Рассеяние электрона на одномерной цепочке со структурным и композиционным беспорядком

© Д.М. Седракян, Д.А. Бадалян, А.Ж. Хачатрян*

Ереванский государственный университет,
375049 Ереван, Армения

E-mail: dsedrak@www.physdep.r.am

* Государственный инженерный университет,
375046 Ереван, Армения

E-mail: akhachat@www.physdep.r.am

(Поступила в Редакцию 9 августа 1999 г.)

Предлагается новый метод для точного нахождения средних кинетических характеристик одномерных неупорядоченных систем. Рассмотрено рассеяние электрона на одномерной цепочке со структурным и композиционным беспорядками. Для среднего сопротивления получено конечно-разностное уравнение, решение которого показывает, что вне зависимости от характера случайного поля системы зависимость среднего сопротивления от числа рассеивателей (длины образца) для всех состояний одноэлектронного спектра представляет собой сумму трех показательных функций. Доказано, что в цепочке из δ-потенциалов в случае смешанного беспорядка имеет место локализация всех одноэлектронных состояний.

Одной из важных задач теории неупорядоченных систем является исследование поведения квантовой частицы (или системы частиц) в статическом внешнем поле, характеристики которого заданы статистически. Такое поле называется статическим. Случайное поле возникает, например, в сильно легированных полупроводниках из-за беспорядочного распределения примесей в решетке (так называемый композиционный беспорядок) либо в аморфных, стеклообразных и жидких полупроводниках или металлах благодаря структурным особенностям материалов (структурный беспорядок).

Задача изучения характера электропроводности двумерных и трехмерных неупорядоченных систем наталкивается на исключительные математические трудности. Поэтому одномерные модели, сами по себе представляющие физический и практический интерес, приобретают особую важность, так как допускают точные решения и вместе с тем обладают достаточной физической общностью. Разработанные к настоящему времени методы для решения одномерных задач (метод "трансфер-матриц", метод "детерминанта", метод "инвариантного погружения" и т.д.) позволили решить задачу для частных видов случайных потенциалов, для слабого или сильного рассеивающих полей или для определенных значений энергии электрона [1–16].

В настоящей работе предлагается новый эффективный метод для точного определения среднего сопротивления одномерной системы из конечного числа случайно расположенных рассеивателей произвольного вида, когда параметры, характеризующие рассеивающее поле, являются независимыми друг от друга случайными переменными.

Рассмотрим пространство реализаций случайного поля, имеющего общую форму вида

$$V(x) = \sum_{n=1}^{N} V_n(x - x_n), \tag{1}$$

где $V_n(x - x_n)$ не перекрывающиеся друг с другом и локализованные возле точек x_n одиночные потенциалы. Одиночные потенциалы $V_n(x)$ являются случайными независимыми функциями, имеющими одинаковую плотность распределения P в некотором пространстве возможных реализаций E. Так, например, среднее поле одиночного потенциала может быть записано в виде

$$\langle V_n(x)\rangle = \int_E P\big[V_n(x)\big]\, V_n(x)\, DV_n(x). \tag{2}$$

В случае, когда $V_n(x)$ является параметризированным потенциалом, контининтуальный интеграл (2) заменяется на обычный, в котором интегрирование производится по случайным параметрам функции $V_n(x)$. В (1) точки x_n образуют некоторую цепочку, в которой расстояния $x_n - x_{n-1}$ $(n = 2, 3, \dots, N)$ заданы случайным независимым друг от друга образом и имеют одинаковое среднее значение a

$$\langle x_n - x_{n-1}\rangle = a, \qquad \int f(\Delta x_{n-1})\Delta x_{n-1} d\Delta x_{n-1} = 0, \tag{3}$$

где $\Delta x_{n-1} = x_n - x_{n-1} - a$ и $f(\Delta x_{n-1})$ — четная нормированная на единицу функция распределения случайной величины Δx_{n-1}.

Модель неупорядоченной системы со случайным статическим полем (1)–(3) описывает большой класс систем с так называемым смешанным беспорядком, в которых структурный беспорядок сочетается с композиционным. Так, случайные параметры Δx_{n-1} характеризуют структурный беспорядок системы, функции $V_n(x)$ — композиционный беспорядок. Физически важными частными случаями рассматриваемой модели являются системы со структурным порядком и композиционным беспорядком, системы со структурным беспорядком и композиционным порядком, а также всевозможные идеальные решетки, определяемые как системы, обладающие одновременно структурным и композиционным порядками.

