

Эффективная температура, термодинамические функции и равновесные свойства возбужденной доменной структуры

© Е.С. Денисова

Сумский государственный университет,
244007 Сумы, Украина

E-mail: denisov@ssu.sumy.ua

(Поступила в Редакцию 28 апреля 1999 г.
В окончательной редакции 6 сентября 1999 г.)

Построена теория равновесных свойств полосовой доменной структуры (ДС) неоднородных магнетиков, возбуждаемой переменным магнитным полем. Показано, что возбужденная ДС является термодинамической системой, характеризуемой эффективной температурой, которая на много порядков может превышать комнатную. Рассчитаны термодинамические функции и найдены условия равновесия такой ДС. Установлено, что энтропийное слагаемое в ее свободной энергии обуславливает дробление ДС под влиянием переменного поля, гистерезисное поведение зависимости периода ДС от частоты и амплитуды переменного поля, существование фазовых переходов, сопровождающихся скачкообразным изменением числа доменов.

Изучение ДС магнитных пластинок и пленок, возбуждаемой низкочастотным переменным магнитным полем (частота поля ω много меньше частоты однородного ферромагнитного резонанса), привело к обнаружению ряда неожиданных и до конца еще не понятых эффектов. Одним из таких эффектов, обнаруженным почти тридцать лет назад в пластинках кремниевого железа [1,2] и до настоящего времени не имеющим удовлетворительного теоретического объяснения, является дробление ДС, т.е. уменьшение ее периода под влиянием достаточно сильного переменного поля. Поскольку этот эффект впоследствии был обнаружен в образцах железо-иттриевого граната [3], пленках ферритов-гранатов [4] и пластинках бората железа [5], т.е. в материалах, обладающих разными электрическими и магнитными свойствами, дробление можно рассматривать как универсальную реакцию ДС на низкочастотное переменное магнитное поле.

Ранее для описания эффекта дробления ДС было предложено несколько теоретических схем [1,5–7]. Однако в их рамках не удается описать основную особенность этого эффекта, а именно немонотонную зависимость периода ДС p от ω и амплитуды H переменного магнитного поля [8]. Недавно для объяснения этой особенности была предложена термодинамическая теория эффекта дробления ДС [9]. Необходимость использования именно термодинамического, а не динамического подхода продиктована следующими соображениями. В магнетиках с ДС низкочастотное магнитное поле наиболее эффективно возбуждает моды колебаний намагниченности, отвечающие трансляционным колебаниям доменных границ (ДГ). Вследствие взаимодействия ДГ с неоднородностями среды скорость их колебаний всегда имеет случайную составляющую, дисперсия которой в соответствии с законом о равномерном распределении кинетической энергии по степеням свободы может быть охарактеризована эффективной температурой ДС T_{eff} . Приняв для оценки, что дисперсия по порядку величины совпадает с усредненным по осцилляциям поля квадратом скорости

ДГ в совершенных магнетиках, легко убедиться, что величина T_{eff} может существенно (в 10^4 – 10^6 раз) превышать комнатную температуру. Это означает, что при определении равновесных характеристик возбужденной ДС энтропийное слагаемое в ее свободной энергии, пропорциональное $T_{eff} + T$ (T — термодинамическая температура), играет значительно более важную роль, чем при $H = 0$, когда $T_{eff} = 0$.

Цель данной работы — развитие термодинамической теории в следующих направлениях: 1) расчет эффективной температуры возбужденной полосовой ДС из "первых принципов", т.е. путем решения стохастических уравнений движения ДГ; 2) нахождение термодинамических функций такой ДС и условий, определяющих равновесные размеры доменов в ней; 3) изучение возможных сценариев поведения возбужденной ДС при изменении частоты и амплитуды переменного поля.

1. Уравнения движения

Рассмотрим полосовую ДС в пластинке одноосного магнетика, ось легкого намагничивания которого направлена перпендикулярно развитой поверхности (рис. 1).

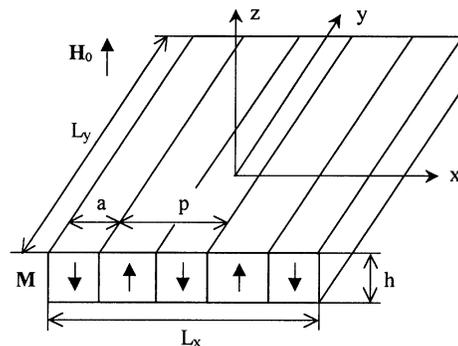


Рис. 1. Схематическое изображение магнитной пленки с полосовой ДС.

Представим потенциальную энергию полосовой ДС в реальном магнетике в виде суммы потенциальной энергии U в бездефектном магнетике, в которую включим зеемановскую энергию, энергию ДГ, магнитостатическую энергию и энергии U_{int} взаимодействия ДГ с неоднородностями среды. При нахождении U будем предполагать, что ДГ являются бесконечно тонкими и плоскими, начало координат находится в центре домена с намагниченностью \mathbf{M} , направленной против оси z , а ось x перпендикулярна плоскостям ДГ. Пронумеруем домены с $\mathbf{M} = -M\mathbf{e}_z$ ($M = |\mathbf{M}|$, \mathbf{e}_z — единичный вектор вдоль оси z), центры которых расположены на оси x в точках с координатами np , целыми числами n ($n = 0, \pm 1, \dots, \pm[N/2]$, N — натуральное число, которое будем считать нечетным, $[N/2]$ — целая часть $N/2$) и обозначим смещения из положений равновесия левой и правой ДГ n -го домена как $f_n = f_n(t)$ и $\varphi_n = \varphi_n(t)$ (в единицах толщины пластинки h) соответственно. Тогда, воспользовавшись результатами работы [10], для потенциальной энергии U полосовой ДС, записанной в квадратичном по f_n и φ_n приближении, при $N \rightarrow \infty$ получаем

$$U = 4M^2hL_xL_yW + 8M^2h^2L_y \left[\frac{H(t)}{4M} + \pi \frac{\partial W}{\partial \rho} \right] \\ \times \sum_n (\varphi_n - f_n) + 4M^2h^2L_y \left[B \sum_n (f_n^2 + \varphi_n^2) \right. \\ \left. + \sum_{\substack{n,m \\ (n \neq m)}} P_{n-m}(f_n f_m + \varphi_n \varphi_m) - 2 \sum_{n,m} R_{n-m} \varphi_n f_m \right]. \quad (1)$$

