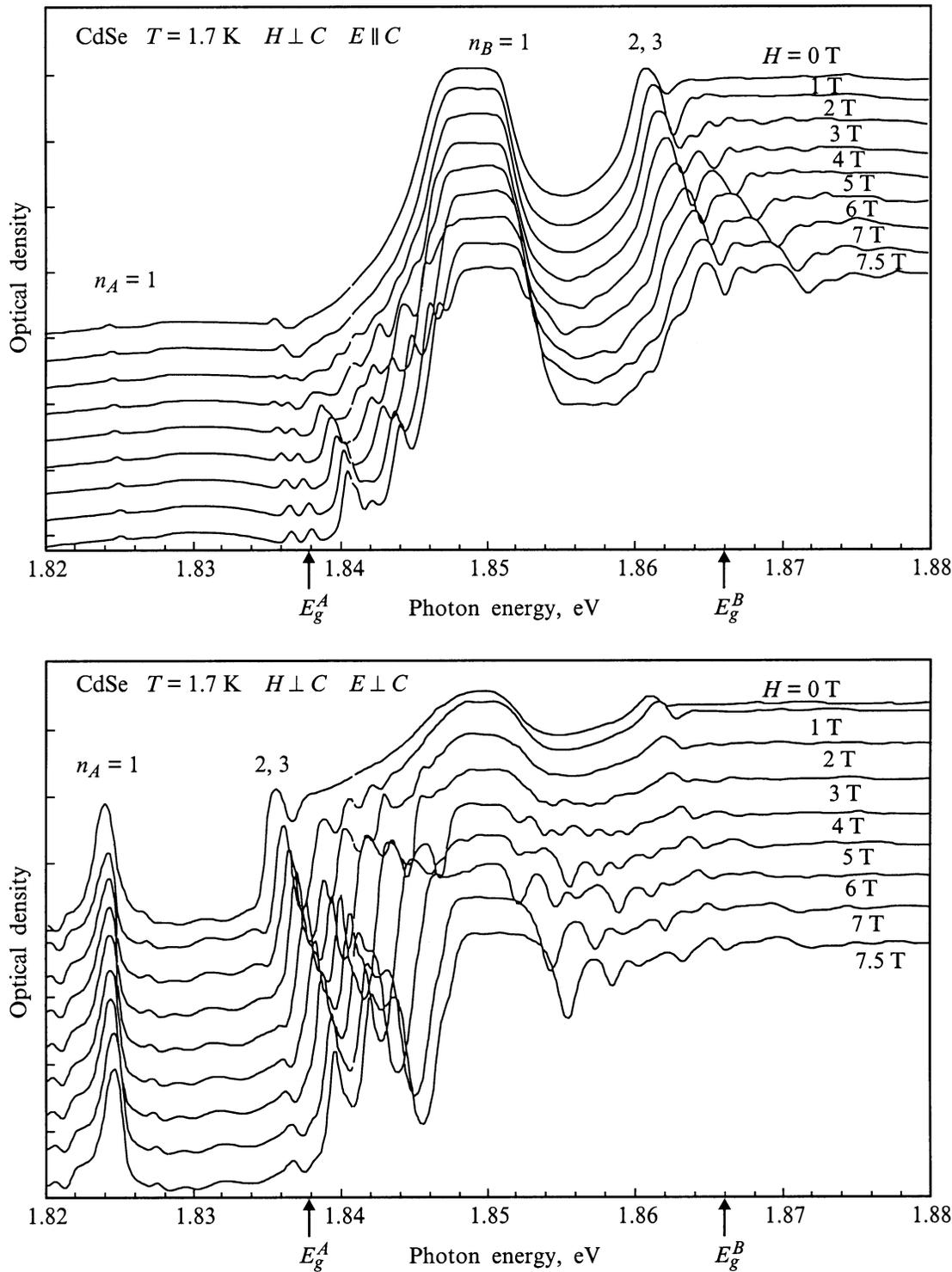
Однако зонная структура гексагональных кристаллов, и в частности CdSe, существенно менее исследована, чем структура кубических полупроводников, прежде всего в количественном отношении. Магнитооптика, являющаяся признанным средством получения наиболее достоверных сведений о зонной структуре, для гексагональных кристаллов CdSe впервые исследовалась еще в начале 60-х годов [3]. Были исследованы и интерпретированы спектры оптического поглощения свободных экситонов в слабых магнитных полях (эффект Зеемана и диамагнитный сдвиг) и определены значения эффективных масс и  $g$ -факторов носителей заряда. Однако теоретический анализ в [3] проводился на основе полуфеноменологической модели, которая описывала экситонные состояния различных валентных подзон независимо. Спектры магнитопоглощения сильного магнитного поля, обусловленного экситонными состояниями, связанными с переходами между уровнями Ландау, исследовались существенно позже в работе [4]. Для их интерпретации была разработана теория уровней Ландау в гексагональных кристаллах с большой величиной спин-орбитального расщепления и продемонстрирована возможность применения квазикубического приближения, однако эффективные параметры не были определены ввиду отсутствия методов расчета энергий связи экситонов, принадлежащих различным переходам между уровнями Ландау. Эта проблема была

решена позже в серии работ, посвященных относительно широкозонным полупроводниковым материалам [5–7]. Анализ магнитооптических спектров в сильных полях и вычисление набора зонных параметров CdSe были выполнены недавно в [8,9]. Особенностью этих работ явилось то, что полученные эффективные массы носителей оказались существенно отличающимися от полученных в [3]. Недавно была разработана теория энергетической структуры экситонов для гексагональных полупроводников в слабых магнитных полях в квазикубическом приближении [10].

Цель настоящей работы — исследование спектров магнитопоглощения гексагонального CdSe как в слабых, так и в сильных магнитных полях и совместная интерпретация результатов в рамках квазикубического приближения.

## 1. Образцы и техника эксперимента

В эксперименте использовались монокристаллические пластинки селенида кадмия, имеющие оптическую ось в плоскости, параллельной поверхности образца. Исследовались монокристаллы так называемой "ультра-чистой" серии с низким содержанием примеси (менее  $10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ). Эти кристаллы выращивались по методу Фрерихса (из газовой фазы; транспортный газ — водород или сероводород). Типичные размеры образцов были: толщина —  $d = 0.3\text{--}3 \mu\text{m}$ ; площадь —  $S = 0.5 \text{ mm}^2$ . Поскольку образцы, как правило, имели хорошую, слаборифленую поверхность, никакой дополнительной обработки (отжиг, шлифовка, травление) не производилось. Образцы помещались для измерений непосредственно в среду жидкого гелия при откачке в свободном виде. Основные эксперименты выполнены на серии образцов с толщиной  $0.3\text{--}0.6 \mu\text{m}$ .



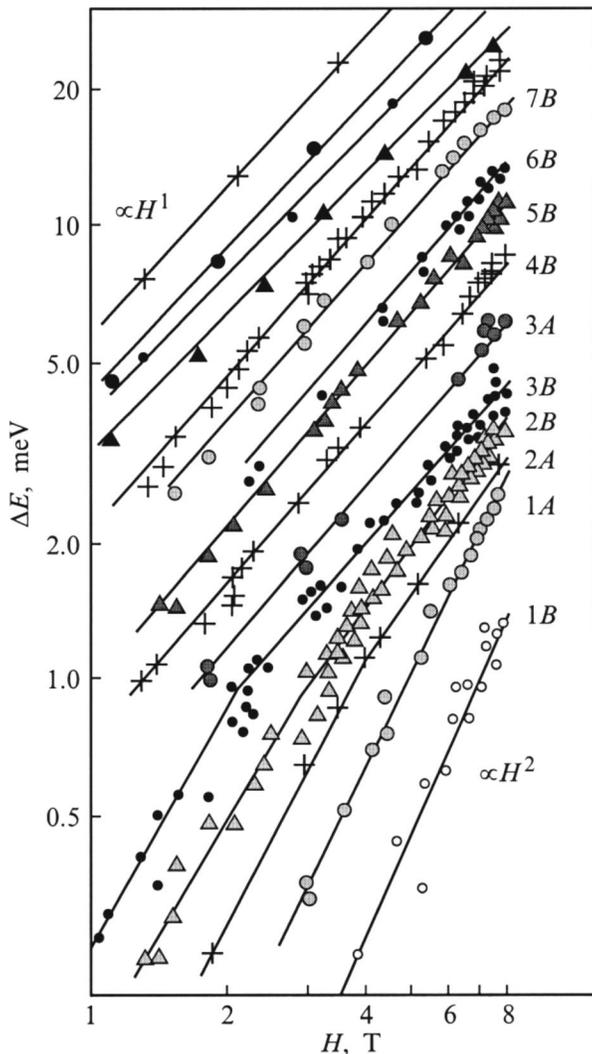
**Рис. 1.** Общий вид спектров поглощения CdSe в различных магнитных полях для двух поляризаций,  $E \parallel C$  и  $E \perp C$ ; обозначения — в тексте.

