# Динамическая магнитная восприимчивость двухслойной пленки в сильном магнитном поле

#### © А.Л. Сукстанский, Г.И. Ямпольская

Донецкий физико-технический институт Академии наук Украины, 340114 Донецк, Украина E-mail: yampolsk@kinetik.ac.donetsk.ua

#### (Поступила в Редакцию 29 июля 1999 г.)

Проведено теоретическое исследование влияния межслойного обменного взаимодействия на резонансные свойства двухслойной магнитной пленки с анизотропией слоев "легкая ось" и "легкая плоскость" в достаточно сильном наклонном магнитном поле. Получена зависимость резонансных полей от угла наклона внешнего поля относительно пленки, найден тензор интегральной высокочастотной восприимчивости пленки и проанализирована его зависимость от величины и ориентации внешнего поля, а также от толщины слоев. Полученные результаты согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Постоянный интерес к исследованию многослойных магнитных структур обусловлен весьма необычными свойствами таких структур, которые во многих отношениях оказываются сложнее и разнообразнее свойств однослойных магнитных пленок. В последнее время повышенное внимание к многослойным пленкам обусловлено широкими возможностями их практического использования в различных технических устройствах.

Одной из наиболее важных характеристик магнитных систем являются их высокочастотные свойства, в частности частоты ферромагнитного резонанса (ФМР), динамическая магнитная восприимчивость пленки и т.д. Совершенно очевидно, что взаимодействие между слоями в многослойной пленке может существенно сказываться на всех ее свойствах, в том числе на спектре частот ФМР, а также приводить к особенностям поглощения энергии. В этой связи одними из наиболее интересных как с теоретической, так и с практической точек зрения многослойных структур являются пленки, состоящие из магнитных слоев с различным характером магнитной анизотропии.

Одними из первых теоретических исследований двухслойных магнитных пленок являются работы [1,2], в которых была сформулирована задача о распределении намагниченности в пленке, состоящей из двух обменносвязанных ферромагнитных слоев, обладающих различной ориентацией "легких" осей, в частности была рассмотрена ситуация, в которой "легкие" оси лежат в плоскости пленки под некоторым углом друг к другу. Сильное обменное взаимодействие между слоями обусловливает неоднородность распределения намагниченности по толщине в такой пленке, что учитывалось в [1,2] с помощью соответствующих граничных условий. Ионноимплантированные пленки, состоящие из слоев с различным характером магнитной анизотропии, рассмотрены в работах [3,4].

Аналитическое решение задачи о распределении намагниченности в основном состоянии сталкивается с серьезными математическими трудностями, поэтому эту задачу решают при определенных приближениях (например, большое внешнее магнитное поле и бесконечная толщина слое [3]) либо численно [2,4].

В настоящей работе проведено теоретическое исследование некоторых особенностей частот ФМР и вычислен тензор высокочастотной магнитной восприимчивости двухслойной пленки, состоящей из слоев с легкоосным и легкоплоскостным характером магнитной анизотропии. Значительное внимание уделяется наличию щели в спектре частот ФМР, которая экспериментально была обнаружена в работах [5,6]. Особенности интенсивности поглощения, описываемые тензором высокочастотной восприимчивости, наблюдались в работе [7]. Принципиальное теоретическое объяснение наличия щели в спектре ФМР было предложено в работе [8], где этот эффект связывался с конечностью межслойного обменного взаимодействия. Однако модель, используемая в [8], позволяет описать фактически только ультратонкие пленки, в которых толщина межслойной границы сравнима с толщиной слоев. В то же время в пленках, используемых в эксперименте [5-7], толщины слоев существенно (на порядок и более) больше характеристической длины. В модели, предложенной далее ограничение на толщину слоев снято, а малым параметром, позволяющим аналитически решить задачу о частотах ФМР и вычислить тензор восприимчивости, является малость отношения полей анизотропии слоев к величине внешнего магнитного поля.

## 1. Постановка задачи

Рассмотрим двухслойную пленку, нормаль к которой совпадает с осью Z. Один из слоев (слой 1) имеет магнитную анизотропию типа "легкая ось" и занимает по толщине область  $0 < z < d_1$ , а второй слой (слой 2) имеет анизотропию типа "легкая плавкость" и занимает область  $-d_2 < z < 0$ . Будем считать, что направление "легкой" оси в слое 1 и "трудной" оси в слое 2 параллельны оси Z. К пленке приложено сильное наклонное магнитное поле  $H^e$ , превышающее по величине поля анизотропии в каждом слое  $H_{an}$  (здесь и в дальнейшем индекс n — номер слоя, n = 1, 2).