Согласно эргодической гипотезе, относящаяся к системе в целом средняя физическая величина вычисляется как среднее по случайному полю, реализирующемуся в объеме системы. Процедура усреднения физической величины Ω_N по ансамблю возможных реализаций случайного поля (1)–(3) записывается в виде

$$\langle\Omega_N\rangle = \int\cdots\int \Omega_N f(\Delta x_1)\dots f(\Delta x_{N-1})P\big[V_1(x)\big]$$
$$\dots P\big[V_N(x)\big]\cdot d\Delta x_1\dots d\Delta x_N\, DV_1(x)\dots DV_1(x). \quad (4)$$

Интегрирование в (4) производится во всем интервале значений величин Δx_{n-1} и по всему пространству возможных реализаций функций $V_n(x)$.

В п. 1 получено рекуррентное уравнение, определяющее среднее сопротивление системы $\langle\rho_N\rangle$. В п. 2 найдена зависимость $\langle\rho_N\rangle$ от параметров задачи. В п. 3 исследуется цепочка из δ-потенциалов со смешанным беспорядком. В заключение рассмотрен класс экзотических неупорядоченных систем, состоящих из так называемых безотражательных ям.

1. Уравнение для среднего сопротивления системы со смешанным беспорядком

Рассмотрим задачу вычисления среднего сопротивления $\langle\rho_N\rangle$ системы со смешанным беспорядком (1)–(3). Воспользуемся формулой Ландауера, определяющей сопротивление системы конечных размеров как отношение коэффициентов отражения и прохождения электрона через потенциал системы [17]

$$\rho_N = |R_N|^2/|T_N|^2, \quad (5)$$

где R_N и T_N — амплитуды отражения и прохождения электрона.

Как было показано в [18], задача определения R_N и T_N для поля (1) в общем виде может быть сведена к задаче решения системы конечно-разностных уравнений

$$D_N = r_N/t_N\,\bar{D}_{N-1}\,e^{i2kx_N} + 1/t_N\,D_{N-1}, \quad (6a)$$
$$\bar{D}_N = r_N^*/t_N^*\,D_{N-1}\,e^{-i2kx_N} + 1/t_N^*\,\bar{D}_{N-1}, \quad (6b)$$

где $D_N = 1/T_N$ и $\bar{D}_N = R_N^*/T_N^*$, r_N и t_N соответствуют амплитудам отражения и прохождения одиночного потенциала $V_N(x)$. Отметим, что D_{N-1}, $\bar{D}_{N-1}$ соответствуют первым $N-1$ потенциалам поля (1).

Используя закон сохранения числа частиц $\big(|T_N|^2 + |R_N|^2 = 1\big)$, сопротивление системы можно записать в виде

$$\rho_N = |D_N|^2 - 1 = |\bar{D}_N|^2. \quad (7)$$

Для вычисления среднего сопротивления $\langle\rho_N\rangle$ введем вспомогательную функцию

$$S_N = D_N\bar{D}_N^*\,e^{-2ikx_N}. \quad (8)$$

Тогда для величин ρ_N и S_N из (6)–(8) можно получить следующую систему разностных уравнений:

$$\rho_N = (2\alpha_N - 1)\rho_{N-1} + \beta_N^*\eta_{N-1}^*S_{N-1} + \beta_N\eta_{N-1}S_{N-1}^* + \alpha_N - 1, \quad (9a)$$
$$S_N = 2\gamma_N\rho_{N-1} + \chi_N\eta_{N-1}^*S_{N-1} + \delta_N\eta_{N-1}S_{N-1}^* + \gamma_N, \quad (9b)$$

где

$$\alpha_N = 1/|t_N|^2, \quad \beta = r_N/|t_N|^2, \quad \gamma_N = r_N/t_N^2, \quad \delta_N = r_N^2/t_N^2,$$
$$\chi_N = 1/t_N^2, \qquad \eta_{N-1} = e^{i2k(a+\Delta x_{N-1})}. \quad (10)$$

Как видно из (9), коэффициенты уравнений (9a), (9b) содержат параметры рассеяния только N-го одиночного потенциала поля (1) и расстояние Δx_{n-1}. Поскольку по определению величины ρ_{N-1} и S_{N-1} зависят только от первых $N-1$ потенциалов системы и расстояний Δx_{n-1} $(n = 2, 3, \dots, N-1)$, при усреднении системы уравнений (9), согласно (4), все коэффициенты и соответствующие им переменные усредняются отдельно. Так, например,

$$\langle(2\alpha_N - 1)\rho_{N-1}\rangle = \langle(2\alpha_N - 1)\rangle\langle\rho_{N-1}\rangle \quad \text{и т. д.}$$