Здесь

$$W = \rho \left(\frac{H_0}{4\pi M} - 1 \right) + \frac{\rho^2}{2\pi} + \eta \frac{l}{h} \\ + \frac{4}{\pi\eta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\eta n}}{n^3} \sin^2 \frac{\rho n}{2} \quad (2)$$

— безразмерная энергия равновесной полосовой ДС [11], $L_x (\rightarrow \infty)$ и L_y — размеры пластинки вдоль соответствующих координатных осей, H_0 — направленное вдоль оси z постоянное магнитное поле, $\eta = 2\pi h/p$, $\rho = 2\pi a/p$, a — ширина доменов с $\mathbf{M} = -M\mathbf{e}_z$, $l = w/4\pi M^2$ — характеристическая длина материала, w — плотность поверхностной энергии ДГ, $H(t) = H \cos \omega t$ — параллельное оси z переменное магнитное поле,

$$B = \ln \left[1 + \frac{\sinh^2(\eta/2)}{\sin^2(\rho/2)} \right] - 2 \ln \left[\frac{2}{\eta} \sinh \frac{\eta}{2} \right],$$

$$P_n = \ln \left[1 + \left(\frac{\eta}{2\pi n} \right)^2 \right], \quad R_n = \ln \left[1 + \left(\frac{\eta}{\rho + 2\pi n} \right)^2 \right]. \quad (3)$$

Определим кинетическую энергию E и диссипативную функцию D ДС как

$$E = 4M^2h^2L_y \frac{1}{\Omega^2} \sum_n (f_n^2 + \varphi_n^2), \quad D = \frac{\Omega^2}{\Omega_r} E \quad (4)$$

($\Omega^2 = 8M^2/mh$, $\Omega_r = 8M^2/\lambda h$, m и λ — соответственно эффективная масса и коэффициент вязкости единицы площади ДГ), а поле безразмерной случайной силы, действующей на единицу площади ДГ со стороны неоднородностей среды, как

$$F(x) = -\frac{1}{8M^2hL_y} \frac{\partial U_{int}}{\partial x}. \quad (5)$$

Полагая, что среда статистически однородная, будем считать случайную силу $F(x)$ однородной и характеризовать ее нулевым средним значением $\overline{F(x)} = 0$ (черта обозначает усреднение по реализациям $F(x)$) и корреляционной функцией $\overline{F(x)F(x')} = K(x-x')$ ($K(x-x') \approx 0$ при $|x-x'| \gg r_c$, где r_c — радиус корреляции функции $F(x)$). Обозначив $F(np - a/2 + hf_n) = F_{1n}(f_n)$, $F(np + a/2 + h\varphi_n) = F_{2n}(\varphi_n)$ и воспользовавшись выражениями (1), (4) и (5), методом Лагранжа получаем следующую систему стохастических уравнений движения ДГ:

$$\frac{1}{\Omega^2} \ddot{f}_n + \frac{1}{\Omega_r} \dot{f}_n + Bf_n + \sum_{m \neq n} P_{n-m} f_m \\ - \sum_m R_{m-n} \varphi_m - F_{1n}(f_n) = \frac{H(t)}{4M} + \pi \frac{\partial W}{\partial \rho}, \\ \frac{1}{\Omega^2} \ddot{\varphi}_n + \frac{1}{\Omega_r} \dot{\varphi}_n + B\varphi_n + \sum_{m \neq n} P_{n-m} \varphi_m \\ - \sum_m R_{n-m} f_m - F_{2n}(\varphi_n) = -\frac{H(t)}{4M} - \pi \frac{\partial W}{\partial \rho}. \quad (6)$$

Поскольку ДГ являются структурными элементами ДС, система уравнений (6), содержащая N уравнений, осуществляет описание возбужденной полосовой ДС на микроскопическом уровне. Ближайшая наша задача будет состоять в том, чтобы перейти от микроскопического к макроскопическому описанию такой ДС.

2. Эффективная температура

Как и любая термодинамическая система, возбужденная полосовая ДС на макроскопическом уровне может быть охарактеризована небольшим числом параметров состояния. Одним из таких параметров является эффективная температура ДС T_{eff} , которая характеризует состояние термодинамического равновесия в системе ДГ и определяется как величина, принимающая одно и то

же значение для всех частей ДС. Используя закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы классической равновесной системы [12], эффективную температуру представим в виде $T_{eff} = m\hbar L_y \sigma / k_B$ (k_B — постоянная Больцмана), а дисперсию случайной компоненты скорости ДГ определим как

$$\sigma = \hbar^2 \left\langle \left(\dot{f}_n - \dot{f}_{0n} - \overline{\dot{f}_n} + \overline{\dot{f}_{0n}} \right)^2 \right\rangle, \quad (7)$$

где f_{0n} , φ_{0n} — решение системы уравнений (6), отвечающее случаю, когда магнитоэлектронное взаимодействие ДГ учитывается лишь для регулярного (не случайного) их движения, а угловые скобки обозначают усреднение по периоду переменного поля $H(t)$. Представление дисперсии в виде (7) явно учитывает тот факт, что эффективная температура может быть отлична от нуля лишь в переменном магнитном поле, вызывающем движение ДГ, и при наличии взаимодействия ДГ как между собой, так и с неоднородностями среды (мы здесь отвлекаемся от возможности появления в системе ДГ динамической стохастичности [13], не связанной с действием на них случайной силы $F(x)$). Отметим также, что вследствие однородности случайной силы $F(x)$ дисперсия σ не меняется при замене $f_n, f_{0n} \rightarrow \varphi_n, \varphi_{0n}$ и не зависит от номера домена n .