Мы получили подробные экспериментальные спектры экситонного поглощения для этих образцов в магнитном поле вплоть до 8 Т при температуре  $T = 1.7$  К (рис. 1). Осциллирующая структура спектров отчетливо видна для А-экситона в относительно слабых магнитных полях для поляризации  $E \perp C$  ( $C$  — гексагональная ось),

но в то же время А-экситонный спектр перестает быть информативным при переходе к более сильным полям из-за наложения на серии линий В-экситона. В конфигурации  $E \parallel C$  основное состояние А-экситона практически совсем исчезает, поскольку в этой конфигурации такой переход в первом приближении запрещен.

## 2. Разделение слабо- и сильнополевых данных

Наблюдаемое многообразие линий и их поведение в магнитном поле невозможно отождествить только с хорошо изученным эффектом Зеемана и диамагнитным сдвигом трехмерных экситонных серий *A* и *B*. В частности, характер их энергетического сдвига с увеличением магнитного поля противоречит простой модели. Линии, соответствующие обычным экситонным состояниям, должны смещаться в сторону высоких энергий пропорционально квадрату поля, причем сдвиг должен быть тем больше, чем больше главное квантовое число состояния. Но на верной диаграмме, построенной в



**Рис. 2.** Верные диаграммы магнитопоглощения CdSe, построенные в логарифмических координатах. Дается только наиболее интенсивная часть линий магнитооптического спектра. Обозначения линий отражают порядковый номер и принадлежность к серии *A* или *B*, в качестве исходной (вычитаемой) энергии использованы энергетические положения соответствующих дискретных состояний экситона в нулевом поле.

логарифмическом масштабе (рис. 2), хорошо видно, что сдвиг ряда линий, квадратичный с полем в малых магнитных полях, переходит в линейный при больших. С другой стороны, невозможно интерпретировать линии спектра и как переходы между уровнями Ландау электрона и дырки, поскольку аппроксимация зависимостей положений линий в нулевое магнитное поле  $H = 0$  дает энергию, меньшую энергии края зоны. Естественно предположить, что здесь мы наблюдаем экситонные серии под уровнями Ландау, т. е. проявление диамагнитных (квазиодномерных) экситонов.

В качестве критерия, разделяющего режимы слабого и сильного полей, можно рассматривать соотношение квадрата радиуса экситона  $a_{\text{exc}}$  к квадрату магнитной длины  $L$

$$\beta = (a_{\text{exc}}/L)^2,$$

где  $L = (c\hbar/eH)^{1/2}$ ,  $e$  — заряд свободного электрона,  $c$  — скорость света. Условие  $\beta < 1$  соответствует слабому полю, тогда как для сильного поля необходимо выполнение условия  $\beta \gg 1$  (критерий Эллиота–Лудона — ЭЛ). Однако для широкозонных полупроводников критерий ЭЛ практически невыполним в чистом виде, и приходится пользоваться его модификацией для возбужденных состояний экситонной серии:  $\beta n^{*2} \gg 1$ , где  $n^*$  — наивысшее из возбужденных экситонных состояний, наблюдаемых экспериментально или же возгорающихся при включении магнитного поля. Таким образом, в реальных магнитооптических спектрах и зависимостях от напряженности поля имеется возможность наблюдать одновременно области, соответствующие двум режимам: слабому полю для основного и низших возбужденных состояний и сильному — для высших. Естественно, эта граница будет сдвигаться в зависимости от величины поля, реализуемого в эксперименте, так как сама по себе величина  $\beta$  пропорционально зависит от  $H$  и может рассматриваться как приведенное магнитное поле.

## 3. Теория магнитопоглощения в слабых и сильных полях в гексагональных полупроводниках в квазикубическом приближении

До настоящего времени не существует точного решения полной задачи об экситоне в магнитном поле произвольной величины даже для полупроводников с простой параболической зоной проводимости и невырожденной валентной зоной. Основная трудность заключается в необходимости одновременно учитывать движение электрона и дырки в магнитном поле и кулоновское взаимодействие электрона и дырки в экситоне. Задача значительно облегчается в случае слабых или сильных магнитных полей. В слабых магнитных полях ( $\beta < 1$ ), исследуя задачу об относительном движении электрона и дырки в экситоне, можно рассматривать магнитное поле как возмущающее воздействие. Эффект магнитного

поля при этом сводится к линейному зеемановскому расщеплению уровней и квадратичному диамагнитному сдвигу [11]. В сильных магнитных полях ( $\beta \gg 1$ ) задача упрощается при возможности адиабатического разделения переменных [12]. При этом сначала рассматривается движение электронов и дырок в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, приводящее к образованию уровней Ландау, последующий учет кулоновского взаимодействия электрона и дырки приводит к образованию квазидвумерного диамагнитного экситона [12].

3.1. Модель прямого экситона. Гексагональные полупроводники со структурой вюрцита имеют аксиальную симметрию с осью шестого порядка  $C_6$ . Гамильтониан, описывающий относительное движение электрона и дырки в магнитном поле в таких полупроводниках, имеет вид

$$\hat{H}_{\text{exc}}(\mathbf{k}) = \hat{H}_e\left(\mathbf{k} + \frac{e}{\hbar c}\mathbf{A}\right) - \hat{H}_h\left(-\mathbf{k} + \frac{e}{\hbar c}\mathbf{A}\right) - \frac{e^2}{\sqrt{\varepsilon_0^{\parallel}\varepsilon_0^{\perp}(x^2 + y^2) + \varepsilon_0^{\perp}z^2}}, \quad (1)$$

где направление оси  $\mathbf{z}$  выбрано параллельным гексагональной оси кристалла  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{k}$  — волновой вектор относительного движения,  $r = (x, y, z)$  — относительная координата электрона и дырки,  $\mathbf{A} = (1/2)[\mathbf{H} \times \mathbf{r}]$  — векторный потенциал магнитного поля,  $\varepsilon_0^{\parallel}$  и  $\varepsilon_0^{\perp}$  — значения диэлектрической проницаемости в направлениях, параллельном и перпендикулярном оси  $\mathbf{C}$  соответственно. Гамильтониан  $\hat{H}_e$  для электрона в зоне проводимости (имеющей в центре зоны Бриллюэна симметрию  $\Gamma_7$ ) в пренебрежении линейными по импульсу релятивистскими членами имеет вид

$$\hat{H}_e(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2}{2m_e^{\parallel}}k_z^2 + \frac{\hbar^2}{2m_e^{\perp}}(k_x^2 + k_y^2) + g_e^{\parallel}\mu_B(S_{ez}H_z) + g_e^{\perp}\mu_B(S_{ex}H_x + S_{ey}H_y), \quad (2)$$

