

# Поляризационные взаимодействия и фазовые переходы в кристаллах с двумя взаимодействующими подсистемами

© В.А. Санина, Е.И. Головенчиц

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: E.Golovenchits@shuvpop.ioffe.rssi.ru

(Поступила в Редакцию 16 ноября 1999 г.)

Изучается влияние поляризационных взаимодействий на состояние и фазовые переходы в магнитоупорядоченных и диэлектрических кристаллах с двумя взаимодействующими параметрами порядка. Рассматривается ситуация, когда в одной из подсистем взаимодействие значительно слабее, чем в другой. Показано, что поляризационные взаимодействия в слабой подсистеме могут существенно влиять на состояние и характер фазового перехода в сильной подсистеме. Они могут привести к возникновению разупорядочения (Random Field-состояния или состояния спинового стекла) в критической области вблизи фазового перехода II рода основной подсистемы и к размытию перехода. С другой стороны, учет поляризационных взаимодействий может приводить к появлению как упорядоченных, так и разупорядоченных состояний в самой слабой подсистеме.

Под поляризационными взаимодействиями будем понимать взаимодействие между поляронными состояниями (поляронами) в кристаллах. Это эффективное взаимодействие, обусловленное взаимной поляризацией взаимодействующих подсистем, проявляющееся во втором порядке теории возмущений.

В физике твердого тела поляризационное взаимодействие изучено наиболее подробно для полупроводников. Проводилось исследование поляронного эффекта, обусловленного самосогласованным воздействием свободных электронов и решеточного остова анионов. Изучались понижение энергии основного уровня системы вследствие электрон-фононного взаимодействия, перенормировка эффективной массы электронов и экситонов, подвижность поляронов и т.п. (см., например, обзор [1]).

Однако необходимость учета поляронных эффектов и поляризационных взаимодействий в кристаллах возникает не только при рассмотрении электрон-фононного взаимодействия для носителей заряда. Подобные эффекты и поляризационные взаимодействия проявляются в диэлектрических кристаллах и других системах, содержащих по крайней мере две взаимодействующие подсистемы. В данной работе рассматривается влияние обменных поляризационных взаимодействий на свойства магнитоэлектрических кристаллов, а также влияние поляризационных взаимодействий, обусловленных взаимным влиянием смещений ионов в диэлектрических кристаллах, на структуру этих кристаллов.

Для многих магнитных кристаллов характерно наличие нескольких магнитных ионов в элементарной ячейке, образующих взаимодействующие друг с другом подсистемы с собственными параметрами порядка. При этом возникает взаимное влияние состояний подсистем, зависящее от величин взаимодействий внутри и между подсистемами. Ясно, что фазовые переходы в таких магнитных кристаллах (их положение и характер) также зависят от взаимодействия подсистем.

Отметим, что и в том случае, когда магнитный кристалл содержит магнитные ионы лишь одного сорта, в нем существуют немагнитные подсистемы, которые могут взаимодействовать с магнитной подсистемой. Примерами таких подсистем могут служить орбитальная подсистема тех же магнитных ионов или смещения ионов в решетке. При этом возникают спин-орбитальное и магнитоупругое взаимодействия соответственно, которые могут приводить к поляризационным эффектам.

Ситуация, полностью подобная той, которая имеется для двух взаимодействующих магнитных подсистем, возникает и в том случае, когда немагнитный параметр порядка описывается формализмом псевдоспина и соответствующие взаимодействия имеют вид обменных гамильтонианов. Наиболее характерным примером такой ситуации является структурный фазовый переход II рода типа порядок–беспорядок (см., например, [2]).

## 1. Поляризационное обменное взаимодействие

Рассмотрим случай магнитоупорядоченного диэлектрика, в элементарной ячейке которого содержатся магнитные ионы 2 сортов ( $A$  и  $B$ ) со спинами  $S^A$  и  $S^B$  соответственно. Запишем гамильтониан обменных взаимодействий в следующем виде:

$$H = \sum_{ij} J_{ij}^{AA} S_i^A S_j^A + \sum_{ij} J_{ij}^{BB} S_i^B S_j^B + \sum_{ij} J_{ij}^{AB} S_i^A S_j^B. \quad (1)$$

Здесь величины  $J_{ij}^{AA}$ ,  $J_{ij}^{BB}$  и  $J_{ij}^{AB}$  отличны от нуля для ближайших соседних ионов  $i$  и  $j$  и характеризуют обменные взаимодействия соответственно в подсистеме спинов  $S^A$ ,  $S^B$  и между спинами  $S^A$  и  $S^B$ . Примем следующее соотношение между величинами взаимодействий, которое часто реализуется в магнитных кристаллах:  $J_{ij}^{AA} \gg J_{ij}^{AB} \gg J_{ij}^{BB}$ . Такое соотношение между величинами обменных взаимодействий имеется,

например, для магнитных кристаллов редкоземельных гранатов, ортоферритов и ортохромитов [3], содержащих одновременно  $3d$  ( $S^A$  спины) и  $4f$  ( $S^B$  спины) ионы.