Равновесное распределение вектора намагниченности  $\mathbf{M}$  в постоянном внешнем поле  $\mathbf{H}^{e}$  определяется из условия минимума энергии структуры W

$$W = \sum_{n=1,2} \int_{V_n} dV \left\{ \frac{A_n}{M_n^2} \left( \frac{d\mathbf{M}_n}{dz} \right)^2 - \frac{K_n^*}{M_n^2} \mathbf{M}_{nz}^2 - \mathbf{M}_n \mathbf{H}^e \right\}$$
$$- \int_{S} dS \ 2J \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2, \tag{1}$$

где  $A_n$  — константы обменного взаимодействия,  $M_n$  — намагниченность насыщения каждого из слоев,  $K_n^* = K_n - 2\pi M_n^2$  — эффективные константы магнитной анизотропии,  $\mathbf{H}^e$  — внешнее магнитное поле, J — константа межслойного обменного взаимодействия. Все фигурирующие в (1) констранты  $(A_n, K_n^*, M_n)$  предполагаются постоянными в пределах каждого слоя. В первом слагаемом интегрирование проводится по объемам соответствующих слоев, а во втором — по поверхности раздела слоев. В настоящей работе ограничимся анализом возбуждений, однородных в плоскости пленки (XY) и неоднородных по толщине пленки (т. е. вдоль оси Z); поэтому фактически задача является одномерной, и учет магнитостатического взаимодействия сводится к перенормировке констант анизотропии,  $K_n^* = K_n - 2\pi M_m^2$ .

Уравнение движения намагниченности в каждом из слоев могут быть представлены в виде

$$\frac{M_n \sin \theta}{g_n} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\delta W_n}{\delta \theta} = \frac{\lambda_n M_n}{g_n} \frac{\partial \theta}{\partial t}$$
$$-\frac{M_n \sin \theta}{g_n} \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\delta W_n}{\delta \varphi} = \frac{\lambda_n M_n}{g_n} \sin^2 \theta \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \qquad (2)$$

где  $\lambda_n$  — коэффициенты затухания,  $g_n$  — гиромагнитные отношения, а угловые переменные  $\theta$  и  $\varphi$  параметризуют векторы намагниченности,  $\mathbf{M}_n = M_n(\cos \theta, \sin \theta \sin \varphi, \sin \theta \cos \varphi).$ 

Граничные условия к системе уравнений (2) с учетом межслойного обменного взаимодействия запишем в виде [9–11]

$$\mathbf{M}'(d_1) = 0, \qquad \mathbf{M}'(-d_2) = 0,$$
  
 $\mathbf{M}_1 \frac{A_1}{M_1^2} \mathbf{M}'_1 = J \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2, \qquad \mathbf{M}_2 \frac{A_2}{M_2^2} \mathbf{M}'_2 = J \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2, \quad (3)$ 

где штрих означает производную по координате Z. Такой выбор граничных условий соответствует свободным спинам на поверхности пленки и учитывает обменное взаимодействие между слоями на границе их раздела, описываемое вторым слагаемым в (1).

Отметим, что во многих работах, посвященных анализу линейных и нелинейных возбуждений в слоистых структурах [3–5], используются более простые граничные условия на границе раздела слоев, а именно

$$\frac{A_1}{M_1^2} \mathbf{M}_1' = \frac{A_2}{M_2^2} \mathbf{M}_2', \qquad \frac{\mathbf{M}_1}{M_1} = \frac{\mathbf{M}_2}{M_2}.$$
 (4)

Легко видеть, что эти граничные условия являются предельным случаем граничных условий (3) и соответствуют фактически бесконечно сильной обменной связи между слоями ( $J \rightarrow \infty$ ). Как мы убедимся далее в этом предельном случае в рассматриваемой двухслойной пленке существует только одна частота ФМР, а не две, что имеет место при конечном значении параметра обменной связи *J*.

Поскольку в плоскости (XY) пленка предполагается изотропной, то без потери общности будем считать, что постоянное внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}^{e}$  лежит в плоскости (YZ) и его направление задается углами  $\varphi_{H}$  и  $\theta_{H} = \pi/2$ .

### 2. ФМР и резонансные поля

Для анализа спектра линейных возбуждений рассматриваемой двухслойной пленки необходимо линеаризовать уравнения движения (2) и граничные условия (3) относительно малых отклонений вектора намагниченности М от своего равновесного распределения, для чего положим  $\theta = \theta_0 + \vartheta, \varphi = \varphi_0 + \psi, \vartheta, \psi \ll 1$ , где углы  $\theta_0$  и  $\varphi_0$  соответствуют равновесному распределению вектора М. В рассматриваемой двухслойной пленке с различным характером магнитной анизотропии в слоях это равновесное распределение намагниченности в общем случае является неоднородным по толщине даже в сильном наклонном магнитном поле, превышающем поля анизотропии слоев *H<sub>an</sub>* [12]. В безграничном легкоосном магнетике равновесная намагниченности была бы направлена под углом  $\varphi_{10} = \varphi_H - \sin 2\varphi_H/2h_1$ , а в легкоплоскостном — под углом  $\varphi_{20} = \varphi_H + \sin 2\varphi_H/2h_2$ . В двухслойной пленке конечной толщины обменное взаимодействие между слоями приводит к тому, что вектор намагниченности разворачивается в интервале углов ( $\tilde{\varphi}_{10}, \tilde{\varphi}_{20}$ ), где углы  $\tilde{\varphi}_{10}, \tilde{\varphi}_{20}$  определяют ориентацию намагниченности на поверхностях пленки,  $\varphi_{10} > \tilde{\varphi}_{10} > \tilde{\varphi}_{20} > \varphi_{20}$ , образуя своеобразную "доменную границу". Однако эта неоднородность в распределении намагниченности мала в меру малости параметра ( $\sim H_{an}/H$ ), поэтому в линеаризованных по переменным  $\vartheta$  и  $\psi$  уравнениях можно положить  $\theta_0 = \pi/2$ ,  $\varphi_0 = \varphi_H$ , т.е. считать основное состояние однородным. При этом влияние межслойного обмена проявится только в уравнениях для спиновых волн.