где  $m_e^{\parallel}$  и  $m_e^{\perp}$  — эффективные массы электрона вблизи дна зоны проводимости в направлениях, параллельном и перпендикулярном оси  $\mathbf{C}$  соответственно,  $\mu_B = e\hbar/2m_0c$  — магнетон Бора,  $m_0$  — масса свободного электрона,  $g_e^{\parallel}$  и  $g_e^{\perp}$  — эффективные значения электронного  $g$ -фактора в зоне проводимости для направлений магнитного поля  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}$  и  $\mathbf{H} \perp \mathbf{C}$ ,  $S_e = 1/2$  — спин электрона. Далее будем описывать движение дырки в рамках квазикубического приближения [13], пренебрегая линейными по импульсу релятивистскими членами. При этом дырка в валентной зоне рассматривается как квазичастица с внутренним орбитальным моментом  $I = 1$  и спином  $S_h = 1/2$  и описывается эффективным гамильтонианом Латтинжера для кубических полупроводников [14], в котором гексагональное кристаллическое поле моделируется эффективным полем деформации, направленной

вдоль оси [111] кубического кристалла (совпадающей с осью  $z$ )

$$-\hat{H}_h(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2}{2m_0}[(\gamma_1 + 4\gamma)\mathbf{k}^2 - 6\gamma(\mathbf{k}\hat{\mathbf{l}})] - \frac{2}{3}\Delta_{\text{so}}\left[\hat{\mathbf{l}}\hat{\mathbf{S}}_h - \frac{1}{2}\right] - \Delta_{\text{cr}}[f_z^2 - 1] - \mu_B(1 + 3\gamma + 3\kappa)(\hat{\mathbf{H}}) + \mu_B g_0(\hat{\mathbf{S}}_h\hat{\mathbf{H}}). \quad (3)$$

Здесь  $\gamma_1$  и  $\gamma = \gamma_2 = \gamma_3$  — параметры, введенные Латтинжером,  $\kappa$  — магнитная константа Латтинжера [14],  $g_0 \approx 2$  —  $g$ -фактор свободного электрона,  $\Delta_{\text{so}}$  — величина спин-орбитального расщепления валентной зоны в отсутствие кристаллического расщепления, и  $\Delta_{\text{cr}}$  — величина кристаллического расщепления в отсутствие спин-орбитального взаимодействия. В отсутствие магнитного поля гамильтониан  $\hat{H}_h$  описывает три двукратно вырожденные валентные подзоны:  $A$  (симметрия в центре зоны Бриллюэна  $\Gamma_9$ ),  $B$  (симметрия  $\Gamma_7$ ) и  $C$  (симметрия  $\Gamma_7$ ). При  $\mathbf{k} = 0$  расстояние между дном зоны проводимости и вершиной верхней валентной подзоны  $A$  равно ширине запрещенной зоны  $E_g^A$ , а расстояния между верхней подзоной  $A$  и подзонами  $B$  и  $C$  ( $\Delta_{AB}$  и  $\Delta_{AC}$  соответственно) даются выражениями [13]

$$\Delta_{AB} = \frac{1}{2}\left[\Delta_{\text{so}} + \Delta_{\text{cr}} - \sqrt{(\Delta_{\text{so}} + \Delta_{\text{cr}})^2 - \frac{8}{3}\Delta_{\text{so}}\Delta_{\text{cr}}}\right],$$

$$\Delta_{AC} = \frac{1}{2}\left[\Delta_{\text{so}} + \Delta_{\text{cr}} + \sqrt{(\Delta_{\text{so}} + \Delta_{\text{cr}})^2 - \frac{8}{3}\Delta_{\text{so}}\Delta_{\text{cr}}}\right]. \quad (4)$$

Эффективные массы дырок в валентных подзонах  $A$ ,  $B$  и  $C$  вблизи центра зоны Бриллюэна связаны с параметрами Латтинжера и величинами спин-орбитального и кристаллического расщеплений соотношениями [13]

$$\frac{m_0}{m_A^{\parallel}} = (\gamma_1 - 2\gamma), \quad \frac{m_0}{m_A^{\perp}} = (\gamma_1 + \gamma),$$

$$\frac{m_0}{m_B^{\parallel}} = \left(\gamma_1 + \gamma\left(1 - \frac{3\Delta_{\text{cr}} - \Delta_{\text{so}}}{\Delta_{\text{AC}} - \Delta_{\text{AB}}}\right)\right),$$

$$\frac{m_0}{m_B^{\perp}} = \left(\gamma_1 - \frac{1}{2}\gamma\left(1 - \frac{3\Delta_{\text{cr}} - \Delta_{\text{so}}}{\Delta_{\text{AC}} - \Delta_{\text{AB}}}\right)\right),$$

$$\frac{m_0}{m_C^{\parallel}} = \left(\gamma_1 + \gamma\left(1 + \frac{3\Delta_{\text{cr}} - \Delta_{\text{so}}}{\Delta_{\text{AC}} - \Delta_{\text{AB}}}\right)\right),$$

$$\frac{m_0}{m_C^{\perp}} = \left(\gamma_1 - \frac{1}{2}\gamma\left(1 + \frac{3\Delta_{\text{cr}} - \Delta_{\text{so}}}{\Delta_{\text{AC}} - \Delta_{\text{AB}}}\right)\right). \quad (5)$$

В CdSe величина спин-орбитального взаимодействия много больше энергии кристаллического поля ( $\Delta_{\text{so}} \gg \Delta_{\text{cr}}$  и  $\Delta_{\text{AC}} \gg \Delta_{\text{AB}}$ ), и расстояние между дном зоны проводимости и вершиной второй валентной

подзоны  $B$  может быть приблизительно определено как  $E_g^B = E_g^A + \Delta_{AB} \approx E_g^A + 2/3\Delta_{cr}$ . В этом случае выражения для эффективных масс дырок в подзонах  $B$  и  $C$  значительно упрощаются, а сами массы определяются только параметрами Латтинжера

$$\frac{m_0}{m_B^{\parallel}} = (\gamma_1 + 2\gamma), \quad \frac{m_0}{m_B^{\perp}} = (\gamma_1 - \gamma),$$

$$\frac{m_0}{m_C^{\parallel}} = \gamma_1, \quad \frac{m_0}{m_C^{\perp}} = \gamma_1. \quad (6)$$

3.2. Структура экситонных уровней в слабом магнитном поле: метод теории возмущений. Метод теории возмущений, позволяющий найти структуру энергетических уровней экситона в слабом магнитном поле, был развит впервые в работах [15,16] для кубических полупроводников и недавно расширен для гексагональных полупроводников в квазикубическом приближении [10]. Следуя [15,16], запишем гамильтониан (1) в виде

$$\hat{\mathbf{H}}_{exc} = \hat{\mathbf{H}}_0 + \hat{\mathbf{H}}_{int} + \hat{\mathbf{H}}_l + \hat{\mathbf{H}}_q, \quad (7)$$

где гамильтониан нулевого приближения  $\mathbf{H}_0$  имеет вид

$$\hat{H}_0(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2}{2\mu_0}\mathbf{k}^2 - \frac{2}{3}\Delta_{so} \left[ (\hat{\mathbf{I}}\hat{\mathbf{S}}_h) - \frac{1}{2} \right] - \Delta_{cr} [f_z^2 - 1] - \frac{e^2}{\varepsilon_0 r},$$

$$\frac{1}{\mu_0} = \frac{1}{3} \left[ \frac{2}{\mu_0^{\perp}} + \frac{\eta}{\mu_0^{\parallel}} \right], \quad \frac{1}{\mu_0^{\perp}} = \frac{1}{m_e^{\perp}} + \frac{\gamma_1}{m_0},$$

$$\frac{1}{\mu_0^{\parallel}} = \frac{1}{m_e^{\parallel}} + \frac{\gamma_1}{m_0},$$

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\varepsilon_0^{\parallel}\varepsilon_0^{\perp}}, \quad \eta = \frac{\varepsilon_0^{\perp}}{\varepsilon_0^{\parallel}}. \quad (8)$$