Концепция эффективной температуры ДС ранее уже использовалась при качественном описании эффектов упорядочения и разупорядочения, возникающих в системах цилиндрических магнитных доменов под влиянием переменного магнитного поля [14,15]. Однако вводилась она без учета причин, приводящих к появлению случайной компоненты скорости ДГ, и поэтому принципиально важный вопрос об обоснованности использования данной концепции остался нерешенным. Решение этой проблемы для полосовой ДС, предполагающее нахождение зависимости T_{eff} от статистических характеристик случайной силы $F(x)$ и характеристик переменного поля $H(t)$, будет получено на основании системы уравнений (6) в случае слабо неоднородных сред, характеризующихся большим радиусом корреляции неоднородностей, когда $hA \lesssim r_c \lesssim \min(a, p - a)$ (A — безразмерная амплитуда колебаний ДГ). В этом случае $F_{1n}(f_n)$ и $F_{2n}(\varphi_n)$ можно аппроксимировать линейными функциями

$$F_{1n}(f_n) = k_{1n}f_n + b_{1n}, \quad F_{2n}(\varphi_n) = k_{2n}\varphi_n + b_{2n} \quad (8)$$

(k_{1n} , k_{2n} , b_{1n} и b_{2n} — случайные величины, имеющие нулевые средние значения), что позволяет искать решение системы уравнений (6) в виде $f_n(t) = f_n^{(0)} + \tilde{f}_n(t)$ и $\varphi_n(t) = \varphi_n^{(0)} + \tilde{\varphi}_n(t)$, где $f_n^{(0)}$, $\varphi_n^{(0)}$ — ее установившееся решение при $H(t) = 0$, а функции $\tilde{f}_n(t) = \tilde{f}_n$ и

$\tilde{\varphi}_n(t) = \tilde{\varphi}_n$ определяются системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Omega^2} \ddot{\tilde{f}}_n + \frac{1}{\Omega_r} \dot{\tilde{f}}_n + B\tilde{f}_n + \sum_{m \neq n} P_{n-m} \tilde{f}_m \\ - \sum_m R_{m-n} \tilde{\varphi}_m - k_{1n} \tilde{f}_n = \frac{H(t)}{4M}, \\ \frac{1}{\Omega^2} \ddot{\tilde{\varphi}}_n + \frac{1}{\Omega_r} \dot{\tilde{\varphi}}_n + B\tilde{\varphi}_n + \sum_{m \neq n} P_{n-m} \tilde{\varphi}_m \\ - \sum_m R_{m-n} \tilde{f}_m - k_{2n} \tilde{\varphi}_n = -\frac{H(t)}{4M}. \end{aligned} \quad (9)$$

Полагая, что $|k_{1,2n}| \sim \varepsilon \ll 1$, решение этой системы уравнений представим в линейном по ε приближении

$$\tilde{f}_n(t) = \alpha_n(t) + \xi_n(t), \quad \tilde{\varphi}_n(t) = \beta_n(t) + \zeta_n(t) \quad (10)$$

($\alpha_n(t), \beta_n(t) \sim \varepsilon^0$, $\xi_n(t), \zeta_n(t) \sim \varepsilon^1$). На основании (9) и (10) нетрудно убедиться, что при $N \rightarrow \infty$ для функции $\alpha_n(t)$ и $\beta_n(t)$ выполняется условие $\alpha_n(t) = -\beta_n(t) = f(t)$, где $f(t)$ является решением уравнения

$$\frac{1}{\Omega^2} \ddot{f}(t) + \frac{1}{\Omega_r} \dot{f}(t) + \left[B + \sum_{n \neq 0} P_n + \sum_n R_n \right] f(t) = \frac{H(t)}{4M}, \quad (11)$$

а функции $\xi_n(t)$ и $\zeta_n(t)$ удовлетворяют систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Omega^2} \ddot{\xi}_n(t) + \frac{1}{\Omega_r} \dot{\xi}_n(t) + B\xi_n(t) + \sum_{m \neq n} P_{n-m} \xi_m(t) \\ - \sum_m R_{m-n} \zeta_m(t) = k_{1n} f(t), \\ \frac{1}{\Omega^2} \ddot{\zeta}_n(t) + \frac{1}{\Omega_r} \dot{\zeta}_n(t) + B\zeta_n(t) + \sum_{m \neq n} P_{n-m} \zeta_m(t) \\ - \sum_m R_{n-m} \xi_m(t) = -k_{2n} f(t). \end{aligned} \quad (12)$$

В (12) от переменных $\xi_n(t)$ и $\zeta_n(t)$ удобно перейти по формуле

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k a(\kappa, t) \exp(i2\pi n\kappa) \quad (13)$$

($\kappa = r/N$ — волновое число, $r = 0, \pm 1, \dots, \pm[N/2]$) к новым обобщенным координатам $\xi(\kappa, t)$ и $\zeta(\kappa, t)$, которые характеризуют коллективные движения ДГ. Воспользовавшись преобразованием (13) и обратным к нему преобразованием

$$a(\kappa, t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_n a_n(t) \exp(-i2\pi n\kappa), \quad (14)$$

из (12) для новых коллективных переменных получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Omega^2} \ddot{\xi}(\kappa, t) + \frac{1}{\Omega_r} \dot{\xi}(\kappa, t) + [B + P(\kappa)] \xi(\kappa, t) \\ - R^*(\kappa) \zeta(\kappa, t) = k_1(\kappa) f(t), \\ \frac{1}{\Omega^2} \ddot{\zeta}(\kappa, t) + \frac{1}{\Omega_r} \dot{\zeta}(\kappa, t) + [B + P(\kappa)] \zeta(\kappa, t) \\ - R(\kappa) \xi(\kappa, t) = -k_2(\kappa) f(t). \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь $k_\gamma(\kappa)$ ($\gamma = 1, 2$) — величины, связанные с $k_{\gamma n}$ преобразованиями (13) и (14), звездочка обозначает комплексное сопряжение, а $P(\kappa)$ и $R(\kappa)$ даются выражениями

$$\begin{aligned} P(\kappa) &= \sum_{n \neq 0} P_n \cos(2\pi n \kappa), \\ R(\kappa) &= \sum_n R_n \exp(-i2\pi n \kappa). \end{aligned} \quad (16)$$

В дальнейшем нам понадобится также спектр собственных колебаний ДГ в полосовой ДС. Его можно найти, положив в (15) $\Omega_r^{-1} = f(t) = 0$ и сделав подстановки $\ddot{\xi}(\kappa, t) = -\omega^2(\kappa)\xi(\kappa, t)$, $\ddot{\zeta}(\kappa, t) = -\omega^2(\kappa)\zeta(\kappa, t)$. В результате система уравнений (15) преобразуется в систему алгебраических уравнений, условие разрешимости которой показывает, что в соответствии с [10 и 16] исконый спектр состоит из акустической $\omega_1(\kappa)$ и оптической $\omega_2(\kappa)$ ветвей, определяемых соотношением

$$\omega_{1,2}(\kappa) = \Omega[B + P(\kappa) \pm |R(\kappa)|]^{1/2} \quad (17)$$

(нижний знак отвечает акустической ветви, а верхний — оптической).