В указанном приближении уравнения, описывающие собственные колебания системы, имеют вид

$$\frac{1}{\omega_n} \frac{\partial \vartheta}{\partial t} - l_n^2 \psi'' + (h_n + \operatorname{sgn} K_n^* \cos 2\varphi_H) \psi + \lambda_n \left[ -l_n \vartheta'' + (h_n + \operatorname{sgn} K_n^* \cos^2 \varphi_H) \vartheta \right] = 0,$$
  
$$-\frac{1}{\omega_n} \frac{\partial \psi}{\partial t} - l_n^2 \vartheta'' + (h_n + \operatorname{sgn} K_n^* \cos 2\varphi_H) \vartheta - \lambda_n \left[ -l_n \psi'' + (h_n + \operatorname{sgn} K_n^* \cos^2 \varphi_H) \psi \right] = 0.$$
(5)

Здесь  $l_n = (A_n / |K_n^*|)^{1/2}$  — характеристическая длина,  $h_n = H^e M_n / 2 |K_n^*|$  — нормированное внешнее поле,

 $\omega_n = 2g_n |K^*| / M_n$  — частота однородного ФМР в *n*-м слое при отсутствии внешнего магнитного поля.

Линеаризованные граничные условия имеют вид

$$\vartheta'(d_1) = 0, \quad \psi'(d_1) = 0, \quad \vartheta'(d_2) = 0, \quad \psi'(d_2) = 0,$$
$$A_1 \vartheta'(+0) = A_2 \vartheta'(-0) = J[\vartheta'(-0) - \vartheta'(+0)],$$
$$A_1 \psi'(+0) = A_2 \psi'(-0) = J[\psi'(-0) - \psi'(+0)]. \quad (6)$$

Решение однородных линейных уравнений (5) в каждом из слоев будем искать в виде

$$\overline{\vartheta} = (\vartheta_{na} \cos k_n z + \vartheta_{nb} \sin k_n z) \exp(i\omega t),$$
  
$$\overline{\psi} = (\psi_{na} \cos k_n z + \psi_{nb} \sin k_n z) \exp(i\omega t).$$
(7)

Подставляя (7) в уравнения (4), получим однородную систему алгебраических уравнений для коэффициентов  $\vartheta_{na}$ ,  $\vartheta_{nb}$ ,  $\psi_{na}$ ,  $\psi_{nb}$ ; приравнивая нулю определитель этой системы, найдем закон дисперсии спиновых волн  $\omega = \omega(k)$ . Диссипативное слагаемое в уравнениях движения приводит естественно к тому, что величина  $\omega$  оказывается комплексной (при вещественном значении волнового вектора k),  $\omega = \omega' + i\omega''$ , где  $\omega'$  — частота собственных колебаний, а  $\omega''$  описывает затухание спиновых волн,

$$\omega'^{2} = \omega_{n}^{2} \left( h_{n} + \operatorname{sgn} K_{n}^{*} \cos 2\varphi_{H} + l_{n}^{2}k_{n}^{2} \right) \\ \times \left( h_{n} + \operatorname{sgn} K_{n}^{*} \cos^{2}\varphi_{H} + l_{n}^{2}k_{n}^{2} \right),$$
$$\omega'' = \lambda_{n}\omega_{n} \left( h_{n} + \operatorname{sgn} K_{n}^{*} \left( \cos 2\varphi_{H} + \cos^{2}\varphi_{H} \right) / 2 + l_{n}^{2}k_{n}^{2} \right).$$
(8)

Очевидно, что одной и той же частоте  $\omega$  в разных слоях отвечают различные значения волнового вектора  $k = k_n$ , а именно

$$k_n = \frac{1}{l_n} \left\{ \left( \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + \frac{\sin^4 \varphi_H}{4} \right)^{1/2} - h_n - \frac{\operatorname{sgn} K_n^*}{2} (\cos 2\varphi_H + \cos^2 \varphi_H) \right\}^{1/2}$$
(9)

(без потери общности будем считать, что  $k_n > 0$ ).