Собственные функции гамильтониана  $\mathbf{H}_0$  описывают не взаимодействующие водородоподобные состояния экситонов серии  $A$ ,  $B$  и  $C$  в нулевом приближении и имеют вид

$$\Phi_{[t],l,m,\alpha,i}^{[n]} = \Psi_{[t],l,m}^{[n]} u_{\alpha,i}, \quad (9)$$

где  $\Psi_{[t],l,m}^{[n]}$  — волновые функции дискретного (квантовые числа  $n = 1, 2, \dots$ ) и непрерывного (непрерывная переменная  $t$ ) спектров атома водорода,  $l$  — орбитальное квантовое число,  $m$  — магнитное квантовое число, функции  $u_{\alpha,i}$  ( $\alpha = A, B, C$ ;  $i = 1, 2$ ) — бловские функции вершин валентных подзон  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Соответствующие энергии дискретного спектра в нулевом приближении даются выражениями

$$E_{n,A} = -\frac{R_0}{n^2}, \quad E_{n,B} = \Delta_{AB} - \frac{R_0}{n^2},$$

$$E_{n,C} = \Delta_{AC} - \frac{R_0}{n^2}, \quad R_0 = \frac{\mu_0 e^4}{2\hbar^2 \varepsilon_0^2}. \quad (10)$$

Гамильтониан  $\mathbf{H}_{int}$  содержит члены, которые описывают взаимодействие валентных подзон, анизотропию эффективных масс электрона и дырок и анизотропию диэлектрических проницаемостей и могут быть учтены в рамках теории возмущений. Параметрами малости при этом являются величины  $(\mu_0/\mu_1)$ ,  $(\mu_0/\mu_3)$  и  $(1-\eta)$ , где

$$\frac{1}{\mu_1} = \frac{\gamma}{m_0}, \quad \frac{1}{\mu_3} = \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{\mu_0^{\perp}} - \frac{\eta}{\mu_0^{\parallel}} \right]. \quad (11)$$

Гамильтонианы  $\mathbf{H}_l$  и  $\mathbf{H}_q$  содержат линейные и квадратичные по магнитному полю члены соответственно, и для состояний с характерной энергией связи  $R_0/n^2$ , много большей циклотронной энергии свободного электрона  $\hbar\omega_0 = 2\mu_B H$ , могут быть также учтены в рамках теории возмущений. Окончательно уровни энергии экситонов серий  $A$ ,  $B$  и  $C$  в слабом магнитном поле имеют вид

$$E_{n,\alpha}(\beta_e, \beta_h) = E_{n,\alpha} + \Delta E_{n,\alpha} + \mu_B H_{\parallel,\perp} (\beta_e g_e^{\parallel,\perp} + \beta_h g_{h,n,\alpha}^{\parallel,\perp}) + D_{n,\alpha}^{\parallel,\perp} H_{\parallel,\perp}^2, \quad (12)$$

где  $\alpha = A, B, C$ ,  $\beta_e = \pm\frac{1}{2}$ ,  $\beta_h = \pm\frac{1}{2}$ . Для поправок нулевого поля  $\Delta E_{n,\alpha}$ , эффективных  $g$ -факторов дырок  $g_{h,n,\alpha}^{\parallel}$  и  $g_{h,n,\alpha}^{\perp}$  и диамагнитных сдвигов  $D_{n,\alpha}^{\parallel}$  и  $D_{n,\alpha}^{\perp}$  основного ( $n = 1$ ) и возбужденных ( $n = 2, n = 3$ ) состояний экситонов  $S$ - и  $P$ -симметрии получены аналитические выражения с учетом второго порядка теории возмущений. Эти выражения содержат численные функции, зависящие от расстояний между валентными подзонами  $\Delta_{AC}$  и  $\Delta_{AB}$ . Ранее аналогичные (12) выражения для энергий основного состояния экситонов  $A$  и  $B$  серии в нулевом магнитном поле с учетом взаимодействия только двух валентных подзон были получены в работе [17].

3.3. Теория уровней Ландау в сильном магнитном поле в квазикубическом приближении. Как уже отмечалось, в сильном магнитном поле необходимо сначала решить задачу об уровнях размерного квантования электронов (решения гамильтониана  $\hat{\mathbf{H}}_e(\mathbf{k})$ ) и дырок (решения гамильтониана  $\hat{\mathbf{H}}_h(\mathbf{k})$ ) при движении в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, а затем учесть кулоновское взаимодействие электронов и дырок. Для гексагональных полупроводников с  $\Delta_{so} \gg \Delta_{cr}$  задача об уровнях Ландау электронов и дырок была впервые решена в [4]. В этой работе были дополнительно учтены линейные по импульсу релятивистские члены в электронном и дырочном гамильтонианах, причем эффективные масса и  $g$ -фактор электрона предполагались изотропными, а магнитное поле — направленным вдоль оси  $z$ . В квазикубическом приближении и в пренебрежении линейными по импульсу членами полученные в [4] выражения для уровней Ландау электронов  $E_n^{\pm}$  и дырок  $E_{l,\lambda}$  при  $k_z = 0$  аналогичны выражениям для уровней Ландау в алмазоподобных полупроводниках (см. [11,12,18]) и сводятся

к следующим:

$$E_n^\pm = \hbar\omega_0 \left[ \frac{m_0}{m_e} \left( n + \frac{1}{2} \right) \pm \frac{1}{4} g_e \right], \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

$$E_{l,\lambda} = \hbar\omega_0 \left[ \frac{\alpha_{l,\lambda} + \alpha_{l,\lambda_1}}{2} + \left( \frac{5}{4} - \lambda^2 \right) \sqrt{\frac{(\alpha_{l,\lambda} - \alpha_{l,\lambda_1})^2}{2} + 3l(l + \lambda + \lambda_1)\gamma^2} \right],$$

$$\alpha_{l,\lambda} = \gamma_1 l + (5/4 - \lambda^2)(l + \lambda)\gamma + \lambda(\gamma_1 - \kappa) + \delta(9/4 - \lambda^2)/2, \quad (13)$$

где  $n$  и  $l$  — номера уровней Ландау электронов и дырок соответственно,  $\delta = \Delta_{cr}/\hbar\omega_0$ , а  $\lambda$  и связанная с ней величина  $\lambda_1 = 4\lambda(\lambda^2 - 5/2)/3$  принимают значения  $\lambda = \pm 3/2, \pm 1/2$  и  $\lambda_1 = \pm 3/2, \pm 1/2$ . При этом без учета кулоновского взаимодействия движение электронов и дырок вдоль магнитного поля остается свободным, а зависимости энергетических уровней от волнового вектора  $k_z$  позволяют определить продольные эффективные массы дырок на уровнях Ландау [11,12]. Классификация уровней Ландау электронов и дырок и анализ правил отбора для оптических переходов между ними в гексагональных полупроводниках с большой величиной спин-орбитального расщепления даны в [4].