Таким образом, усредненная по случайному полю система уравнений (9) запишется в виде

$$\langle\rho_N\rangle = (2\alpha - 1)\langle\rho_{N-1}\rangle + \beta^*\eta^*\langle S_{N-1}\rangle + \beta\eta\langle S_{N-1}^*\rangle + \alpha - 1, \quad (11a)$$
$$\langle S_N\rangle = 2\gamma\langle\rho_{N-1}\rangle + \chi\eta^*\langle S_{N-1}\rangle + \delta\eta\langle S_{N-1}^*\rangle + \gamma, \quad (11b)$$

где

$$\alpha = \langle\alpha_N\rangle, \quad \beta = \langle\beta_N\rangle, \quad \gamma = \langle\gamma_N\rangle, \quad \delta = \langle\delta_N\rangle,$$
$$\chi = \langle\chi_N\rangle, \qquad \eta = \langle\eta_{N-1}\rangle. \quad (12)$$

Система уравнений (11) позволяет получить конечно-разностное уравнение для среднего сопротивления $\langle\rho_N\rangle$ цепочки со смешанным беспорядком (1)–(3). Оно имеет следующий вид (см. Приложение):

$$\langle\rho_N\rangle = A\langle\rho_{N-1}\rangle + B\langle\rho_{N-2}\rangle + C\langle\rho_{N-3}\rangle + D, \quad (13)$$

где

$$A = 2\alpha - 1 + \theta, \qquad B = 2d - \nu - (2\alpha - 1)\theta,$$
$$C = (2\alpha-1)\nu - 2u, \quad D = (\alpha-1)(1-\theta+\nu) + d - u \quad (14)$$

и

$$d = 2\,\mathrm{Re}(\beta\eta\gamma^*), \qquad u = 2\,\mathrm{Re}(\Gamma\eta\gamma^*),$$
$$\theta = 2\,\mathrm{Re}(\eta^*\chi), \quad \nu = |\eta|^2\big(|\chi|^2 - |\delta|^2\big). \tag{15}$$

Как видно из (13), среднее сопротивление $\langle\rho_N\rangle$ как функция от числа рассеивающих центров системы удовлетворяет неоднородному линейному разностному уравнению. Полученное уравнение (13) является основным результатом этого раздела. Приступим к его решению.

2. Решение уравнения для среднего сопротивления $\langle\rho_N\rangle$

Решение уравнения (13) ищем в виде

$$\langle\rho_N\rangle = \sum_{j=1}^{p} L_j z_j^N + L_0, \tag{16}$$

где L_j, L_0 — произвольные постоянные.

Подставляя решение (16) в (13), получим характеристическое уравнение, определяющее величины z_j, $(j = 1, 2, 3)$, и уравнение для L_0

$$z_j^3 - Az_j^2 - Bz_j - C = 0, \tag{17}$$

и

$$L_0 = L_0(A + B + C) + D. \tag{18}$$

Как видно из (17), $p = 3$. Подставляя в (18) значения A, B, C, D из (14), (15), получим, что $L_0 = -1/2$. Следовательно, решение (16) запишется в виде

$$\langle\rho_N\rangle = \sum_{j=1}^{3} L_j z_j^N - 1/2. \tag{19}$$

Коэффициенты L_j в решении (19) можно выразить через корни уравнения (17) z_j и $\langle\rho_2\rangle$, $\langle\rho_1\rangle$, $\langle\rho_0\rangle$, разрешив систему уравнений

$$\begin{cases} L_1 + L_2 + L_3 = \rho_0 + \frac{1}{2}, \\ L_1 z_1 + L_2 z_2 + L_3 z_3 = \rho_1 + \frac{1}{2}, \\ L_1 z_1^2 + L_2 z_2^2 + L_3 z_3^2 = \rho_2 + \frac{1}{2}. \end{cases} \tag{20}$$

Входящие в (20) $\langle\rho_2\rangle$, $\langle\rho_1\rangle$, $\langle\rho_0\rangle$ можно найти прямо из (4) и (6)

$$\langle\rho_0\rangle = 0, \quad \langle\rho_1\rangle = \alpha - 1, \quad \langle\rho_2\rangle = 2\alpha(\alpha - 1) + d. \tag{21}$$

Решение системы (20) дает

$$L_1 = \frac{2d - (2\alpha - 1)(z_2 + z_3 - 2\alpha - 1) + z_2 z_3}{(z_2 - z_1)(z_3 - z_1)}; \tag{22}$$

L_2 и L_3 получаются из (22) циклической перестановкой величин z_1, z_2, z_3.