Подставляя выражения (7) в граничные условия (6), получим уравнение для резонансных частот как функции внешнего поля  $\mathbf{H}^{e}$ , которое можно записать в виде

$$(H_1 - H)(H_2 - H) + \frac{J}{M_1 d_1}(H_2 - H) + \frac{J}{M_2 d_2}(H_1 - H) = 0,$$
(10)

где

$$H_n = H_{an} \Big[ \Big( \omega'^2 / \omega_n^2 + \sin^4 \varphi_H / 4 \Big)^{1/2} - \operatorname{sgn} K_n^* (\cos 2\varphi_H + \cos^2 \varphi_H) / 2 \Big].$$

Нетрудно видеть, что величины  $H_n$  представляют собой значения внешнего поля, при которых имеет место ФМР на частоте  $\omega$  при фиксированном значении угла  $\varphi_H$  в отдельно взятых слоях; поэтому в дальнейшем будем называть величины *H<sub>n</sub>* резонансными полями *n*-го слоя.

Уравнение (10) определяет собственные частоты двухслойной пленки как функции параметров двухслойной пленки и внешнего магнитного поля  $\mathbf{H}^{e}$  в неявном виде. Получить явное выражение для резонансных частот из (10) в общем случае невозможно, поэтому удобно рассматривать это выражение как функцию величины резонансного поля от угла наклона этого поля  $\varphi_{H}$  и частоты  $\omega$ ,  $H = H(\omega, \varphi_{H})$ . Относительно H уравнение (10) решается тривиально, определяя два значения резонансного поля двухслойной структуры как функцию частоты  $\omega$  и угла наклона  $\varphi_{H}$ ,

$$H_{\pm} = rac{1}{2} \left\{ H_1 + H_2 + J_1 + J_2 \pm D^{1/2} 
ight\},$$

$$D = (H_1 + H_2 + J_1 + J_2)^2 - 4(H_1H_2 + H_1J_2 + H_2J_1), (11)$$

где введено обозначение  $J_n = J/M_n d_n$ .

Из формулы (11) видно, что при любом конечном значении параметра J существуют два значения резонансного поля, определяемые соотношением (11) (и, следовательно, два значения частоты ФМП). В предельном случае J = 0, отвечающем невзаимодействующим слоям, резонансные поля  $H_+$ ,  $H_-$  естественно совпадают с соответствующими значениями полей  $H_1$  и  $H_2$  для однослойных пленок. В противоположном предельном случае  $J \to \infty$ , соответствующем предельно сильному обменному взаимодействию между слоями, значение резонансного поля  $H_+$  также неограниченно возрастает,  $H_+ \approx J_1 + J_2 \sim J \to \infty$ , и в рассматриваемой пленке имеет место только одно гибридное значение резонансного поля (и, следовательно, только одна частота ФМР)

$$H_{-} = H_1 \frac{J_2}{J_1 + J_2} + H_2 \frac{J_1}{J_1 + J_2}.$$
 (12)

Такое поведение резонансных полей (и частот ФМР) вполне понятно из простой механической аналогии: двухслойную пленку можно условно рассматривать как два связанных осциллятора, собственная частота каждого из которых совпадает с частотами ФМР невзаимодействующих слоев. При конечной величине связи между осцилляторами система обладает двумя собственными частотами; если же осцилляторы связаны абсолютно жестко, то в системе имеется только одна резонансная частота.

На рис. 1 представлены зависимости величин двух резонансных полей от угла наклона  $\varphi_H$  относильно оси Z при фиксированном значении частоты  $(\omega = 2\pi \cdot 7.92 \text{ GHz})$ , рассчитанные согласно (11) для некоторых конкретных значений параметров двухслойной пленки (сплошные кривые). Как видим, обе ветви немонотонно зависят от угла наклона  $\varphi_H$ , причем минимальное значение резонансного поля на верхней ветви  $(H_+)_{\text{min}}$  и максимальное значение на нижней ветви  $(H_-)_{\text{max}}$  реализуются при различных значениях угла  $\varphi_H$ . Принципиально важным является то обстоятельство, что при любых значениях параметров пленки

 $(H_{-})_{\rm max} < (H_{+})_{\rm min}$ . Следовательно, между верхней и нижней ветвью имеется щель, т.е. такой интервал значений внешнего поля, в котором ФМР не наблюдается ни при каком угле наклона  $\varphi_{H}$ . Естественно, что величина щели зависит от параметра обменного взаимодействия между слоями.

Точками на рис. 1 показаны экспериментальные значения резонансных полей, полученные в работе [13] для двухслойной пленки, основные магнитные параметры которой известны (см. таблицу). Именно эти параметры и были использованы при построении теоретических зависимостей на рис. 1, а единственным подгоночным параметром являлась величина межслойного обменного взаимодействия J; наилучшее согласие с экспериментальными данными получено при J = 0.24 cm. Для этой пленки характерно малое значение параметра J, такое что  $J_1, J_2 \ll H_1, H_2$ , и, кроме того, имеет место неравенство  $|J_1 - J_2| \gg |H_1 - H_2|$ . При таком соотношении параметров, как нетрудно видеть из общего выражения (11), при всех значениях угла  $\varphi_H$ , кроме узкой области вблизи щели, значения резонансных полей *H*<sub>+</sub> и *H*<sub>-</sub> могут быть аппроксимированы соответственно выражениями  $H_1 + J_1$  и  $H_1 - J_2$ .