3.4. Энергии связи диамагнитных экситонов. Кулоновское взаимодействие электрона и дырки, находящиеся на уровнях Ландау в сильном магнитном поле, приводит к образованию диамагнитного экситона. Энергия связи диамагнитных экситонов  $R_{n,M,\lambda}$ , образованных уровнем Ландау электрона с номером  $n$  и уровнем Латтинжера дырки с номером  $l = n - M + 1/2$ , определяемые проекцией момента экситона на направление магнитного поля ( $M = \pm 1/2, M = \pm 3/2$ ), могут быть найдены в адиабатическом приближении из одномерного уравнения Шредингера [5,11]

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2\mu_{l,\lambda}^{\parallel}} \frac{d^2}{dz^2} + U_{n,M,\lambda}(z) \right) \psi(z) = -R_{n,M,\lambda} \psi(z), \quad (14)$$

где  $\mu_{l,\lambda}^{\parallel}$  — приведенная продольная масса электрона и дырки на уровне Ландау с номером  $l$  серии  $\lambda$  ( $\lambda = \pm 1/2; \pm 3/2$ ), а квазиодномерный потенциал уравнения (14) может быть получен в результате усреднения кулоновского потенциала на волновых функциях  $\Phi_{n,M,\lambda}$ , описывающих движение экситона в плоскости, перпендикулярной магнитному полю [12],

$$U_{n,M,\lambda} = -\frac{e^2}{\varepsilon_0} \frac{1}{L} \int_0^{2\pi} d\varphi \int \frac{d\xi}{\sqrt{2\xi + z^2/L^2}} |\Phi_{n,M,\lambda}(\xi, \varphi)|^2. \quad (15)$$

Здесь  $\xi = \rho^2/2L^2$ ,  $\rho$  и  $\varphi$  — полярные координаты относительного движения электрона и дырки в плоскости. В

**Таблица 1.** Энергия связи (в meV) основных состояний диамагнитных экситонов CdSe при  $H = 7.5$  Т

№ уровня Ландау	$b^-$	$a^-$	$b^+$	$a^+$	$b^-$	$a^-$	$b^+$	$a^+$
0	5.8	6.1	12.0	11.9	11.2	9.6	6.1	7.6
1	5.3	5.6	8.1	8.2	7.9	6.6	5.4	6.5
2	4.8	5.1	6.5	6.2	6.5	5.5	4.9	5.8
3	4.5	4.7	5.7	5.4	5.7	4.9	4.5	5.2
4	4.2	4.4	5.1	4.8	5.1	4.5	4.2	4.8

Примечание. При расчетах использованы поляронные параметры, приведенные в табл. 2.

адиабатическом потенциале  $U_{n,M,\lambda}$  образуются бесконечные серии одномерных состояний диамагнитного экситона, примыкающих к соответствующему переходу между уровнями Ландау. Полный спектр дается выражением

$$E_{n,M,\lambda}^\pm = E_n^\pm + E_{l,\lambda} - R_{n,M,\lambda}, \quad (16)$$

где  $l = n - M + 1/2$  с соответствующими правилами отбора. Рассчитанные с помощью вариационного метода значения энергий связи диамагнитного экситона в CdSe приведены в табл. 1 с привязкой к серии и номеру Ландау оптического перехода. Видно, что энергия связи диамагнитного экситона существенно меньше в рассматриваемых полях, чем энергия связи основного экситонного состояния без магнитного поля ( $R_0 = 15.6$  meV), что и является следствием удовлетворения критерия ЭЛ только для возбужденных состояний экситона. Отметим также, что, как следствие, вычисленная энергия связи состояний экситонов при нулевом уровне Ландау — величина весьма неточная и отличается от реальной почти на 50%, что обусловлено невыполнением критерия ЭЛ для этих состояний. Энергия возбужденных состояний вычисляется почти точно, так как критерий ЭЛ начинает выполняться для первого возбужденного состояния экситона (2S) при полях порядка  $H = 5$  Т и для второго возбужденного (3S) уже при  $H = 2$  Т. Энергия связи диамагнитного экситона медленно растет с увеличением поля и с замедлением падает с ростом квантового числа Ландау.

## 4. Анализ экспериментальных результатов и вычисление зонных параметров

4.1. Обработка сильнополевых спектров и вычисление эффективной массы электрона. Как следует из результатов, приведенных в п. 3.3., уровни Ландау в гексагональном CdSe — в квазикубическом приближении и при пренебрежении линейными по импульсу членами — описываются аналогично уровням Ландау в алмазоподобных полупроводниках. Как известно (см., например, [11]), в последнем случае система

дырочных уровней Ландау представляет собой четыре последовательности (лэддера) двукратно вырожденных дырочных уровней (обозначения  $a^\pm$  и  $b^\pm$ ) и два лэддера электронов, отличающихся знаком проекции спина  $\pm 1/2$  (обозначения  $a^c$  и  $b^c$ ). При расчете по (13) система дырочных подзон Ландау гексагонального полупроводника распадается на две, сдвинутые на интервал  $E_g^B - E_g^A$ . При этом низкоэнергетическая система четырех подзон формируется состояниями дырок с проекцией момента  $\pm 1/2$ , тогда как высокоэнергетическая образуется четырьмя лэддерами состояний  $\pm 3/2$ . Аналогичное расщепление дырочных подзон произойдет и в кубических алмазоподобных полупроводниках в результате действия одноосной упругой деформации, вызывающей деформационное расщепление вершины валентной зоны. (Такой случай подробно исследован в [6] на примере тонких образцов кубических кристаллов CdTe, наклеенных на "толстую" стеклянную подложку).

Таким образом, сильнопольные магнитооптические спектры гексагональных полупроводников CdSe в рассматриваемом приближении можно интерпретировать и обрабатывать как спектры модельных деформированных кубических полупроводников с начальной шириной запрещенной зоны  $E_g = (E_g^A + E_g^B)/2$  и величиной деформационного расщепления  $\Delta_e = E_g^B - E_g^A$ . При этом можно пользоваться как (13), так и другими формулами, дающими спектр уровней Ландау в алмазоподобных полупроводниках, например, детерминантными уравнениями Пиджена–Брауна (ПБ) [19], записанными в уточненном и учитывающем сдвиговую деформацию виде Эгерволом [20]. В этом случае эффективную массу электрона выражают через квадрат межзонного матричного элемента момента между зоной проводимости и валентной зоной ( $P$ ) и поправку, учитывающую взаимодействие зоны проводимости с более высокими зонами ( $F$ ),

$$m/m_e = 1 + 2F + E_p(2/E_g + 1/(E_g + \Delta_{so}))/3, \quad (17)$$

где  $E_p = (2m_0/\hbar^2)P^2$ . Такое представление автоматически учитывает эффекты непараболичности и широко используется в работах по магнитооптике алмазоподобных полупроводников.