В рамках теории возмущений по малому параметру  $J_{ij}^{AB}/J_{ij}^{AA}$ , вплоть до второго порядка включительно, запишем эффективный гамильтониан, описывающий состояние спинов  $B$ -подсистемы

$$\begin{aligned} H_{eff}^B = & \sum_{ij} J_{ij}^{AB} \langle S_i^A \rangle S_j^B - \sum_{ij,kl} (J_{ik}^{BA} K_{kl}^{AA} J_{lj}^{AB}) 1/J^{AA} S_i^B S_j^B \\ & + \sum_{ij} J_{ij}^{BB} S_i^B S_j^B \equiv \sum_j H_{mfj}^B S_j^B \\ & + \sum_{ij} V_{ij}^{BB} S_i^B S_j^B + \sum_{ij} J_{ij}^{BB} S_i^B S_j^B. \end{aligned} \quad (2)$$

Величина  $\langle S_i^A \rangle$  характеризует среднее по состояниям значение спина в  $A$ -подсистеме. Эта величина отлична от нуля, если в  $A$ -подсистеме имеется однородный дальний магнитный порядок, и равна нулю в парамагнитной области. Она также равна нулю при всех температурах, если в  $A$ -подсистеме имеется кооперативное, но разупорядоченное состояние (например, Random Field или спиновое стекло [4]).

Величина  $K_{kl}^{AA} = \langle S_k^A S_l^A \rangle - \langle S_k^A \rangle \langle S_l^A \rangle$  характеризует корреляционную функцию спиновых флуктуаций в  $A$ -подсистеме, которая отлична от нуля при всех температурах и для любых состояний кристалла.

Первая сумма в эффективном гамильтониане (2) характеризует подмагничивание  $S^B$  спинов средним полем упорядоченной  $A$ -подсистемы —  $H_{mfj}^B = \sum_i J_{ij}^{AB} \langle S_i^A \rangle$ .

Вторая сумма в (2) описывает эффективное обменное взаимодействие  $S^B$  спинов через корреляции в ориентации спинов в  $A$ -подсистеме. Это поляризационное обменное взаимодействие имеет вид

$$V_{ij}^{BB} = -\sum_{kl} (J_{ik}^{BA} K_{kl}^{AA} J_{lj}^{AB}) 1/J^{AA}. \quad (3)$$

Суммирование во втором слагаемом в (2) (и соответственно в (3)) проводится по всем узлам решетки. При этом поляронный эффект (обменный полярон) описывается самодействием — обменным взаимодействием одного  $B$ -иона в  $i$ -м узле со спином  $S_i^B$  со всей матрицей  $A$ -ионов со спинами  $S_j^A$ . Поляризационное обменное взаимодействие (3) описывает взаимодействие между обменными поляронами. Поляризационный обмен  $V_{ij}^{BB}$  эффективен тогда, когда непосредственное обменное взаимодействие спинов в  $B$ -подсистеме слабее поляризационного ( $J_{ij}^{BB} \ll V_{ij}^{BB}$ ) или когда значительно ослаблена роль среднего поля  $H_{mfj}^B$  (в силу симметрии кристалла, в критической области вблизи фазового перехода в  $A$ -подсистеме или когда  $A$ -подсистема является разупорядоченной).

Заметим, что впервые эффективное обменное взаимодействие между атомами примеси в междуузлиях метамагнетика, связанное с поляризацией спинов основной подрешетки, было рассмотрено Ивановым и Шендером [5]. Поляризационный  $f-d-f$ -обмен для редкоземельных магнетиков и в явном виде гамильтониан в форме (2) был записан нами в работе [6] для

объяснения обнаруженного в  $\text{EuCrO}_3$  магнитного фазового перехода, индуцированного мощной оптической накачкой. Поляризационный (флуктуационный) обмен для антиферромагнитных гранатов изучался в работе [7], для редкоземельных ортоферритов и ортохромитов — в работе [8].