Таким образом, строго показано, что вне зависимости от характера случайного поля одномерной системы зависимость среднего сопротивления от ее длины для всех состояний одноэлектронного спектра представляет собой сумму трех показательных функций.

3. Модель δ-рассеивателей со смешанным беспорядком

В качестве примера конкретного применения полученных здесь формул рассмотрим цепочку, состоящую из δ-потенциалов

$$V(x) = \sum_{n=1}^{N} V_n \delta(x - x_n), \tag{23}$$

где V_n являются не зависимыми друг от друга и от координат x_n случайными переменными.

В случае одиночного δ-потенциала

$$\frac{1}{t_n} = 1 + \frac{iV_n}{2k}, \qquad \frac{r_n}{t_n} = -\frac{iV_n}{2k}\, e^{2ikx_n}. \tag{24}$$

Используя (10), (24), для средних значений α, β, γ, δ, χ, η из (12) получим

$$\alpha = 1 + p, \quad \beta = -(p + iq), \quad \gamma = p - iq, \quad \delta = -p,$$
$$\chi = 1 - p + 2iq, \qquad \eta = n^2 \exp(i2ka), \tag{25}$$

где

$$p = \langle V_n^2\rangle/4k^2, \qquad q = \langle V_n\rangle/2k$$

— параметры композиционного беспорядка, а

$$n^2 = \langle \exp(i2k\Delta x_{N-1})\rangle$$

— параметр структурного беспорядка.

Подставляя (25) и (14), (15), для коэффициентов характеристического уравнения (17) получим следующие выражения:

$$A = n^2(l + m) + (1 - n^2)(1 + 2p),$$
$$B = -n^2(l - m) + n^2(1 - n^2)(1 - 2p + 4q^2), \quad C = n^4, \tag{26}$$

где

$$m = 2(p - q^2)(1 - \cos 2ka), \quad l = 4\cos^2\varphi - 1,$$
$$\cos\varphi = \cos ka + q \sin ka.$$

Знание коэффициентов A, B, C дает возможность определить корни z_j уравнения (17). Подставляя z_j в (22), найдем коэффициенты L_j. Используя выражения для L_j и формулу (19), получим зависимость среднего сопротивления $\langle\rho_N\rangle$ от длины образца, параметров беспорядка системы p, q, n^2 и энергии падающего электрона k.

Перейдем к рассмотрению полученного для $\langle\rho_N\rangle$ решения (19) при $N \to \infty$. Покажем, что в этом пределе независимо от характера рассеяния на одиночном δ-потенциале все одноэлектронные состояния локализованы, т. е. радиус локализации

$$\zeta = \lim_{N\to\infty} \frac{Na}{\ln\langle\rho_N\rangle} \tag{27}$$

конечен и не зависит от N. Для этого исследуем корни характеристического уравнения (17) (с коэффициентами (26)). Согласно теореме Виета,

$$z_1 z_2 z_3 = C = n^4 \geqslant 0. \tag{28}$$

Из (28) следует, что если все три корня уравнения (13) действительны, то либо все три положительны, либо один из них положителен, а два других — отрицательны. Если же уравнение (13) имеет один действительный корень, то он положительный.

Покажем, что среди корней уравнения (17) всегда имеется хотя бы один действительный корень, больший единицы.

Рассмотрим функцию

$$G(z) = z^3 - Az^2 - Bz - C, \tag{29}$$

нули которой определяют корни уравнения (17). Используя (26), легко убедиться, что для всех значений коэффициентов A, B, C функция $G(z)$ в точках $z = \pm 1$ отрицательна, при $z \to \infty$ $G(z) \to \infty$, а при $z \to -\infty$ $G(z) \to -\infty$. Из перечисленных свойств, а также с учетом того, что функция $G(z)$ имеет два экстремума, можно заключить, что уравнение $G(z) = 0$ всегда имеет максимальный корень, больший единицы. Отсюда следует, что при $N \to \infty$ среднее сопротивление Ландауера (19) имеет следующий асимптотический вид:

$$\langle \rho_N \rangle = L_1 z_1^N - 1/2. \tag{30}$$

Здесь через z_1 обозначен корень характеристического уравнения (17); $z_1 \geqslant 1$ и $1 \geqslant |z_2|, |z_3|$, где z_2, z_3 — остальные два корня.