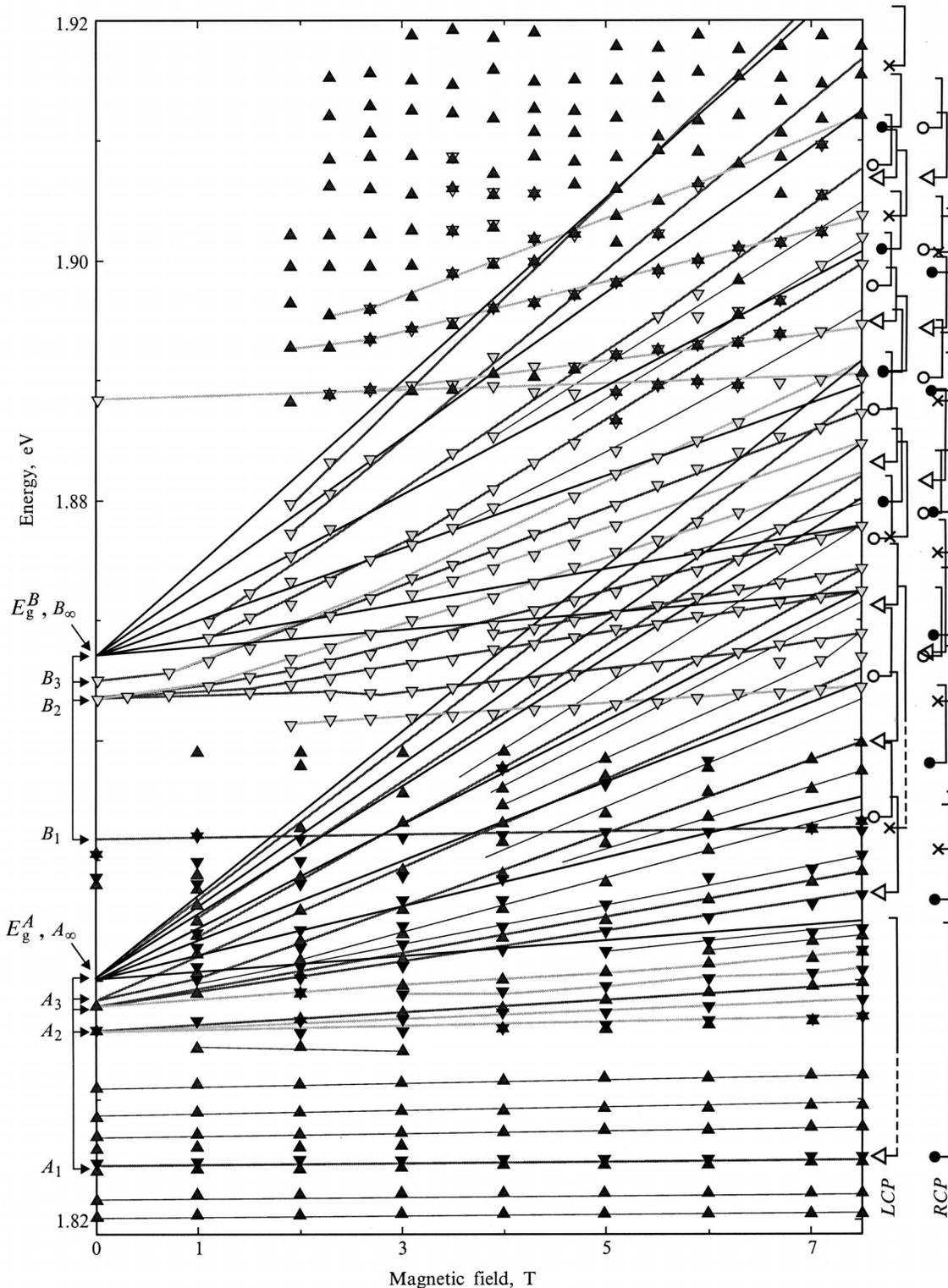
Соответствующая процедура обработки данных и эффективной массы электрона сводится к следующему. Сначала по модифицированным детерминантным уравнениям ПБ [11] с введением в них экспериментального значения  $(E_g^B - E_g^A)$  в качестве деформационного расщепления и с применением соответствующих правил отбора и расчетных энергий связи диамагнитного экситона строится "затравочный" экситонный спектр для максимального поля ( $H = 7.5$  Т), использованного в эксперименте. Выбор исходных зонных параметров базируется на известных из литературы энергиях зон при  $k = 0$ , эффективных массах электрона на дне зоны проводимости и продольных и поперечных массах дырок с использованием соотношений (6). Далее производится

расшифровка спектров в терминах кубического приближения (переходы  $a^\pm a^c$  и  $b^\pm b^c$  в конфигурации Фарадея,  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{q}$ ). Следующий шаг — восстановление истинных положений переходов между уровнями Ландау путем сложения рассчитанных энергий связи с экспериментальными энергиями максимумов поглощения. После этого может быть применен один из известных методов определения зонных параметров ([11,12]). В настоящей работе мы применили прием, состоящий в прямом вычислении циклотронных энергий электронов и дырок при учете того факта, что правила отбора для двух циркулярных поляризаций в общем виде отличаются на 2:  $\Delta n = +1$  для RCP (правоциркулярной поляризации) и  $\Delta n = -1$  для LCP (левоциркулярной поляризации). Выбирая два перехода из одного и того же дырочного уровня на различные электронные уровни, с числами Ландау  $n_c$  и  $n_c + 2$ , мы получаем удвоенную циклотронную энергию электрона при средней энергии  $E_c(n_c + 1)$ , как разность между выбранными энергиями переходов при условии совмещения веерных диаграмм для серий  $A$  и  $B$ . Например, прибавляется и вычитается величина  $(E_g^B - E_g^A)/2$  к сериям  $A$  и  $B$  соответственно для полного совмещения исходной точки "веера" при  $H = 0$ .

На рис. 3 приводится общий вид полученных веерных диаграмм для серий  $A$  и  $B$  CdSe, на которые нанесены реконструированные положения переходов между уровнями Ландау, а также указана расшифровка спектральных линий магнитопоглощения в квазикубическом приближении. Производя вычитание из энергий переходов между уровнями Ландау состояний LCP-спектра соответствующие энергии RCP-спектра, мы получаем удвоенную циклотронную энергию электрона  $E_{e,H} = \hbar\omega_0(m_0/m_e)$

$$(a, b)^\pm(n)(a, b)^c(n+1) - (a, b)^\pm(n)(a, b)^c(n-1) = 2E_{e,H}(n), \quad (18)$$

так как в этих переходах участвует один и тот же дырочный уровень. Среднее значение эффективной массы электрона вблизи дна зоны проводимости, вычисленное по (18), составило  $m_e = (0.116 \pm 0.005)m_0$ . Эта величина заметно ниже наиболее часто употребляющейся в литературе величины  $m_e = 0.13m_0$  [3]. Следует учесть, что полученное описанным выше методом значение эффективной массы соответствует значению зонной массы электрона, тогда как определенное в [3] значение по сути является массой полярона (так как энергия связи экситона меньше, чем энергия оптических фононов  $E_{LO} = 26.1$  meV [21]). Соответствующее определенному значению зонной массы электрона значению массы полярона может быть получено в результате учета электрон-фононного взаимодействия как  $m_{ep} = m_e(1 + \alpha_{Fe}/6)$ , где  $\alpha_{Fe} = e^2(\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1})(m_e/2E_{LO}\hbar^2)^{1/2}$ . Пользуясь средними значениями статической  $\epsilon_0$  и высокочастотной  $\epsilon_\infty = \sqrt{\epsilon_\infty^\parallel \epsilon_\infty^\perp}$  диэлектрической проницаемостей ( $\epsilon_0^\parallel = 10.16$ ,  $\epsilon_0^\perp = 9.29$ ,  $\epsilon_\infty^\parallel = 6.2$ ,



**Рис. 3.** Общий вид веерной диаграммы межзонного магнитопоглощения CdSe. Сплошные линии — реконструированные энергии переходов между подзонами Ландау дырок и электронов. Экспериментальные точки соединены пунктирными линиями для наглядности. Приводятся сводные данные экспериментов, выполненных в разных поляризациях и условиях регистрации. Соответствующие точки обозначены различными треугольниками. В данной работе этим различием можно пренебречь. Слева, на шкале ординат, скобками и стрелками показаны серии экситонных состояний A и B. На вертикальной шкале с правой стороны рисунка приводится расшифровка спектров для переходов диамагнитного экситона. Применены следующие обозначения, принятые для кубических полупроводников: ( $\Delta$ ) —  $a^+(l)a^c(l \pm 1)$ , ( $\circ$ ) —  $a^-(l)a^c(l \pm 1)$ , ( $\times$ ) —  $b^+(l)b^c(l \pm 1)$ , ( $\bullet$ ) —  $b^-(l)b^c(l \pm 1)$ ;  $l$  — квантовое число Ландау;  $a^+$ ,  $a^-$ ,  $b^+$ ,  $b^-$ ,  $a^c$ ,  $b^c$  — обозначения лэддеров легких и тяжелых дырок и электронов соответственно.  $(l + 1)$ - и  $(l - 1)$ -переходы соответствуют левовращающейся и правовращающейся поляризациям.

**Таблица 2.** Предпочтительные зонные и поляронные параметры энергетического спектра электронов и дырок, полученные в работе

Параметры	$E_p, \text{eV}$	$F$	$\frac{m_e}{m_0}$	$g_e$	$\gamma_1$	$\gamma$	$\kappa$	$\frac{m_A^{\parallel}}{m_0}$	$\frac{m_A^{\perp}}{m_0}$	$\frac{m_B^{\parallel}}{m_0}$	$\frac{m_B^{\perp}}{m_0}$
Поляронные	18	0	0.125	0.7	1.5	0.29	-0.63	1.08	0.56	0.48	0.83
Зонные	19	-1.2	0.116	0.7	1.7	0.37	-0.63	1.01	0.48	0.41	0.75

$\epsilon_{\infty}^{\perp} = 6.15$  [21]), мы определили эффективную массу полярона как  $m_{ep} = (0.125 \pm 0.005)m_0$ .