Чтобы найти решение системы (15), учтем, что, согласно (11), $f(t) = A \cos(\omega t - \alpha)$, где безразмерная амплитуда вынужденных колебаний ДГ дается выражением

$$A = \frac{H}{4M} \frac{1}{\sqrt{[\tilde{\omega}^2 - \tilde{\omega}_2^2(0)]^2 + \tilde{\omega}^2 \beta^2}} \quad (18)$$

($\tilde{\omega} = \omega/\Omega$, $\tilde{\omega}_{1,2}(\kappa) = \omega_{1,2}(\kappa)/\Omega$, $\beta = \Omega/\Omega_r$, $\tan \alpha = \beta \tilde{\omega} / [\tilde{\omega}_2^2(0) - \tilde{\omega}^2]$), и вследствие использования гармонического приближения должна удовлетворять условию $Ah \ll \min(a, p - a)$. В соответствии с этим установившееся решение системы уравнений (15) представим в виде

$$\begin{aligned} \xi(\kappa, t) &= [k_1(\kappa)a_1(\kappa) + k_2(\kappa)a_2(\kappa)] \cos(\omega t - \alpha) \\ &+ [k_1(\kappa)b_1(\kappa) + k_2(\kappa)b_2(\kappa)] \sin(\omega t - \alpha), \\ \zeta(\kappa, t) &= [k_1(\kappa)c_1(\kappa) + k_2(\kappa)c_2(\kappa)] \cos(\omega t - \alpha) \\ &+ [k_1(\kappa)d_1(\kappa) + k_2(\kappa)d_2(\kappa)] \sin(\omega t - \alpha). \end{aligned} \quad (19)$$

Подставив (19) в (15), для $a_{1,2}(\kappa)$, $b_{1,2}(\kappa)$, $c_{1,2}(\kappa)$ и $d_{1,2}(\kappa)$ получаем

$$\begin{aligned} a_1(\kappa) &= \frac{A}{2D(\kappa)} (\tilde{\omega}_1^2(\kappa) + \tilde{\omega}_2^2(\kappa) - 2\tilde{\omega}^2) \\ &\times [(\tilde{\omega}_1^2(\kappa) - \tilde{\omega}^2)(\tilde{\omega}_2^2(\kappa) - \tilde{\omega}^2) + \tilde{\omega}^2 \beta^2], \\ a_2(\kappa) &= -\frac{A}{D(\kappa)} R^*(\kappa) \\ &\times [(\tilde{\omega}_1^2(\kappa) - \tilde{\omega}^2)(\tilde{\omega}_2^2(\kappa) - \tilde{\omega}^2) - \tilde{\omega}^2 \beta^2], \\ b_1(\kappa) &= \frac{A\tilde{\omega}\beta}{2D(\kappa)} \\ &\times [(\tilde{\omega}_1^2(\kappa) - \tilde{\omega}^2)^2 + (\tilde{\omega}_2^2(\kappa) - \tilde{\omega}^2)^2 + 2\tilde{\omega}^2 \beta^2], \\ b_2(\kappa) &= -\frac{A\tilde{\omega}\beta}{D(\kappa)} R^*(\kappa) (\tilde{\omega}_1^2(\kappa) + \tilde{\omega}_2^2(\kappa) - 2\tilde{\omega}^2), \\ c_1(\kappa) &= -a_2^*(\kappa), \quad c_2(\kappa) = -a_1(\kappa), \\ d_1(\kappa) &= -b_2^*(\kappa), \quad d_2(\kappa) = -b_1(\kappa), \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} D(\kappa) &= [(\tilde{\omega}_1^2(\kappa) - \omega^2)^2 + \tilde{\omega}^2 \beta^2] \\ &\times [(\tilde{\omega}_2^2(\kappa) - \omega^2)^2 + \tilde{\omega}^2 \beta^2]. \end{aligned} \quad (21)$$

Принимая во внимание, что $\dot{f}_n(t) = \dot{f}(t) + \dot{\xi}_n(t)$, $\overline{f(t)} = f(t)$ и $\overline{\xi_n(t)} = 0$ (последнее следует из уравнений (12) и условий $\overline{k_{\gamma n}} = 0$), на основании (7) для дисперсии случайной компоненты скорости ДГ получаем выражение

$$\sigma = h^2 \left\langle (\dot{\xi}_n(t) - \dot{\xi}_{0n}(t))^2 \right\rangle$$

(нулевой индекс в $\xi_{0n}(t)$ имеет тот же смысл, что и в $f_{0n}(t)$), которое с помощью (19) после усреднения по периоду магнитного поля $H(t)$ можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{\Omega^2 h^2}{2N} \tilde{\omega}^2 \\ &\times \sum_{k, k'} \left\{ \overline{[k_1(\kappa)\Delta a_1(\kappa) + k_2(\kappa)a_2(\kappa)][k_1(\kappa')\Delta a_1(\kappa') + k_2(\kappa')a_2(\kappa')]} \right. \\ &+ \overline{[k_1(\kappa)\Delta b_1(\kappa) + k_2(\kappa)b_2(\kappa)][k_1(\kappa')\Delta b_1(\kappa') + k_2(\kappa')b_2(\kappa')]} \left. \right\} \\ &\times e^{i2\pi n(\kappa + \kappa')}. \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь $\Delta a_1(\kappa) = a_1(\kappa) - a_{01}$, $\Delta b_1(\kappa) = b_1(\kappa) - b_{01}$, $\tilde{\omega}_0^2 = B$,