Следует подчеркнуть, что в отличие от ориентирующего воздействия среднего поля  $H_{mfj}^B$  на спины  $B$ -подсистемы поляризационный обмен  $V_{ij}^{BB}$  может приводить к упорядочению  $S^B$ -спинов со своей температурой упорядочения и своей симметрией. Впервые такое собственное упорядочение оптически возбужденных ионов  $\text{Eu}^{3+}$ , обусловленное поляризационным взаимодействием через спиновые возбуждения в основной магнитной подсистеме ионов  $\text{Cr}^{3+}$ , было обнаружено нами в кристаллах  $\text{EuCrO}_3$  [6,9].

В отличие от среднего поля  $H_{mfj}^B$ , которое равно нулю в разупорядоченном состоянии, поляризационный обмен имеется при всех температурах, однако его величина зависит от температуры и состояния кристалла, определяющих величину корреляционной функции  $K_{ij}^{AA}$ .

Важно отметить, что если обменные константы  $J_{ij}^{AA}$ ,  $J_{ij}^{BB}$  и  $J_{ij}^{AB}$  отличны от нуля лишь для ближайших соседей, то радиус действия поляризационного взаимодействия  $V_{ij}^{BB}$  (3) определяется корреляционным радиусом спиновых флуктуаций  $A$ -подсистемы, т.е. поляризационное взаимодействие является дальнедействующим по определению и соответствующее молекулярное поле  $H_{MF}^B = V_{ij}^{BB} \langle S_i^B \rangle$  усиливается дальнедействием. В результате температура упорядочения спинов  $B$ -ионов за счет взаимодействия  $V_{ij}^{BB}$  может значительно превышать температуру упорядочения  $S^B$ -спинов за счет взаимодействия  $J_{ij}^{BB}$ .

В тех случаях, когда в  $A$ -подсистеме имеются развитые спиновые флуктуации с большими корреляционными радиусами, роль взаимодействия  $V_{ij}^{BB}$  становится особенно заметной. Такая ситуация возникает либо вблизи фазового перехода II рода в  $A$ -подсистеме, либо если последняя является низкоразмерной и разупорядоченной.

Кроме упорядочения  $B$ -подсистемы поляризационное взаимодействие  $V_{ij}^{BB}$  может в ряде случаев существенным образом влиять на состояние и фазовые переходы основной магнитной  $A$ -подсистемы. Рассмотрим эти случаи более подробно.

## 2. Влияние поляризационных взаимодействий на характер магнитных фазовых переходов в кристаллах с двумя параметрами порядка

Как уже отмечалось, благодаря наличию поляризационного взаимодействия  $V_{ij}^{BB}$  в  $B$ -подсистеме может возникать собственное упорядочение со своей температурой упорядочения и симметрией. При этом поляризационное

взаимодействие  $V_{ij}^{BB}$  и непосредственное короткодействующее обменное взаимодействие  $J_{ij}^{BB}$  могут иметь разные знаки. Это будет приводить к возникновению фрустраций в  $B$ -подсистеме в том случае, когда взаимодействие  $J_{ij}^{BB}$  не пренебрежимо мало по сравнению с  $V_{ij}^{BB}$ . В результате в упорядоченной  $B$ -подсистеме, не содержащей примесей других ионов (не имеющей ионного беспорядка), могут возникать фрустрации, обусловленные наличием обменных взаимодействий разного знака. В ряде случаев наличие таких фрустраций может проявлять себя существенным образом.