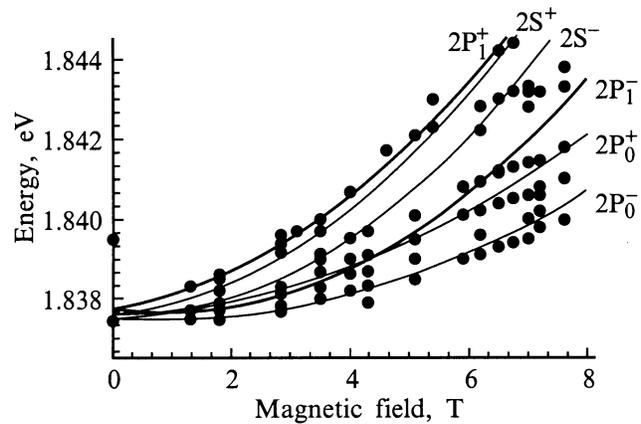
Аналогичная процедура может быть применена для нахождения циклотронных энергий и определения эффективных масс тяжелых и легких дырок модельного кубического полупроводника [22]. Однако она слабо чувствительна к массе тяжелой дырки, так как ее вклад по сравнению с электронным мал и близок к погрешности эксперимента. Что же касается легких дырок, то точное определение их параметров сталкивается с отсутствием необходимого количества точек  $A$ -спектра, не накладывающихся на  $B$ -спектр. Средние значения дырочных масс, полученные этим способом и соответственно также являющиеся зонными массами, равны  $m_{lh} = 0.24m_0$  и  $m_{hh} = 0.63m_0$  для легкой и тяжелой дырок соответственно. Однако в силу указанных причин эти значения не являются вполне надежными. Далее значения эффективных констант Латтинжера и соответствующие значения эффективных масс дырок будут определены в результате обработки слабополевых спектров.

4.3. Обработка слабополевых спектров и определение эффективных параметров Латтинжера. Для того чтобы описать полученные спектры магнитопоглощения CdSe в слабых магнитных полях, были рассчитаны энергии  $1S, 2S, 2P, 3S$  состояний  $A$ - и  $B$ -экситонов. Значения эффективного  $g$ -фактора дырки и диамагнитных сдвигов экситона для всех состояний были вычислены при направлениях магнитного поля параллельно и перпендикулярно оси  $C$ . Для расчета были использованы приведенные выше анизотропные значения статических диэлектрических проницаемостей и изотропное значение массы электрона, совпадающее с определенным ранее значением массы полярона:  $m_e^{\parallel} = m_e^{\perp} = 0.125m_0$ . Все остальные параметры варьировались в целях получения наилучшего совпадения с экспериментальными данными.

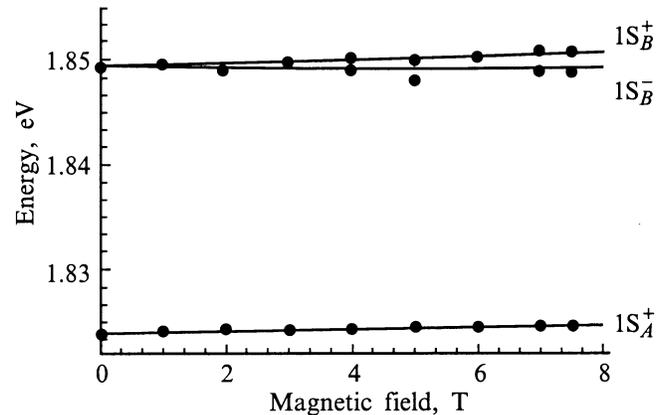
Наиболее информативные магнитооптические спектры в слабых магнитных полях  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}$  были получены для состояний  $A$ -экситона с главным квантовым числом  $n = 2$  (рис. 4). Линейная и квадратичная зависимости этих состояний от величины магнитного поля и явились основой процедуры подгонки. Анализ зеемановского расщепления состояний  $B$ -экситона в магнитном поле  $\mathbf{H} \perp \mathbf{C}$  (рис. 5) позволил непосредственно определить значение магнитной константы Латтинжера  $\kappa$  по величине поперечного значения эффективного  $g$ -фактора дырки, отличного от нуля в случае  $B$ -экситона. Параметры, наиболее

подходящие для этих двух конфигураций, использовались для проверки при рассмотрении всех остальных случаев.

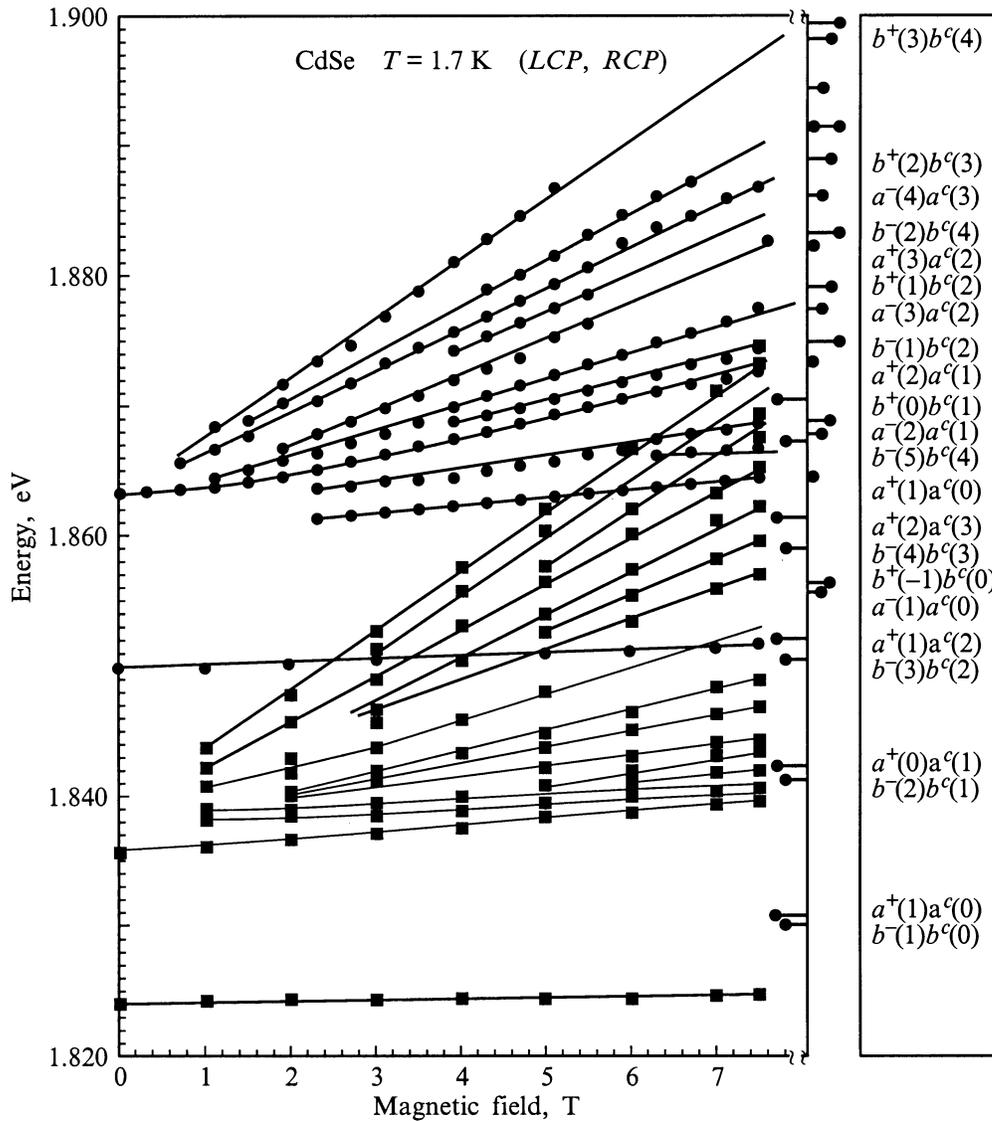
Отметим, что необходимые для расчета энергий экситона в слабых магнитных полях  $\gamma$ -параметры Латтинжера, определяющие массы дырки, как и масса электрона, являются поляронными. В процессе подгонки мы учитывали приведенные в [22] соотношения между зонными и поляронными  $\gamma$ -параметрами Латтинжера, а также известное соотношение между магнитной константой Латтинжера  $\kappa$  и зонными параметрами  $\gamma_1$  и  $\gamma$ :  $\kappa = (-2 + 5\gamma - \gamma_1)/3$ .