В общем случае аналитические выражения для экстремальных значений резонансных полей  $(H_+)_{\min}$  и  $(H_-)_{\max}$  и углов  $\varphi_+ = \varphi_H((H_+)_{\min})$  и  $\varphi_- = \varphi_H((H_-)_{\max})$ , при которых эти значения достигаются, достаточно громоздки. Однако если углы  $\varphi_-$  и  $\varphi_+$  близки друг к другу, то величину щели  $\delta H$  можно приближенно оценить выражением  $\delta H \approx 2(J_1J_2)^{1/2}$ . Для двухслойной пленки с параметрами, указанными в таблице, получаем значение 316 Ое, которое хорошо согласуется с экспериментом.

В заключение этого раздела отметим, что в случае достаточно "толстых" магнитных слоев, составляющих двухслойную пленку, следует ожидать, что влияние межслойного обменного взаимодействия на частоты ФМР рассматриваемой пленки (или на резонансные поля) будет небольшим. Действительно, при достаточно больших значениях толщин параметры  $J_n = J/M_n d_n$  становятся малыми, поэтому мы вновь приходит к предельному случаю  $J_n \ll H_n$ , в котором вторым и третьим слагаемым в уравнении (10) можно пренебречь и резонансные поля  $H_+$  и  $H_-$  совпадают с соответствующими значениями  $H_2$  и  $H_1$ , характерными для невзаимодействующих слоев. Если уменьшить толщину одного из слоев, (например, стравливать первый слой), то второе слагаемое в уравнении (10), пропорциональное  $J_1$ , возрастает, а третье,

Параметры двухслойной феррит-гранатовой структуры.

| Слой  | 1   | 2  |
|---|---|--|
| Состав  | (YEuTmCa) <sub>3</sub> (FeGe) <sub>5</sub> O <sub>12</sub>                            | (YGdLa) <sub>3</sub> (FeGa) <sub>5</sub> O <sub>12</sub>   |
| $ \begin{array}{c} A, \operatorname{erg/cm} \\ M, \operatorname{Gs} \\ K^*, \operatorname{erg/cm}^3 \\ d \\ g, \operatorname{Oe}^{-1} \cdot \operatorname{cm}^{-1} \\ \lambda \end{array} $ | $2.9 \cdot 10^{7}$ 36.53 18 264 0.5 \cdot 10^{-4} 1.25 \cdot 10^{7} 2.5 \cdot 10^{-3} | $\begin{array}{r} 3.5 \cdot 10^{7} \\ 70.06 \\ -70000 \\ 0.18 \cdot 10^{-4} \\ 1.78 \cdot 10^{7} \\ 6 \cdot 10^{-3} \end{array}$ |



**Рис. 1.** Зависимость величины резонансных полей  $H_{\pm}$  от угла наклона внешнего поля относительно нормали к плоскости пленки  $\varphi_{H}$ . Точками показаны экспериментальные результаты.

пропорциональное  $J_2$ , по-прежнему остается малым. При этом резонансные поля, как нетрудно видеть, оказываются равными  $H_2$  и  $H_1 + J_1$  (за исключением области вблизи щели), т.е. одна из частот ФМР двухслойной пленки совпадает с разонансной частотой массивного слоя, а вторая частота отличается от частоты ФМР более тонкого слоя (в пределе  $d_1 \rightarrow 0$  пленка естественно имеет только одну резонансную частоту, совпадающую с резонансной частотой второго слоя).

## Тензор высокочастотной восприимчивости двухслойной пленки

Для анализа вынужденных линейных колебаний двухслойной пленки рассмотрим линеаризованные уравнения движения с учетом не только постоянного, но и переменного внешнего магнитного поля  $\tilde{\mathbf{H}}(t) = \tilde{\mathbf{H}}_0 \exp(i\omega t)$  частоты  $\omega$ . Естественно, что эти уравнения отличаются от уравнений (5) только наличием ненулевой правой части, пропорциональной внешнему переменному полю  $\tilde{\mathbf{H}}(t)$ 

$$\frac{1}{\omega_n} \frac{\partial \vartheta}{\partial t} - l_n^2 \psi'' + (h_n + \operatorname{sgn} K_n^* \cos 2\varphi_H) \psi + \lambda_n \left[ -l_n \vartheta'' + (h_n + \operatorname{sgn} K_n^* \cos^2 \varphi_H) \vartheta \right] = \tilde{h}_{ny} \cos \varphi_H - \tilde{h}_{nz} \sin \varphi_H,$$

$$-\frac{1}{\omega_n}\frac{\partial\psi}{\partial t} - l_n^2\vartheta'' + (h_n + \operatorname{sgn} K_n^* \cos 2\varphi_H)\vartheta$$
$$-\lambda_n \left[-l_n\psi'' + (h_n + \operatorname{sgn} K_n^* \cos^2 \varphi_H)\psi\right] = -\tilde{h}_{nx}, \quad (13)$$

где  $\tilde{\mathbf{h}}_n = \tilde{\mathbf{H}}/H_{an}$ .