$$\begin{aligned} a_{01} &= A \frac{\tilde{\omega}_0^2 - \tilde{\omega}^2}{(\tilde{\omega}_0^2 - \tilde{\omega}^2)^2 + \tilde{\omega}^2 \beta^2}, \\ b_{01} &= A \frac{\tilde{\omega}\beta}{(\tilde{\omega}_0^2 - \tilde{\omega}^2)^2 + \tilde{\omega}^2 \beta^2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Чтобы провести в (22) усреднение по реализациям случайной функции $F(x)$, которое эквивалентно усреднению по значениям случайных величин $k_{\gamma n}$, в соответствии с условием $r_c \lesssim \min(a, p - a)$ будем полагать, что

$$\overline{k_{\gamma n} k_{\gamma' n'}} = d \delta_{\gamma, \gamma'} \delta_{n, n'}, \quad (24)$$

где $\delta_{\alpha, \alpha'}$ — символ Кронекера, а d — дисперсия величин $k_{\gamma n}$ (для оценки величины дисперсии d можно использовать оценку $d = 1/3(H_c h / 4Mr_c)^2$, отвечающую равномерному распределению величин $k_{\gamma n}$ в интервале $(-H_c h / 4Mr_c, H_c h / 4Mr_c)$, где H_c — поле коэрцитивности ДГ). В этом случае, приняв во внимание соотношение $\overline{k_{\gamma}(\kappa) k_{\gamma'}(\kappa')} = d \delta_{\gamma, \gamma'} \delta_{\kappa, -\kappa}$, следующее из (13) и (24), и перейдя от суммирования по волновым числам к интегрированию, получим из (22)

$$\sigma = \Omega^2 h^2 \tilde{\omega}^2 d \int_0^{1/2} [(\Delta a_1(\kappa))^2 + (\Delta b_1(\kappa))^2 + |a_2(\kappa)|^2 + |b_2(\kappa)|^2] d\kappa. \quad (25)$$

В дальнейшем будем предполагать, что мода акустических колебаний ДГ с $\kappa = 0$, отвечающая трансляционному движению полосовой ДС как целой, не возбуждается. В этом случае, воспользовавшись соотношениями (20), (21), (23) и (25), эффективную температуру полосовой ДС можно представить в виде

$$T_{eff} = \frac{2A^2 M^2 h^2 L_y d \tilde{\omega}^2}{k_B [(\tilde{\omega}_0^2 - \tilde{\omega}^2)^2 + \tilde{\omega}^2 \beta^2]} \times \sum_{\gamma=1}^2 \int_{\kappa_{\gamma}}^{1/2} \frac{(\tilde{\omega}_{\gamma}^2(\kappa) - \tilde{\omega}_0^2)^2 d\kappa}{(\tilde{\omega}_{\gamma}^2(\kappa) - \tilde{\omega}^2)^2 + \tilde{\omega}^2 \beta^2},$$

где $\kappa_{\gamma} = \delta_{\gamma, 1} / N$. Отметим, что при $\tilde{\omega} \gg \tilde{\omega}_1(\kappa_1)$ отличие от нуля нижнего предела интегрирования в (26), обусловленное исключением из рассмотрения трансляционного движения ДС, практически не влияет на величину T_{eff} , поскольку $N \gg 1$.

3. Термодинамические функции и условия равновесия

В рамках развиваемой здесь статистической теории возбужденной полосовой ДС роль переменного магнитного поля $H(t)$ и случайной силы $F(x)$ состоит лишь в обеспечении термализации ДС. Поэтому в ее гамильтониан должна быть включена лишь та часть полной потенциальной энергии ДС, которая не содержит зеемановской энергии ДС в поле $H(t)$ и энергии взаимодействия ДГ с неоднородностями среды. Поскольку получаемый таким путем гамильтониан полосовой ДС является квадратичным, существуют нормальные координаты, в которых его

можно представить в виде

$$H(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{1}{2} \left[\frac{p_2^2(0)}{m h L_y} + q_2^2(0) \omega_2^2(0) m h L_y \right] + \frac{1}{2} \sum_{\gamma=1}^2 \sum_{\kappa \neq 0} \left[\frac{p_{\gamma}^2(\kappa)}{m h L_y} + q_{\gamma}^2(\kappa) \omega_{\gamma}^2(\kappa) m h L_y \right], \quad (27)$$

где (\mathbf{p}, \mathbf{q}) — совокупность обобщенных импульсов $p_{\gamma}(\kappa)$ и координат $q_{\gamma}(\kappa)$ ДС (в (27) мы учли, что поступательное движение полосовой ДС отсутствует).

Принимая во внимание, что ДГ в полосовой ДС не являются тождественными, статистический интеграл, отвечающий возбужденной полосовой ДС, запишем в виде

$$Z = \frac{1}{(2\pi \hbar)^{2N-1}} \int e^{-H(\mathbf{p}, \mathbf{q}) / k_B T_{eff}} dp_2(0) dq_2(0) \times \prod_{\gamma=1}^2 \prod_{\kappa \neq 0} dp_{\gamma}(\kappa) dq_{\gamma}(\kappa) \quad (28)$$

(\hbar — постоянная Планка). Отсюда, проинтегрировав по $q_{\gamma}(\kappa)$ и $p_{\gamma}(\kappa)$ в бесконечных пределах, получаем

$$Z = \left(\frac{k_B T_{eff}}{\hbar \Omega} \right)^{2N-1} \frac{1}{\tilde{\omega}_2(0)} \prod_{\kappa > 0} \frac{1}{\tilde{\omega}_1^2(\kappa) \tilde{\omega}_2^2(\kappa)}. \quad (29)$$

Теперь, воспользовавшись (29), нетрудно показать, что свободная энергия возбужденной полосовой ДС, определяемая как $F = 4M^2 h L_x L_y W - k_B T_{eff} \ln Z$, в главном по N приближении дается выражением

$$F = 4M^2 h L_x L_y W - 2N k_B T_{eff} \times \left[\ln \frac{k_B T_{eff}}{\hbar \Omega} - \int_0^{1/2} \ln(\tilde{\omega}_1(\kappa) \tilde{\omega}_2(\kappa)) d\kappa \right]. \quad (30)$$

Отметим, что в рассматриваемом приближении (когда $N \rightarrow \infty$) в (26) нижний предел интегрирования по κ следует положить равным нулю.

