

# Спин-переориентационные фазовые переходы и магнитоупругие солитоны в антиферромагнетике с магнитоэлектрическим взаимодействием

© М.А. Шамсутдинов, А.Т. Харисов, А.П. Танкеев\*

Башкирский государственный университет,  
450074 Уфа, Россия

\* Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук,  
620219 Екатеринбург, Россия

(Поступила в Редакцию 6 мая 1999 г.  
В окончательной редакции 15 июля 1999 г.)

Излагаются результаты теоретического исследования влияния механического напряжения, электрического и магнитного полей на основное состояние, характеристики линейных и нелинейных магнитоупругих волн в тетрагональном антиферромагнетике. Построены магнитные фазовые диаграммы. Определены параметры квазиакустических солитонов и области их устойчивости.

В антиферромагнетиках (АФМ) с магнитоэлектрическим взаимодействием электрические и магнитные подсистемы взаимосвязаны. С помощью электрического поля можно изменить магнитные свойства и, наоборот, с помощью магнитного поля — электрические свойства [1]. В [2] установлено, что в сегнетомагнетике (для однородной антиферромагнитной структуры) магнитоэлектрическое взаимодействие приводит к анизотропии щели в спектре спиновых волн. В работе [3] показано, что величины магнитоэлектрических эффектов сильно зависят от взаимной ориентации электрического и магнитного полей, типа магнитной анизотропии. Величина акустического двулучепреломления из-за магнитоэлектрического эффекта может достигать нескольких процентов. В [4,5] найдены условия, при которых появляются новые эффективные нелинейные модули упругости, отличные от нуля только в том случае, если к образцу одновременно приложены как магнитное, так и электрическое поля. В вышеуказанных работах подчеркивается, что магнитоэлектрические эффекты усиливаются вблизи магнитных ориентационных фазовых переходов. Но чтобы их достичь, необходимо приложить довольно сильные электрические и магнитные поля. Указано также на возможность большого разнообразия нелинейных эффектов в центроантисимметричных АФМ. Последовательное симметричное описание тетрагональных АФМ, позволившее исследовать влияние электрического и магнитного полей на основное состояние их магнитоупругой системы, а также условия реализации магнитоупругих солитонов, было впервые предложено в работах Е.А. Турова и его учеников (см. [1,3–5]). Это симметричное рассмотрение является основой при исследовании существенно нелинейных эффектов, рассматриваемых в этой статье. Нелинейные магнитоупругие волны в магнетиках без учета магнитоэлектрического взаимодействия рассмотрены, например, в работах [6–9]. Как известно, с помощью направленного давления можно приблизиться к состоянию ориентационного фазового перехода [10], что может усилить проявление магнитоэлектрического эффекта. Настоящая работа посвящена

исследованию влияния электрического  $\mathbf{E}$  и магнитного  $\mathbf{H}$  полей на основное состояние, а также устойчивость магнитоупругих солитонов в тетрагональных АФМ с анизотропией типа легкая плоскость вблизи магнитных фазовых переходов, в том числе и по давлению.

## 1. Плотность энергии. Спин-переориентационные фазовые переходы

Рассмотрим безграничный тетрагональный двухподрешеточный АФМ с анизотропией типа "легкая плоскость". При выводе основных уравнений будем исходить из плотности свободной энергии  $F$ , содержащей магнитный, упругий, магнитоупругий, электрополяризационный и магнитоэлектрический вклады [4]

$$F = F_m + F_e + F_{le} + F_p + F_{mp}, \quad (1)$$

где

$$F_m = 2M_0 H_E \mathbf{m}^2 - 2M_0 \mathbf{m} \mathbf{H} + \frac{1}{2} K l_z^2 + \frac{1}{2} K_2 l_x^2 l_y^2 + \frac{1}{2} A \left( \frac{\partial l_i}{\partial x_k} \right)^2,$$

$$F_e = \frac{1}{2} C_{11} (e_{xx}^2 + e_{yy}^2) + C_{12} e_{xx} e_{yy} + C_{13} (e_{xx} + e_{yy}) e_{zz} + \frac{1}{2} C_{33} e_{zz}^2 + 2C_{44} (e_{xz}^2 + e_{yz}^2) + 2C_{66} e_{xy}^2 - \sigma_{ik} e_{ik},$$

$$F_{le} = B_{11} (l_x^2 e_{xx} + l_y^2 e_{yy}) + B_{12} (l_x^2 e_{yy} + l_y^2 e_{xx}) + B_{13} (e_{xx} + e_{yy}) l_z^2 + B_{31} e_{zz} (l_x^2 + l_y^2) + B_{33} e_{zz} l_z^2 + 2B_{44} l_z (e_{xz} l_x + e_{yz} l_y) + 2B_{66} e_{xy} l_x l_y,$$

$$F_p = \frac{1}{2\kappa_{\perp}} (P_x^2 + P_y^2) + \frac{1}{2\kappa_{\parallel}} P_z^2 - \mathbf{P} \mathbf{E},$$

$$F_{mp} = -2M_0 [\gamma_2 (l_x P_x + l_y P_y) m_z + \gamma_3 (m_x P_x + m_y P_y) l_z + \gamma_4 (l_x m_x + l_y m_y) P_z + \gamma_5 l_z m_z P_z].$$