Подставляя (30) в (27), получим

$$\zeta = \frac{a}{\ln z_1}. \tag{31}$$

Как видно из (31), радиус локализации сложным образом зависит от энергетического спектра одноэлектронных состояний и параметров беспорядка системы.

Интересно рассмотреть случай слабого композиционного ($m \ll 1$) и структурного ($1 - n^2 = s \ll 1$) беспорядков рассматриваемой модели ($1 - n^2 = s \ll 1$) для энергии подающего электрона, соответствующей разрешенной зоне ($\cos\varphi \leqslant 1$). В этом случае корень уравнения (17), определяющий радиус локализации (31), можно искать в виде

$$z_1 = 1 + \Delta z \tag{32}$$

и $\Delta z \ll 1$. Подставляя (32) в уравнение (17) и оставляя только члены линейные по Δz, s, m, получим

$$\Delta z = \frac{2m + 4q^2 s}{4\sin^2\varphi}. \tag{33}$$

Использование (31)–(33) приводит к формуле

$$\zeta = \frac{4a\sin^2\varphi}{2m + 4q^2 s}. \tag{34}$$

В частном случае, когда в системе имеется лишь композиционный беспорядок, а структурный беспорядок отсутствует ($s = 0$, $m \neq 0$), формула (34) переходит в соответствующую формулу, полученную в [19]. Как видно из (34), в случае полного порядка ($s = 0$, $m = 0$) радиус локализации стремится к бесконечности.

Развитый в данной работе метод позволяет найти среднее сопротивление одномерной неупорядоченной системы с произвольным композиционным и структурным беспорядками. В частности, полученные формулы легко применить к структурам со случайными прямоугольными барьерами (или ямами). Развитый подход может быть использован и для расчета других средних кинетических характеристик одномерных неупорядоченных систем. Предложенный метод можно использовать для исследования вопросов самоусредняемости ρ_N.

В заключение рассмотрим класс неупорядоченных систем, состоящих из так называемых случайных безотражательных ям, в которых [20]

$$r(k) = 0 \quad \text{и} \quad |t(k)| = 1 \tag{35}$$

для всех k и для всех реализаций поля ямы.

В этом случае из (35) и (10) параметры уравнения (13) запишутся как

$$\alpha = 1, \qquad \beta = 0, \qquad \gamma = 0, \qquad \delta = 0,$$

$$\chi = \langle \chi_N \rangle, \qquad \eta = \langle \eta_{N-1} \rangle. \tag{36}$$

Тогда из уравнения (13) вытекает, что

$$\langle \rho_N \rangle = 0 \tag{37}$$

для любого k и N. Результат (37) означает полную делокализацию одноэлектронных состояний в одномерной неупорядоченной системе, что является особенностью рассматриваемой модели (35). Аналогичный результат был получен в работе [21] методом обратной задачи рассеяния.

Приложение

Распишем (11a) для $\langle \rho_{N-1} \rangle$, $\langle \rho_{N-2} \rangle$, (11b) — для $\langle S_{N-1} \rangle$, $\langle S_{N-2} \rangle$, $\langle S_{N-3} \rangle$ и их комплексно сопряженных величин. Это приводит к следующей системе разностных уравнений:

$$\langle \rho_{N-1} \rangle = (2\alpha - 1)\langle \rho_{N-2} \rangle + \beta^* \eta^* \langle S_{N-2} \rangle + \beta\eta \langle S^*_{N-2} \rangle + \alpha - 1,$$

$$\langle \rho_{N-2} \rangle = (2\alpha - 1)\langle \rho_{N-3} \rangle + \beta^* \eta^* \langle S_{N-3} \rangle + \beta\eta \langle S^*_{N-3} \rangle + \alpha - 1,$$

$$\langle S_{N-1} \rangle = 2\gamma \langle \rho_{N-2} \rangle + \chi\eta^* \langle S_{N-2} \rangle + \delta\eta \langle S^*_{N-2} \rangle + \gamma,$$

$$\langle S^*_{N-1} \rangle = 2\gamma \langle \rho_{N-2} \rangle + \chi\eta^* \langle S^*_{N-2} \rangle + \delta\eta \langle S_{N-2} \rangle + \gamma,$$

$$\langle S_{N-2} \rangle = 2\gamma \langle \rho_{N-3} \rangle + \chi\eta^* \langle S_{N-3} \rangle + \delta\eta \langle S^*_{N-3} \rangle + \gamma,$$

$$\langle S^*_{N-2} \rangle = 2\gamma \langle \rho_{N-3} \rangle + \chi\eta^* \langle S^*_{N-3} \rangle + \delta\eta \langle S_{N-3} \rangle + \gamma. \tag{П.1}$$