С помощью (30) обычным образом можно рассчитать и другие термодинамические характеристики такой ДС. В частности, воспользовавшись хорошо известным дифференциальным соотношением $dF = -S dT_{eff} + \mu dN$, для энтропии S и химического потенциала μ получаем следующие выражения:

$$S = 2N k_B \left[\ln \frac{k_B T_{eff}}{\hbar \Omega} - \int_0^{1/2} \ln(\tilde{\omega}_1(\kappa) \tilde{\omega}_2(\kappa)) d\kappa \right],$$

$$\mu = 8\pi M^2 h^2 L_y \frac{\partial W}{\partial \eta} - 2k_B T_{eff} \times \left[\ln \frac{k_B T_{eff}}{\hbar \Omega} - \left(1 + \eta \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \int_0^{1/2} \ln(\tilde{\omega}_1(\kappa) \tilde{\omega}_2(\kappa)) d\kappa \right] \quad (31)$$

(при выводе последнего выражения мы учли, что $p = L_x / N$).

Найдем теперь уравнения, определяющие равновесные размеры доменов в возбужденной ДС. Согласно второму началу термодинамики для неравновесных процессов [17], количество тепла δQ , поглощаемое при неравновесном переходе ДС из начального состояния в близлежащее конечное, связано с изменением энтропии δS неравенством $\delta Q < T_{eff}\delta S$. Если работа при таком переходе не совершается, тогда $\delta Q = \delta(F + T_{eff}S)$, и предыдущее неравенство дает $\delta F + S\delta T_{eff} < 0$. Следовательно, при заданной амплитуде переменного поля размеры доменов релаксируют к своим равновесным значениям, отвечающим условию $\delta F + S\delta T_{eff} = 0$. Отсюда для равновесных значений параметров ρ и η , определяющих равновесные размеры доменов, получаем систему уравнений

$$\frac{\partial F}{\partial \rho} + S \frac{\partial T_{eff}}{\partial \rho} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \eta} + S \frac{\partial T_{eff}}{\partial \eta} = 0, \quad (32)$$

первое из которых с помощью соотношений (30) и (31) можно записать как

$$\frac{\partial W}{\partial \rho} + \frac{k_B T_{eff} \eta}{4\pi M^2 h^2 L_y} \frac{\partial}{\partial \rho} \int_0^{1/2} \ln(\tilde{\omega}_1(\kappa)\tilde{\omega}_2(\kappa)) d\kappa = 0, \quad (33)$$

а второе, эквивалентное уравнению $\mu = 0$, как

$$\frac{\partial W}{\partial \eta} - \frac{k_B T_{eff}}{4\pi M^2 h^2 L_y} \left[\ln \frac{k_B T_{eff}}{\hbar \Omega} - \left(1 + \eta \frac{\partial}{\partial \eta}\right) \int_0^{1/2} \ln(\tilde{\omega}_1(\kappa)\tilde{\omega}_2(\kappa)) d\kappa \right] = 0. \quad (34)$$

Заметим, что для невозбужденной ДС, когда $T_{eff} = 0$, система уравнений (33) и (34) сводится к полученной в [11]: $\partial W/\partial \rho = \partial W/\partial \eta = 0$.

Рассмотрим более подробно случай, когда внешнее постоянное магнитное поле H_0 отсутствует. При $H_0 = 0$ уравнение (33) имеет решение $\rho = \pi$ (т.е. $a = p - a = p/2$),

$$\omega_2^2(0) = 4\Omega^2 \ln[\cosh(\eta/2)], \quad (35)$$

а $\omega_1(\kappa)$ и $\omega_2\kappa$ можно аппроксимировать линейными функциями $\omega_1(\kappa) = \omega_2(0)\kappa$ и $\omega_2(\kappa) = \omega_2(0)(1 - \kappa)$. При этом интеграл, фигурирующий в (33) и (34), становится равным $\ln \tilde{\omega}_2(0) - 1$ и выражения для F , S и μ принимают вид

$$\begin{aligned} F &= 4M^2 h L_x L_y W - 2N k_B T_{eff} \ln \frac{e k_B T_{eff}}{\hbar \omega_2(0)}, \\ S &= 2N k_B \ln \frac{e^2 k_B T_{eff}}{\hbar \omega_2(0)}, \\ \mu &= 8\pi M^2 h^2 L_y \frac{\partial W}{\partial \eta} - 2k_B T_{eff} \ln \frac{e k_B T_{eff}}{\hbar \omega_2(0)} \\ &\quad + 2k_B T_{eff} \frac{\Omega^2}{\omega_2^2(0)} \eta \tanh \frac{\eta}{2}. \end{aligned} \quad (36)$$

Уравнение (34), определяющее период ДС, может быть записано в виде

$$\frac{l}{h} - \frac{4}{\pi \eta^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - [1 + \eta(2n - 1)]e^{-\eta(2n-1)}}{(2n - 1)^3} - \frac{k_B T_{eff}}{4\pi M^2 h^2 L_y} \left[\ln \frac{e k_B T_{eff}}{\hbar \omega_2(0)} - \frac{\Omega^2}{\omega_2^2(0)} \eta \tanh \frac{\eta}{2} \right] = 0. \quad (37)$$

Завершая аналитическую часть работы, отметим следующее. На первый взгляд может показаться, что предположение о плоской форме ДГ не соответствует действительности, поскольку взаимодействие неоднородностей пленки с ДГ должно приводить к случайным изгибам последних. Однако на самом деле в развитом здесь формализме существование изгибов ДГ неявно учитывается и, более того, сама эффективная температура существует только при их наличии. Дело в том, что статистические характеристики случайной силы $F(x)$ зависят от плотности поверхностной энергии w , распределения неоднородностей и характера их взаимодействия с ДГ, т.е., в конечном счете, определяются статистикой изгибов ДГ. В случае неизгибающихся ДГ (когда $w \rightarrow \infty$) результирующая сила, действующая на любую ДГ со стороны неоднородностей, при $L_y \rightarrow \infty$ равна нулю и, значит, $F(x) = 0$ и $T_{eff} = 0$. Поскольку в работе основное внимание уделено изучению общих свойств возбужденной ДС, не зависящих от конкретных деталей распределения неоднородностей и их взаимодействия с ДГ, статистические характеристики $F(x)$ предполагались заданными.