А) Если подмагничивающее поле  $H_{mfj}^B = \sum_i J_{ij}^{AB} \langle S_i^A \rangle$  значительно превышает величину молекулярного поля  $H_{MF}^P = V_{ij}^{BB} \langle S_i^B \rangle$  (и тем более  $J_{ij}^{BB} \langle S_i^B \rangle$ ), то при температурах ниже температуры упорядочения  $A$ -подсистемы состояние  $B$ -подсистемы будет однородным и будет определяться полем подмагничивания со стороны упорядоченной  $A$ -подсистемы —  $H_{mfj}^B$ . Однако ситуация может кардинальным образом измениться вблизи магнитного фазового перехода в  $A$ -подсистеме (в критической области температур). Действительно в критической области роль среднего поля  $H_{mfj}^B$  ослабевает (уменьшается значение параметра порядка  $\langle S_i^A \rangle$  в соответствии с функцией Бриллюэна), а корреляционный радиус критических флуктуаций в  $A$ -подсистеме и соответственно величина взаимодействия  $V_{ij}^{BB}$  при этом будут нарастать. Учитывая конкуренцию взаимодействий  $V_{ij}^{BB}$  и  $J_{ij}^{BB}$ , приводящую к фрустрациям в  $B$ -подсистеме, в ней могут возникать состояния типа Random Field или спинового стекла [4]. В результате среднее молекулярное поле  $B$ -подсистемы, определяемое взаимодействиями  $V_{ij}^{BB}$  и  $J_{ij}^{BB}$  (двумя последними слагаемыми в гамильтониане (2)), окажется случайным, теперь величина  $\langle S_i^B \rangle$  будет характеризовать замороженный случайный локальный спин в  $B$ -подсистеме [4]. Благодаря взаимодействию подсистем  $A$  и  $B$  и в  $A$ -подсистеме возникает случайное поле  $H_{RF}^A = J_{ij}^{AB} \langle S_i^B \rangle$ . При этом в критической области вблизи фазового перехода в  $A$ -подсистеме в ней также возникнет состояние типа Random Field или спинового стекла. Действительно, согласно теореме Имре и Ма [10], состояние с однородным дальним порядком неустойчиво к образованию ограниченных областей с тем же порядком при наличии случайного поля.

Таким образом, благодаря учету поляризационного взаимодействия в  $B$ -подсистеме и его конкуренции с собственным обменным взаимодействием в той же подсистеме в критической области вблизи фазового перехода в  $A$ -подсистеме возникает разупорядоченное состояние, в котором и реализуется размытый фазовый переход.

В) Ситуация в критической области вблизи фазового перехода II рода в  $A$ -подсистеме при учете поляризационного взаимодействия, аналогичная рассмотренной выше в п. А, будет возникать всегда (и без учета конкуренции с взаимодействием  $J_{ij}^{BB}$ ), если  $A$ -подсистема является антиферромагнитной. В этом случае в критической области температур для  $A$ -подсистемы, когда

корреляционный радиус антиферромагнитных спиновых флуктуаций  $\xi \gg a$  ( $a$  — постоянная решетки), взаимодействие  $V_{ij}^{BB}$  (3) оказывается одновременно дальнедействующим (на масштабе  $\xi$ ) и знакопеременным на каждой постоянной решетки (из-за изменения знака антиферромагнитной корреляционной функции  $K_{ij}^{AA}$  на каждой постоянной решетки). Такого типа взаимодействие будет приводить к стохастизации спинового состояния в  $B$ -подсистеме и к образованию в ней стеклового состояния, несмотря на отсутствие замороженного случайного беспорядка в расположении ионов  $B$ -подсистемы в кристалле. Обратное воздействие разупорядоченной  $B$ -подсистемы на  $A$ -подсистему также приведет к возникновению в последней Random Field (или стеклового) состояния в критической области. Подобная ситуация рассматривалась нами ранее в работе [11] в связи с выяснением механизма орбитального стекла, обнаруженного в кристаллах  $\text{Eu}_2\text{CuO}_4$ .

### 3. Случай низкоразмерной или разупорядоченной $A$ -подсистемы

Особая ситуация возникает в том случае, когда изначально в  $A$ -подсистеме имеется кооперативное, но разупорядоченное состояние, например Random Field или спиновое стекло. В этом случае среднее подмагничивающее  $B$ -подсистему молекулярное поле  $H_{mfj}^B = 0$  при всех температурах и поляризационное взаимодействие (3) становится основным для  $B$ -подсистемы. Если в  $A$ -подсистеме имеются достаточно крупные области со спиновыми корреляциями, то поляризационное взаимодействие  $V_{ij}^{BB}$  будет достаточно сильным. При этом в  $B$ -подсистеме можно получить как упорядоченное (Order from Disorder), так и разупорядоченное состояния во всей области температур, а не только в критической области.

В исследованных нами квази-2D гейзенберговских антиферромагнетиках  $\text{R}_2\text{CuO}_4$  ( $\text{R} = \text{Eu}, \text{Pr}, \text{Gd}$ ) [12,13] было экспериментально обнаружено Random Field состояние в широкой области температур (как  $T \ll T_N$ , так и  $T \gg T_N$ ,  $T_N$  — температура Нееля). Как мы полагали, причиной возникновения такого состояния является случайная анизотропия в  $A$ -подсистеме, обусловленная поляризационными взаимодействиями в  $B$ -подсистеме [14]. В этом случае  $A$ -подсистемой является квази-2D гейзенберговская антиферромагнитная подсистема спинов ионов  $\text{Cu}^{2+}$  (в слоях  $\text{CuO}_2$ ), а в качестве  $B$ -подсистемы выступают при различных температурах либо магнитная орбитальная подсистема ионов  $\text{Cu}^{2+}$ , либо магнитные редкоземельные  $\text{R}^{3+}$ -ионы.