Выражение для  $F_{mp}$  приведено для АФМ с четной магнитной структурой  $\mathbf{l}^-4_z^+2_d^- \equiv \mathbf{l}^-4_z^+2_x^-$ . Здесь  $H_E$  — поле обменного взаимодействия;  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{l}$  — векторы ферро- и антиферромагнетизма;  $M_0$  — намагниченность насыщения подрешеток;  $K > 0$ ,  $K_2$  — константы магнитной анизотропии;  $A$  — параметр неоднородного обменного взаимодействия;  $e_{ik}$ ,  $C_{ik}$ ,  $B_{ik}$  — компоненты тензоров деформаций, упругих и магнитоупругих постоянных;  $\sigma_{ik}$  — тензор внешних упругих напряжений;  $\mathbf{u}$  — вектор упругого смещения элементов среды;  $\varkappa_{\perp}$ ,  $\varkappa_{\parallel}$  — электрополяризационные, а  $\gamma_i$  — магнитоэлектрические постоянные;  $\mathbf{P}$  — вектор электрической поляризации.

Пусть напряженность магнитного поля  $\mathbf{H}$  направлена вдоль оси  $z$ , совпадающей с осью  $C_4$ . Напряженность электрического поля  $\mathbf{E}$  направим в легкой плоскости вдоль оси  $2_d^-$ , т.е. вдоль биссектрисы угла, образованного осями  $x$  и  $y$ . При такой геометрии полей результаты, полученные в работе, будут справедливыми для АФМ как с четной, так и нечетной магнитными структурами. Одностороннее напряжение  $\sigma$  ( $\sigma < 0$  соответствует сжатию, а  $\sigma > 0$  — растяжению) можно направить в легкой плоскости вдоль или перпендикулярно  $\mathbf{E}$ . Направление  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ , а также направление упругого напряжения  $\sigma$  выбраны так, чтобы линейный магнитоэлектрический эффект имел максимально возможное проявление. Для дальнейшего рассмотрения удобно повернуть систему координат  $Ox'y$  в базисной плоскости на угол  $\pi/4$ : ось  $x'$  направить вдоль  $2_d^-$ .

Будем рассматривать магнитные поля, напряженность которых значительно меньше поля опрокидывания подрешеток. При таких полях  $|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{l}| \approx 1$ . Тогда учитывая, что в основном состоянии при  $K > 0$  вектор  $\mathbf{l}$  лежит в базисной плоскости, можно положить  $\mathbf{l} = \mathbf{l}(\cos \chi, \sin \chi, 0)$ , где  $\chi$  — угол между вектором  $\mathbf{l}$  и  $x'$ . Из условия минимума плотности свободной энергии  $F$  по векторам электрической поляризации  $\mathbf{P}$ , ферромагнетизма  $\mathbf{m}$  и упругим деформациям можно получить следующее выражение для свободной энергии в равновесном состоянии

$$F_0 = -M_0 H_{ms6} \times \left( eh \cos \chi_0 + \frac{1}{2} \tau \cos 2\chi_0 - \frac{k_2^*}{8} \cos 4\chi_0 \right), \quad (2)$$

где

$$H_{ms6} = \frac{B_{66}^2}{2M_0 C_{66}}, \quad k_2^* = \frac{K_2}{2M_0 H_{ms6}}, \\ K_2^* = K_2 + 2M_0(H_{ms} - H_{ms6}),$$

$K_2^*$  — константа кристаллографической магнитной анизотропии в базисной плоскости, перенормированная магнитострикцией;  $H_{ms} = b^2/[M_0(C_{11} - C_{12})]$  — поле магнитострикции;  $b = B_{11} - B_{12}$ ;  $e$ ,  $h$  и  $\tau$  — нормированные значения электрического поля, магнитного поля и механического напряжения, причем

$$e = \gamma_2 \varkappa_{\perp} E / H_{ms6}, \quad h = H / H_E, \quad \tau = \sigma \delta / 2B_{66}.$$

Если напряжение  $\sigma$  направлено вдоль  $\mathbf{E}$ , то  $\delta = -1$ ; если перпендикулярно  $\mathbf{E}$ , то  $\delta = 1$ , что может иметь значение с точки зрения удобства проведения эксперимента.