4. Численные результаты

Численный анализ равновесных свойств возбужденной полосовой ДС проведен при $H_0 = 0$. В отсутствие переменного магнитного поля (т.е. при $T_{eff} = 0$) уравнение (37) имеет единственное решение, зависящее только от отношения l/h . Если же $H \neq 0$, тогда вследствие резонансного характера зависимости T_{eff} от η решений может быть несколько. На рис. 2 показаны зависимости левой части уравнения (37) от η , рассчитанные при $\tilde{H} = H/4\pi M = 0.05$ и разных значениях приведенной частоты $\tilde{\omega}$ в случае феррит-гранатовой пленки с параметрами $4\pi M = 100 \text{ emu/cm}^3$, $H_c = 1 \text{ Oe}$, $m = 10^{-9} \text{ g/cm}^2$, $h = 10^{-3} \text{ cm}$, $L_y = 0.1 \text{ cm}$, $l/h = 0.1$, $\beta = 0.1$ и $r_c = h/3$. Как видно, количество корней уравнения (37) не превышает трех и с изменением $\tilde{\omega}$ их число может меняться. Частотная зависимость каждого из них показана на рис. 3. С увеличением $\tilde{\omega}$ параметр η изменяется по пути $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d$, характерной особенностью которого является наличие скачка $\Delta\eta$ при $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}_{bc}$ ($\tilde{\omega}_{bc}$ — координата проекции отрезка bc на ось $\tilde{\omega}$). В рассматриваемом случае $\tilde{\omega}_{bc} = 2.42$, $\Delta\eta = 0.93$, а период полосовой ДС после скачка превышает период до скачка в 1.27 раза, чему соответствует уменьшение числа доменов в ДС на 21%. Поскольку сама зависимость η от $\tilde{\omega}$ обусловлена флуктуациями в системе

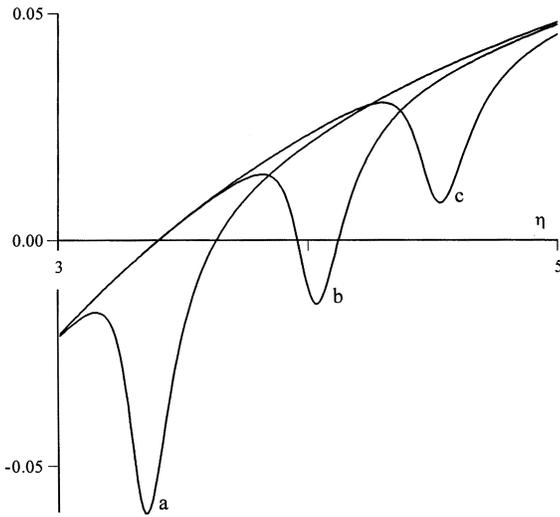


Рис. 2. Графики зависимости левой части уравнения (37) от η при $\tilde{H} = 0.05$ и $\tilde{\omega} = 2$ (кривая *a*), 2.3 кривая (*b*) и 2.5 кривая (*c*).

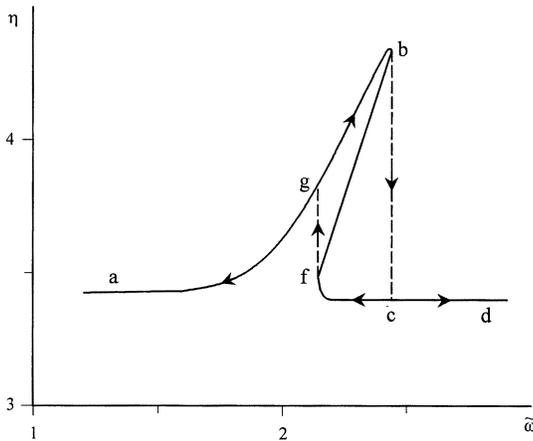


Рис. 3. Частотная зависимость корней уравнения (37) при $\tilde{H} = 0.05$.

ДГ, которые хотя и зависят от состояния системы ДГ, но вызываются внешним магнитным полем, фазовый переход при $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}_{bc}$ можно интерпретировать как новую разновидность фазовых переходов, индуцируемых внешним шумом [18].

С уменьшением $\tilde{\omega}$ от значений, превышающих $\tilde{\omega}_{bc}$, изменение η происходит по пути $d \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow a$, и, так же как при $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}_{bc}$, фазовый переход в точке $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}_{gf}$ ($\tilde{\omega}_{gf}$ — координата проекции отрезка gf на ось $\tilde{\omega}$) можно интерпретировать как индуцируемый внешним шумом. Для тестируемой пленки $\tilde{\omega}_{gf} = 2.15$, $\Delta\eta = 0.39$, а увеличение числа доменов, происходящее в результате фазового перехода, составляет 11%. Таким образом, при циклическом изменении $\tilde{\omega}$ в любом интервале, включающем $(\tilde{\omega}_{gf}, \tilde{\omega}_{bc})$, зависимость числа доменов от $\tilde{\omega}$ в соответствии с экспериментальными данными [8] носит гистерезисный характер.

На рис. 4 показан график частотной зависимости T_{eff} . Аналогично частотной зависимости η , изменение T_{eff} при увеличении $\tilde{\omega}$ происходит по пути $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d$, а при уменьшении — по пути $d \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow a$. В выбранном масштабе измерения T_{eff} участок cd этого графика практически совпадает с осью $\tilde{\omega}$, хотя, например, в точке c эффективная температура равна 2.56×10^5 К.