В качестве примера рассмотрим ситуацию с влиянием магнитных редкоземельных ионов на состояние квази-2D гейзенберговской антиферромагнитной подсистемы

ионов  $\text{Cu}^{2+}$  в слоях  $\text{CuO}_2$ . Обратимся к анализу гамильтониана (2) и будем учитывать первые два слагаемых в (2), собственным обменом между редкоземельными ионами будет пренебрегать.

А) Будем полагать, что при  $T < T_N$  в квази-2D антиферромагнитной подсистеме реализуется дальний порядок и имеется отличное от нуля среднее молекулярное поле  $H_{mfj}^B$ . Под влиянием этого поля моменты редкоземельных ионов ( $S^B$ -спины в нашей модели) должны антиферромагнитно подмагничиваться, т. е. в  $B$ -подсистеме должно возникать Staggered Field. Поляризационное обменное взаимодействие  $V_{ij}^{BB}$  в этом случае будет обусловлено взаимодействием  $S^B$ -спинов через спиновые волны в упорядоченной  $A$ -подсистеме. При этом, как показано в работах [7,8], поляризационное взаимодействие стремится упорядочить  $S^B$ -спины ферромагнитно. В результате и в случае однородного антиферромагнитного дальнего магнитного порядка в  $A$ -подсистеме при учете поляризационных взаимодействий появляются конкурирующие взаимодействия, приводящие к фрустрациям и разупорядочению  $B$ -подсистемы. Это в свою очередь приводит к появлению случайной анизотропии для  $A$ -подсистемы ( $H_{RF}^A$ ) и состояния Random Field в  $A$ -подсистеме. Таким образом, в антиферромагнитной  $A$ -подсистеме не может реализоваться однородный антиферромагнитный дальний порядок, а возникает состояние типа Random Field, если поляризационное взаимодействие в  $B$ -подсистеме не пренебрежимо мало в сравнении со средним полем  $H_{mfj}^B$ .

В) Если в  $A$ -подсистеме изначально (без учета влияния  $B$ -подсистемы) имеются спиновые флуктуации с большими корреляционными радиусами (например, квантовые 2D гейзенберговские антиферромагнитные спиновые флуктуации в слоях  $\text{CuO}_2$  в квази-2D кристаллах  $\text{R}_2\text{CuO}_4$ ), то, начиная с самых низких температур, роль поляризационного обмена будет существенной — в  $B$ -подсистеме будет иметь место дальнедействующее и знакопеременное (фрустрирующее) поляризационное взаимодействие. Это взаимодействие может приводить как к разупорядочению  $B$ -подсистемы, так и к возникновению Random Field-состояния в  $A$ -подсистеме.

#### 4. Влияние поляризационного взаимодействия на структурный фазовый переход в кристаллах с двумя параметрами порядка

Примером проявлений поляризационных взаимодействий при структурных фазовых переходах II рода является изоструктурный фазовый переход в  $\text{EuCrO}_3$ , который наблюдался в [15,16] при изменении концентрации термовозбужденных ионов  $\text{Eu}^{3+}$  ( ${}^7F_1$ ). Этот переход

был обнаружен при  $T \sim 280\text{--}290$  К при изучении диэлектрической восприимчивости и рентгенографическом исследовании. Переход сопровождался сильными аномалиями диэлектрических свойств, которые обычно характерны для размытых ферроэлектрических фазовых переходов [2]. Согласно рентгенографическим данным, при переходе возникало однородное смещение ионов  $\text{Eu}^{3+}$  на величину  $\sim 0.0076$  Å при неизменной в других отношениях решетке [16].