Решение неоднородных линейных уравнений (13) будем искать в виде  $\vartheta = \overline{\vartheta} + \tilde{\vartheta}, \ \psi = \overline{\psi} + \tilde{\psi}, \ rдe \ \overline{\vartheta}, \ \overline{\psi}$ есть найденное в предыдущем разделе общее решение (7) однородной системы, а  $\tilde{\vartheta}, \ \tilde{\psi}$  — частные решения неоднородной системы уравнений. Из (13) находим

$$\tilde{\vartheta}_{n} = \frac{-\tilde{H}_{x}F_{n}^{(2)} + \left(\tilde{H}_{y}\cos\varphi_{H} - \tilde{H}_{z}\sin\varphi_{H}\right)\left(\frac{i\omega}{\omega_{n}}H_{an} + \lambda_{n}F_{n}^{(2)}\right)}{(H_{n} + iR_{n} - H)(U_{n} - iR_{n} + H)},$$

$$\tilde{\psi}_{n} = \frac{\tilde{H}_{x}\left(\frac{i\omega}{\omega_{n}}H_{an} + \lambda_{n}F_{n}^{(1)}\right) + \left(\tilde{H}_{y}\cos\varphi_{H} - \tilde{H}_{z}\sin\varphi_{H}\right)F_{n}^{(1)}}{(H_{n} + iR_{n} - H)(U_{n} - iR_{n} + H)}.$$
(14)

Здесь введены обозначения  $R_n = -\omega \lambda_n H_{an}/\omega_n$ ,

$$U_n = H_{an} \left[ \left( \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + \frac{\sin^4 \varphi_H}{4} \right)^{1/2} - \frac{\operatorname{sgn} K_n^*}{2} \left( \cos 2\varphi_H + \cos^2 \varphi_H \right) \right],$$
$$F_n^{(1)} = H^e + \operatorname{sgn} K_n^* H_{an} \cos^2 \varphi_H,$$
$$F_n^{(2)} = H^e + \operatorname{sgn} K_n^* H_{an} \cos 2\varphi_H.$$

Коэффициенты  $\vartheta_{na}$ ,  $\vartheta_{nb}$ ,  $\psi_{na}$ ,  $\psi_{nb}$ , фигурирующие в общем решении (7) однородной системы уравнений, найдем, подставляя общее решение неоднородного уравнения  $\vartheta = \overline{\vartheta} + \widetilde{\vartheta}$ ,  $\psi = \overline{\psi} + \widetilde{\psi}$  в граничные условия (6),

$$\begin{split} \vartheta_{1a} &= \left(\tilde{\vartheta}_{2} - \tilde{\vartheta}_{1}\right) \frac{J_{1}(H_{2} + iR_{2} - H)}{(H_{+} + iR_{+} - H)(H_{-} + iR_{-} - H)},\\ \vartheta_{1b} &= \left(\tilde{\vartheta}_{2} - \tilde{\vartheta}_{1}\right) \operatorname{tg} k_{1} d_{1},\\ \vartheta_{2a} &= -\left(\tilde{\vartheta}_{2} - \tilde{\vartheta}_{1}\right) \frac{J_{2}(H_{1} + iR_{1} - H)}{(H_{+} + iR_{+} - H)(H_{-} + iR_{-} - H)},\\ \vartheta_{2b} &= \left(\tilde{\vartheta}_{2} - \tilde{\vartheta}_{1}\right) \operatorname{tg} k_{2} d_{2},\\ \psi_{1a} &= \left(\tilde{\psi}_{2} - \tilde{\psi}_{1}\right) \frac{J_{1}(H_{2} + iR_{2} - H)}{(H_{+} + iR_{+} - H)(H_{-} + iR_{-} - H)},\\ \psi_{1b} &= \left(\tilde{\psi}_{2} - \tilde{\psi}_{1}\right) \operatorname{tg} k_{1} d_{1},\\ \psi_{2a} &= -\left(\tilde{\psi}_{2} - \tilde{\psi}_{1}\right) \frac{J_{2}(H_{1} + iR_{1} - H)}{(H_{-} + iR_{-} - H)}, \end{split}$$

$$\psi_{2a} = -(\tilde{\psi}_2 - \tilde{\psi}_1) \frac{\sigma_2(n_1 + n_1 - n_1)}{(H_+ + iR_+ - H)(H_- + iR_- - H)},$$
  
$$\psi_{2b} = (\tilde{\psi}_2 - \tilde{\psi}_1) \operatorname{tg} k_2 d_2, \qquad (15)$$

где величины  $R_{\pm} = [R_1 + R_2 \pm (R_1 - R_2)(H_1 + J_1 - H_2 - J_2)/D^{1/2}] / 2$  определяют высоту и ширину резонансного пика.