Наконец, на рис. 5 показан график зависимости η от \tilde{H} при $\tilde{\omega} = 2.2$. Из него ясно видно, что зависимость имеет гистерезисный характер: с увеличением \tilde{H} параметр η возрастает, проходя путь $p \rightarrow r \rightarrow s \rightarrow t$, а с уменьшением \tilde{H} — убывает, проходя другой путь $t \rightarrow u \rightarrow v \rightarrow p$. За один цикл изменения \tilde{H} при $\tilde{H} = \tilde{H}_{sr}$ и \tilde{H}_{uv} (\tilde{H}_{sr} и \tilde{H}_{uv} — координаты проекций отрезков sr и uv на ось \tilde{H}) в ДС происходят индуцируемые шумом фазовые переходы, сопровождающиеся скачкообразным увеличением (при $\tilde{H} = \tilde{H}_{sr}$) и уменьшением (при $\tilde{H} = \tilde{H}_{uv}$) числа доменов.

Таким образом, в данной работе на примере полосовой ДС, возбуждаемой переменным магнитным полем, продемонстрирована необходимость использования концепции эффективной температуры и термодинамического подхода для адекватного описания свойств ряда физи-

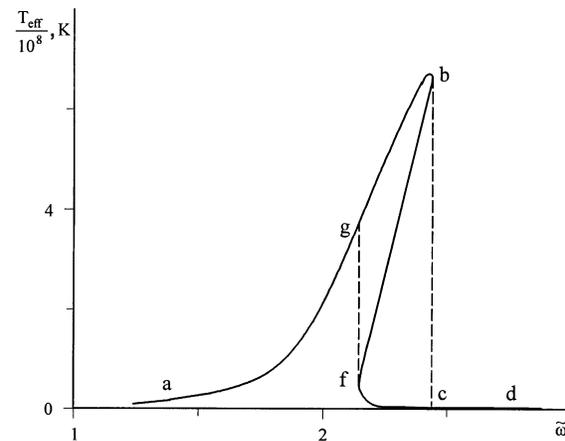


Рис. 4. Частотная зависимость эффективной температуры ДС при $\tilde{H} = 0.05$.

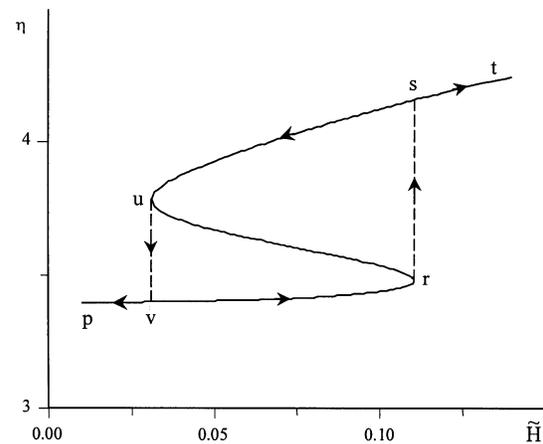


Рис. 5. Зависимость корней уравнения (37) от \tilde{H} при $\tilde{\omega} = 2.2$.

ческих систем, традиционно изучаемых динамическими методами. Такой подход применим к системам, которые имеют макроскопическое число взаимодействующих между собой и с неоднородностями среды структурных элементов, подверженных воздействию периодической по времени внешней силы и имеющих размеры, существенно превышающие атомные. В системах данного класса флуктуаций скорости структурных элементов, обусловленные термодинамической температурой, малы, основной вклад в их дисперсию дают флуктуации, индуцируемые внешней силой, т.е. флуктуации, которые характеризуются эффективной температурой. Наряду с полосовой ДС примерами физических систем, принадлежащих этому классу и требующих использования концепции эффективной температуры для описания их свойств, могут служить, например, решетки цилиндрических магнитных доменов, возбуждаемые переменным полем смещения, и решетки вихрей в сверхпроводниках второго рода, по которым протекает переменный транспортный ток.

Список литературы

- [1] T.R. Haller, J.J. Kramer, *J. Appl. Phys.* **41**, 3, 1034 (1970).
- [2] Я.С. Шур, В.А. Зайкова, Е.Б. Хан. *ФММ* **29**, 4, 770 (1970).
- [3] В.К. Власко-Власов, Л.М. Дедух, В.И. Никитенко, Л.С. Успенская. *ФТТ* **24**, 4, 1255 (1982).
- [4] В.К. Власко-Власов, А.Ф. Хапиков. *ЖТФ* **59**, 7, 91 (1989).
- [5] В.А. Игнатченко, П.Д. Ким, Е.Ю. Миронов, Д.Ч. Хван. *ЖЭТФ* **98**, 2, 593 (1990).
- [6] А.К. Звездин, В.Г. Редько. *Письма в ЖЭТФ* **21**, 7, 445 (1975).
- [7] В.М. Елеонский, А.К. Звездин, В.Г. Редько. *ФММ* **43**, 1, 7 (1977).
- [8] В.К. Власко-Власов, Л.С. Успенская. *ЖЭТФ* **90**, 5, 1755 (1986).
- [9] E.S. Denisova. *Physica* **B253**, 250 (1998).
- [10] В.Г. Барьяхтар, Ю.И. Горобец, С.И. Денисов. *УФЖ* **28**, 3, 436 (1983).
- [11] C. Kooy, U. Enz. *Philips Res. Rep.* **15**, 1, 7 (1960).
- [12] И.А. Квасников. *Термодинамика и статистическая физика. Теория равновесных систем.* Изд-во МГУ, М. (1991). 800 с.
- [13] Г.М. Заславский. *Стохастичность динамических систем.* Наука, М. (1984). 272 с.
- [14] R. Seshadri, R.M. Westervelt. *Phys. Rev.* **B46**, 9, 5142 (1992).
- [15] V.A. Zablotskii, Yu.A. Mamalui. *J. Phys.: Condens. Matt.* **7**, 5271 (1995).
- [16] Л.Э. Гуревич, Э.В. Ливерц. *ЖЭТФ* **82**, 1, 220 (1982).
- [17] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Статистическая физика. Т. V.* Наука, М. (1976). 584 с.
- [18] В. Хорстхемке, Р. Лефевр. *Индукцированные шумом переходы: Теория и применение в физике, химии и биологии.* Мир, М. (1987). 400 с.