Систему уравнений (П.1) можно рассматривать как линейную неоднородную систему алгебраических уравнений для неизвестных величин $\langle S_{N-1}\rangle$, $\langle S_{N-2}\rangle$, $\langle S_{N-3}\rangle$ и их комплексно сопряженных величин. Находя $\langle S_{N-1}\rangle$ и $\langle S^*_{N-1}\rangle$ из (П.1) и подставляя их в (11а), получим уравнение для $\langle \rho_N\rangle$. Действительно, из (П.1) имеем

$$\langle S_{N-1}\rangle = F/F_{1'}, \qquad (\text{П.2})$$

где

$$F = A_{N-1}F_1 - A_{N-2}F_2 + A^*_{N-2}F_3 - B_{N-1}F_4 + B_{N-2}F_{5'}$$

$$F_1 = |\eta|^2(\beta^*\Gamma - \beta\Gamma^*),\quad F_2 = |\eta|^2|\Gamma|^2,\quad F_3 = -|\eta|^2\eta/\eta^*\Gamma,$$

$$F_4 = |\eta|^2(\delta\Gamma^* - \chi\Gamma),\qquad F_5 = -|\eta|^2\eta\big(|\chi|^2 - |\delta|^2\big),$$

$$\Gamma = \eta^*(\chi\beta - \delta\beta^*),\qquad A_{N-1} = \gamma(2\langle\rho_{N-2}\rangle + 1),$$

$$B_{N-1} = \langle\rho_{N-1}\rangle - (2\alpha - 1)\langle\rho_{N-2}\rangle - \alpha + 1. \qquad (\text{П.3})$$

Подставляя (П.2), (П.3) в (11а), получим уравнение (13).

Список литературы

[1] I.M. Lifshits, S.A. Gredeskul, L.A. Pastur. Introduction to the Theory of Desordered Systems. Wiley, N.Y. (1988).

[2] P.W. Anderson, D.J. Thouless, E. Abrahams, A.S. Fisher. Phys. Rev. **B22**, 3519 (1980).

[3] T. Hirota, K. Ishii. Prog. Theor. Phys. **45**, 1713 (1971).

[4] D.J. Thouless. J. Phys. **C5**, 77 (1972).

[5] В.Н. Пригодин. ЖЭТФ **79**, 2338 (1980).

[6] В.Н. Мельников. ФТТ **22**, 2404 (1980).

[7] A. Abrikosov. Solid State Commun. **37**, 997 (1981).

[8] M.Ya. Azbel. Phys. Rev. **B22**, 4106 (1983).

[9] В.Н. Перель, Д.Г. Поляков. ЖЭТФ **86**, 352 (1984).

[10] И.В. Кляцкин. Метод погружения в теории распространения волн. Наука, М. (1986).

[11] А.Н. Дмитриев. ЖЭТФ **95**, 234 (1989).

[12] A.G. Aronov, V.M. Gasparian, Ute Cummuch. J. Phys.: Gondens. Matter **3**, 3023 (1991).

[13] P. Erdos, R.C. Herndon. Adv. Phys. **31**, 65 (1982); Solid State Commun. **98**, 495 (1996).

[14] О.Н. Дорохов. ЖЭТФ **101**, 2001 (1992).

[15] M. Abrahams, R. Berkovits. Phys. Rev. Lett. **70**. 1509 (1993).

[16] Д.М. Седракян, Д.А. Бадалян, В.М. Гаспарян, А.Ж. Хачатрян. ЖЭТФ **109**, 243 (1996); ЖЭТФ **111**, 575 (1997).

[17] R. Landauer. Phil. Mag. **21**, 863 (1970).

[18] Д.М. Седракян, А.Ж. Хачатрян. Изв. НАН Армении **34**, 138 (1999).

[19] Д.М. Седракян, Д.М. Бадалян, А.Ж. Хачатрян. Изв. НАН Армении **33**, 166 (1998).

[20] Ф. Колоджеро, А. Докаеперис. Спектральные преобразования и солитоны. Наука, М. (1980).

[21] Б.Н. Шалаев. ФТТ **32**, 3586 (1990).