Исходя из полученных выражений для распределения намагниченности (7), (14) и (15), нетрудно найти тензор интегральной высокочастотной восприимчивости  $\hat{\chi}(\omega)$ , определяемый как коэффициент пропорциональности между компонентами интегральной намагниченности и компонентами внешнего переменного магнитного поля. Мнимая часть  $\hat{\chi}(\omega)$ , как известно, определяет поглощение энергии системой

$$Q = -rac{\omega}{2}\sum_{i,j=1}^2 \overline{\chi}_{ij}^{\prime\prime}(\omega) \widetilde{H}_i \widetilde{H}_j.$$

В общем случае

$$\begin{aligned} \hat{\chi} &= \frac{1}{(d_1 + d_2)} \frac{1}{(H_+ + iR_+ - H)(H_- + iR_- - H)} \\ &\times \begin{pmatrix} P_1(2,2) & -\cos\varphi_H P_2(2,2) & \sin\varphi_H P_2(2,2) \\ \cos\varphi_H P_2(1,1) & \cos^2\varphi_H P_1(1,1) & -\sin\varphi_H \cos\varphi_H P_1(1,1) \\ -\sin\varphi_H P_2(1,1) & -\sin\varphi_H \cos\varphi_H P_1(1,1) & \sin^2\varphi_H P_1(1,1) \end{pmatrix}. \end{aligned}$$
(16)

Здесь введены обозначения

$$P_{1}(k, j) = \frac{M_{1}d_{1}(H_{2} + J_{1} + J_{2} + iR_{2} - H)F_{1}^{(k)}}{U_{1} - iR_{1} + H} + \frac{M_{2}d_{2}(H_{1} + J_{1} + J_{2} + iR_{1} - H)F_{2}^{(j)}}{U_{2} - iR_{2} + H}$$

 $P_2(k, j)$ 

$$= \frac{M_1 d_1 (H_2 + J_1 + J_2 + iR_2 - H) \left(\frac{i\omega}{\omega_1} H_{a1} + \lambda_1 F_1^{(k)}\right)}{U_1 - iR_1 + H} + \frac{M_2 d_2 (H_1 + J_1 + J_2 + iR_1 - H) \left(\frac{i\omega}{\omega_2} H_{a2} + \lambda_2 F_2^{(j)}\right)}{U_2 - iR_2 + H}.$$
 (17)

Подчеркнем, что для компонент тензора интегральной восприимчивости  $\hat{\chi}(\omega)$ , как и следовало ожидать, имеет место резонансное поведение при значениях внешнего поля H, близких к резонансным полям двухслойной пленки  $H_+$  и  $H_-$  (функции  $P_n(k, j)$  являются гладкими функциями внешнего поля, не содержащими резонансных знаменателей), в то время как в выражениях для амплитуд  $\vartheta_{na}$ ,  $\vartheta_{nb}$ ,  $\psi_{na}$ ,  $\psi_{nb}$  (15) фигурируют резонансные знаменатели не только в полях  $H_{\pm}$ , но и в полях  $H_{1,2}$ , характерных для невзаимодействующих слоев.

Отметим также, что в общем случае все девять компонент интегрального тензора восприимчивости различны. Более простой вид тензор  $\hat{\chi}(\omega)$  приобретает в декартовой системе координат (X'Y'Z'), в которой декартова ось Z' направлена вдоль внешнего магнитного поля  $\mathbf{H}^e$ , а нормаль к пленке лежит в плоскости (Y'Z'). В этой системе тензор интегральной восприимчивости имеет вид

$$\hat{\overline{\chi}} = \frac{1}{(d_1 + d_2)} \frac{1}{(H_+ + iR_+ - H)(H_- + iR_- - H)} \times \begin{pmatrix} P_1(2, 2) & P_2(2, 2) & 0\\ P_2(1, 1) & P_1(1, 1) & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$
(18)

На рис. 2 представлены зависимости мнимых частей компонент тензора восприимчивости  $\hat{\chi}''$  от величины внешнего поля  $H^e$  при различных значениях угла наклона внешнего поля  $\varphi_H$ , рассчитанные для значений параметров двухслойной пленки, указанных в таблице. Для диагональных компонент (рис. 2, *a*) характерно типичное резонансное поведение при значениях поля близких к  $H_+$  и  $H_-$  (различие обусловлено наличием диссипатив-



**Рис. 2.** Зависимость мнимых частей компонент интегральной восприимчивости  $\hat{\chi}$  от величины внешнего магнитного поля  $H^e$  для различных углов  $\varphi_H$  (rad): (*a*)  $\overline{\chi}''_{xx}$ , (*b*)  $\overline{\chi}''_{xy}$ .