Кристаллы  $\text{EuCrO}_3$  принадлежат к классу редкоземельных ортохромитов и имеют симметрию ромбически искаженного перовскита с пространственной группой  $D_{2h}^{16}$  ( $Pbnm$ ). Ионы  $\text{Eu}^{3+}$  в основном состоянии ( ${}^7F_0$ ) являются немагнитными. Первое возбужденное состояние ( ${}^7F_1$ ) отстоит по энергии от состояния ( ${}^7F_0$ ) на величину  $\sim 300$  см $^{-1}$ . Оно является магнитным и вырожденным (триплет  $J = 0, \pm 1$ ), так что термическое заселение возбужденного уровня сопряжено с появлением магнитного момента и локальных искажений решетки (локальный псевдоэффект Яна–Теллера [17]). В области температур  $T > 200$  К термическое заселение возбужденных состояний ионов  $\text{Eu}^{3+}$  быстро нарастает, и возможно образование метастабильных кластеров из структурно коррелированных термовозбужденных ионов. При дальнейшем нарастании концентрации термовозбужденных ионов происходит изоструктурный фазовый переход, при котором возникают коррелированные смещения всех ионов  $\text{Eu}^{3+}$  в кристалле [16].

В рассматриваемой ситуации возникают две взаимодействующие подсистемы: ионы  $\text{Eu}^{3+}$  в основном состоянии и термовозбужденные ионы. Имеются два взаимодействующих параметра порядка — смещения основных и термовозбужденных ионов  $\text{Eu}^{3+}$  в решетке относительно центральной позиции в кубической пфазае. Локальные смещения ионов в решетке описываются псевдоспинами, и гамильтониан для соответствующих взаимодействий внутри и между подсистемами аналогичен обменному гамильтониану (2). При этом выполняется условие, согласно которому добавочные смещения термовозбужденных ионов малы по сравнению с исходными смещениями ионов в основном состоянии. В исходной подсистеме ионов  $\text{Eu}^{3+}$  (в основном состоянии) реализуется антиферроэлектрическое упорядочение. Поляризационное взаимодействие между возбужденными ионами является ферроэлектрическим и приводит к нарастающей концентрации ферроэлектрических кластеров и к структурному фазовому переходу во всем кристалле, при этом возникает антиферроэлектрическое расположение основных и термовозбужденных ионов европия во всем кристалле [16].

Итак, в работе показано, что в кристаллах, обладающих двумя взаимодействующими параметрами порядка, существенна роль поляризационных взаимодействий, которые могут изменять состояния кристаллов и влиять на характер фазовых переходов в них.

## Список литературы

- [1] J. Appel. Polarons, Sol. Stat. Phys. **21**, 193 (1968).
- [2] Б.А. Струков, А.П. Леванюк. Физические основы сегнето-электрических кристаллов. Наука, М. (1983). 239 с.
- [3] А.К. Звездин, В.М. Матвеев, А.А. Мухин, А.И. Попов. Редкоземельные ионы в магнитоупорядоченных кристаллах. Наука, М. (1985). 294 с.
- [4] С.Л. Гинзбург. Необратимые явления в спиновых стеклах. Наука, М. (1989). 149 с.
- [5] М.А. Иванов, Е.Ф. Шендер. ЖЭТФ **69**, 1(7), 350 (1975).
- [6] Е.И. Головенчиц, Б.Д. Лайхтман, В.А. Санина. Письма в ЖЭТФ **31**, 4, 243 (1980).
- [7] Е.Ф. Шендер. ЖЭТФ **83**, 1(7), 326 (1982).
- [8] Е.И. Головенчиц, В.А. Санина. ФТТ **26**, 6, 1640 (1984).
- [9] Е.И. Головенчиц, В.А. Санина, Т.А. Шаплыгина. ЖЭТФ **80**, 5, 1911 (1981).
- [10] Y. Imre, S-ka Ma. Phys. Rev. Lett. **35**, 1399 (1975).
- [11] А.В. Бабинский, С.Л. Гинзбург, Е.И. Головенчиц, В.А. Санина. Письма в ЖЭТФ **57**, 5, 289 (1993).
- [12] Е.И. Головенчиц, В.А. Санина, А.В. Бабинский. ЖЭТФ **110**, 2(8), 714 (1996).
- [13] Е.И. Головенчиц, В.А. Санина. ФТТ **41**, 8, 1437 (1999).
- [14] Е.И. Головенчиц, В.А. Санина. ФТТ **41**, 7, 1259 (1999).
- [15] Е.И. Головенчиц, В.А. Санина, Г.А. Смоленский. Письма в ЖЭТФ **40**, 3, 110 (1984).
- [16] Е.И. Головенчиц, В.А. Санина, А.А. Левин, Ю.И. Смолин, Ю.Ф. Шепелев. ФТТ **29**, 12, 3553 (1987).
- [17] И.Б. Берсукер. Эффект Яна–Теллера и вибронные взаимодействия в современной химии. Наука, М. (1987). 344 с.