**Рис. 4.** Зависимость энергии оптических переходов возбужденного состояния  $n = 2$  экситона  $A$ -серии от магнитного поля  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}$ .



**Рис. 5.** Зависимость энергии оптических переходов основного состояния  $n = 1$   $A$ - и  $B$ -экситонов от магнитного поля  $\mathbf{H} \perp \mathbf{C}$ .



**Рис. 6.** Экспериментальная всерная диаграмма образца CdSe в геометрии Фарадея для LCP- и RCP-поляризации при  $T = 1.7$  К. Сплошные линии даны для наглядности. Вычисленные положения переходов диамагнитного экситона с использованием полученного набора зонных и поляронных параметров CdSe для A- и B-серий даны с правой стороны рисунка. Там же, в рамке, даны квазикубические обозначения для переходов между уровнями Ландау.

В результате подгонки были определены следующие параметры, дающие наилучшее согласие при описании экситонных спектров в слабых магнитных полях: поляронные параметры Латтинжера  $\gamma_1 = 1.5$  и  $\gamma = 0.29$  (соответствующие зонные параметры Латтинжера  $\gamma_1 = 1.7$  и  $\gamma = 0.37$ ), магнитная константа Латтинжера  $\kappa = -0.63$ , электронные эффективные g-факторы  $g_e^{\parallel} = g_e^{\perp} = 0.7$ . Полный набор параметров вместе со значениями масс дырок в валентных подзонах A и B (рассчитанными по формулам (6)) приведен в табл. 2.

Полученный набор зонных и поляронных параметров (табл. 2) был далее использован для контрольного расчета спектра уровней Ландау и диамагнитных экситонов в

сильных магнитных полях (рис. 6). При этом в расчетах энергий связи диамагнитных экситонов использовались поляронные параметры, в то время как спектр уровней Ландау строился в соответствии с зонными параметрами. Получено хорошее соответствие расчетного спектра с экспериментом, что можно рассматривать как подтверждение правильности выбранной методики расчета и оценку точности полученных параметров.

Таким образом, данные, полученные в прямом магнитооптическом эксперименте по оптическому пропусканию сверхтонких свободных высокосовершенных образцов CdSe, при  $T = 1.7$  К и в магнитных полях до 8 Т, рассматривались как содержащие одновременно слабо- и сильнополевую информацию. Соответствующие части

спектров интерпретировались в рамках квазикубического приближения при помощи развитых применительно к случаю гексагональных кристаллов CdSe теоретических моделей. Обе модели (для случаев слабого и сильного поля) дают возможность вычислить наборы основных параметров зонной структуры кристалла, оказавшиеся существенно различающимися. Спектроскопия уровней Ландау дает возможность вычисления зонных масс и параметров. Она оказывается источником наиболее достоверного значения зонной эффективной массы электрона, в то время как дырочные массы, а также соответствующие зонные параметры в силу ряда упомянутых выше причин не являются вполне надежными. В то же время слабополевые данные не позволяют разделить электронный и дырочный вклады, а также дают прямую информацию только о поляронных параметрах. В результате совместной интерпретации сильно- и слабополевых экспериментальных данных оказалось возможным самосогласованное определение зонных и поляронных параметров гексагональных кристаллов CdSe.

Авторы благодарят Ал.Л. Эфроса и Д.Л. Федорова за интерес к работе.

## Список литературы

- [1] S.V. Ivanov, S.V. Sorokin, P.S. Kop'ev, J.R. Kim, H.D. Jung, H.S. Park. *J. Crystal Growth* **16**, 159 (1996).
- [2] N.N. Ledentsov, I.L. Krestnikov, M.V. Maximov, S.V. Ivanov, S.L. Sorokin, P.S. Kop'ev, Zh.I. Alferov, D. Bimberg, C.M. Satomayor Torres. *Appl. Phys. Lett.* **69**, 1343 (1996).
- [3] J.O. Dimmock, R.G. Weeler. *J. Appl. Phys.* **32**, 2271 (1961).
- [4] Б.Л. Гельмонт, Г.В. Михайлов, А.Г. Панфилов, Б.С. Разбирин, Р.П. Сейсян, Ал.Л. Эфрос. *ФТТ* **29**, 1730 (1987).
- [5] С.И. Кохановский, Ю.М. Макущенко, Р.П. Сейсян, Ал.Л. Эфрос, Т.В. Язева, М.А. Абдуллаев. *ФТТ* **33**, 1719 (1991).
- [6] Г.Н. Алиев, О.С. Кошуг, А.И. Несвижский, Р.П. Сейсян, Т.В. Язева. *ФТТ* **35**, 1514 (1993).
- [7] G.N. Aliev, A.D. Andreev, O. Coschug-Toates, R.M. Datsiev, S.V. Ivanov, S.V. Sorokin, R.P. Seisyan. *J. Crystal Growth* **184/185**, 857 (1998).
- [8] G.N. Aliev, A.D. Andreev, R.M. Datsiev, S.V. Ivanov, S.V. Sorokin, A.B. Kapustina, I.L. Krestnikov, M.E. Sasin, R.P. Seisyan. *J. Crystal Growth* **184/185**, 315 (1998).
- [9] A.B. Kapustina, R.M. Datsiev, D.L. Fedorov, B.V. Petrov, R.P. Seisyan. In: *Excitonic processes in condensed matter* / Ed. by R.T. Williams, W.M. Yen. PV 98-25. Pennington (1998). P. 543.
- [10] A.V. Rodina, L. Eckey, M. Dietrich, A.Goeldner, Al.L. Efros, M. Rosen, A. Hoffmann, B.K. Meyer. *Phys. Stat. Sol. (b)* **216**, 1, 21 (1999).
- [11] Р.П. Сейсян. Спектроскопия диамагнитных экситонов. Наука, М. (1984). С. 272.
- [12] R.P. Seisyan, B.P. Zakharchenya. In: *Landau Level Spectroscopy* / Ed. by E.I. Rashba, G. Landwehr. North Holland, Amsterdam (1991). Ch. 7. P. 345.
- [13] Г.Л. Бир, Г.Е. Пикус. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. Наука, М. (1972). С. 557.
- [14] J.M. Luttinger. *Phys. Rev.* **102**, 1030 (1956).
- [15] A. Baldereschi, N.C. Lipari. *Phys. Rev.* **B3**, 439 (1971); M. Altarelli, N.C. Lipari. *Phys. Rev.* **B7**, 3798 (1973).
- [16] L. Swierkowski. *Phys. Rev.* **B10**, 3311 (1974).
- [17] J. Flohrer, E. Jahne, M. Porsch. *Phys. Stat. Sol. (b)* **91**, 467 (1979).
- [18] Б.Л. Гельмонт, Р.П. Сейсян, Ал.Л. Эфрос, А.В. Варфоломеев. *ФТП* **11**, 238 (1977).
- [19] C.R. Pidgeon, R.A. Brown. *Phys. Rev.* **146**, 575 (1966).
- [20] R.L. Aggarwal. In: *Semicond. and Semimet.* **9**, 151 (1973).
- [21] Landoldt-Boernstein. Springer-Verlag, Berlin **17b** (1982).
- [22] H.-R. Trebin. *Phys. Stat. Sol. (b)* **81**, 527 (1977); H.-R. Trebin, U. Roesler. *Phys. Stat. Sol. (b)* **70**, 717 (1975).