ных слагаемых в знаменателе (18)), в то время как недиагональные компоненты тензора  $\hat{\chi}''$  демонстрируют резонанс-антирезонансное поведение (рис. 2, *b*). Значения резонансных полей как функции угла наклона  $\varphi_H$ , естественно близки к соответствующим зависимостям полей  $H_+$  и  $H_-$  (см. (11) и рис. 1).

Отметим существенное различие интенсивностей пиков, соответствующих верхнему и нижнему резонансным полям, и сильную зависимость этих интенсивностей от угла  $\varphi_{H}$ . На рис. 3 представлены зависимости экстремальных значений мнимых частей компонент тензора интегральной восприимчивости от угла наклона поля  $\varphi_H$ . При отклонении внешнего магнитного поля от нормали к пленке интенсивность резонансного пика, соответствующего верхнему резонансному полю  $H_+$ , убывает, и в области щели, где расстояние между полями H<sub>+</sub> и H<sub>-</sub> мало, эта интенсивность становится настолько малой, что на фоне пика, отвечающего нижнему резонансному полю Н\_, становится практически незаметной. Сравнивая полученную нами теоретическую зависимость с экспериментальной [7], видим весьма хорошее качественное согласие теоретических и экспериментальных кривых, что свидетельствует об адекватности предлагаемой в настоящей работе модели.

В работе [7] экспериментально получены также зависимости интенсивности от толщины  $d_1$  одного из слоев, составляющих двухслойную пленку. На рис. 4 приведена рассчитанная теоретически зависимость интенсивности мнимой части интегральной восприимчивости от толщины легкоосного слоя. Эта зависимость для  $H = H_+$ (нижняя кривая на рис. 4) также качественно хорошо согласуются с приведенными в работе [7]. К сожалению, отсутствие достаточно надежных экспериментальных данных не дает в настоящее время возможности провести не только качественное, но и количественное сравнение теоретических и экспериментальных кривых.

В заключение отметим, что предложенная в настоящей работе теоретическая модель позволяет описать основные высокочастотные свойства двухслойной обменно связанной магнитной пленки. Выше проведено сравнение с имеющимися экспериментальными данными, полученными на эпитаксиальных феррит-гранатовых пленках, в которых параметр обменной связи между слоями *J* сравнительно мал. Однако модель естественным образом позволяет описать и ионно-имплантированные пленки, в которых этот параметр достаточно велик (в некото-



**Рис. 3.** Зависимость максимальных значений мнимых частей компонент интегральной восприимчивости  $\hat{\chi}$  от угла  $\varphi_{H}$ .



**Рис. 4.** Зависимость максимальных значений  $\overline{\chi}'_{xx}$  от толщины легкоосного слоя (слой 1) при  $\varphi_H = 0$ .

рых случаях его можно считать бесконечно большим и пользоваться приближенными граничными условиями (4)). Кроме того, учет вихревых токов позволяет сравнительно легко обобщить полученные результаты на металлические пленки.

Один из авторов (А.С.) признателен д-ру В. Коренивскому за гостеприимство и Шведской Королевской академии наук за финансовую поддержку работы.

## Список литературы

- E. Goto, N. Hayashi, T. Miyashita, K. Nakagava. J. Appl. Phys. 36, 9, 2951 (1951).
- [2] F.B. Hagedorn. J. Appl. Phys. 41, 6, 2491 (1970).
- [3] Ю.Г. Лебедев, Е.И. Раевский, Ю.К. Миляев, В.Я. Раевский. Микроэлектроника 14, 6, 501 (1985).
- [4] В.Б. Садков, Г.А. Шматов. Препринт № 88/5. Свердловск (1988). 40 с.
- [5] A.M. Grishin, V.S. Dellalov, V.F. Shkar, E.I. Nikolaev, A.I. Linnik. Phys. Lett. A140, 3, 133 (1989).
- [6] Н.К. Данышин, В.С. Деллалов, М.А. Кольцов, Е.И. Николаев, В.Ф. Шкарь. ЖЭТФ **110**, *3(9)*, 938 (1996).
- [7] В.Ф. Шкарь, И.М. Макмак, В.В. Петренко, М.М. Ларионов. Письма в ЖЭТФ 56, 5, 251 (1992).
- [8] А.В. Кобелев, Я.Г. Смородинский. ФТТ 31, 10, 6 (1989).
- [9] В.А. Игнатченко. ФММ 36, 6, 1219 (1973).
- [10] F. Hoffman, A. Stankoff, H. Pascard. J. Appl. Phys. 41, 3, 1022 (1970).
- [11] G. Rado, J. Weertman. Phys. Rev. 94, 4, 1386 (1954).
- [12] А.Л. Сукстанский, Г.И. Ямпольская. ФТВД 8, 3, 65 (1998).
- [13] А.Л. Сукстанский, Г.И. Ямпольская. ФТВД 9, 2, 43 (1999).