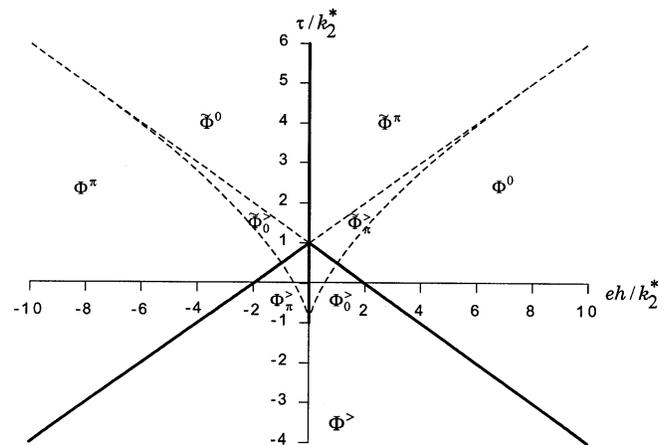
Значение угла  $\chi_0$  в равновесном состоянии находится из уравнения

$$2eh \sin \chi_0 + 2\tau \sin 2\chi_0 - k_2^* \sin 4\chi_0 = 0. \quad (3)$$

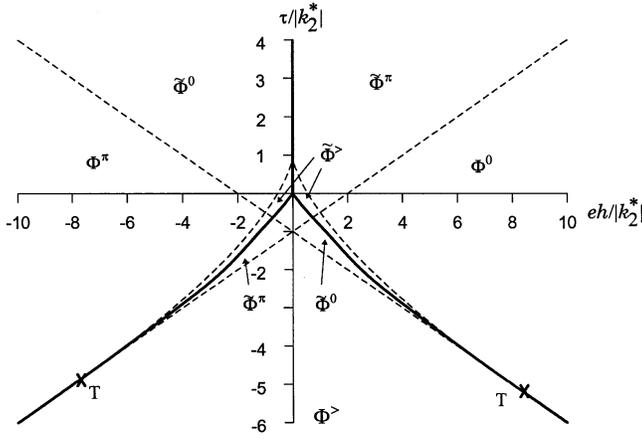
Условия устойчивости основного состояния с  $\chi_0 = 0$  определяются неравенствами

$$2(\tau - k_2^*) + eh \geq 0, \quad eh > 0. \quad (4)$$

На рис. 1 приведена  $eh - \tau$  диаграмма устойчивости магнитных фаз тетрагонального антиферромагнетика в случае  $K_2^* > 0$ . Как видно из рис. 1, при  $\tau/k_2^* > 1$  симметричная фаза  $\Phi^0$  с  $\chi_0 = 0$  абсолютно устойчива при  $\gamma_2 E H > 0$ . Наоборот, при  $\gamma_2 E H < 0$  абсолютно устойчивой является фаза  $\Phi^{\pi}$  с  $\chi_0 = \pi$ . Переход между этими фазами является фазовым переходом первого рода. В случае  $\tau/k_2^* < 1$  симметричная фаза  $\Phi^0$  устойчива в достаточно высоких электрическом и магнитном полях. Знак равенства в (4) соответствует линии потери устойчивости фазы  $\Phi^0$ . Переход между симметричной фазой и двукратно вырожденной угловой (если устойчива угловая фаза  $\chi_0$ , то устойчива также и угловая фаза  $2\pi - \chi_0$ ) является фазовым переходом второго рода. На  $eh - \tau$  плоскости точка  $eh = 0$ ,  $\tau/k_2^* = -1$  соответствует обычной критической точке [11]. Если  $\tau/k_2^* < -1$ , то в угловой фазе  $\Phi^>$  угол  $\chi_0$  непрерывно изменяется от 0 до  $\pi$ . Если  $\tau/k_2^* > -1$ , то угловая фаза  $\Phi^>$  распадается на две угловые фазы  $\Phi_0^>$  и  $\Phi_{\pi}^>$ , в которых угол  $\chi_0$  изменяется от 0 до  $(\pi - \varphi_0)/2$  и от  $(\pi + \varphi_0)/2$  до  $\pi$  соответственно. Здесь  $\varphi_0$  изменяется от 0 до  $\pi$  при возрастании  $\tau/k_2^*$  от  $-1$  до 1. Переход между двумя угловыми фазами является фазовым переходом первого рода. Область существования метастабильных угловых



**Рис. 1.** Магнитная фазовая диаграмма для  $K_2^* > 0$ . Сплошные жирные линии — линии фазовых переходов.  $\Phi^0$  и  $\Phi^{\pi}$  — симметричные фазы.  $\Phi^>$ ,  $\Phi_0^>$  и  $\Phi_{\pi}^>$  — двукратно вырожденные угловые фазы. Штриховые линии определяют границы метастабильных фаз, которым соответствует значок "тильда".



**Рис. 2.** Магнитная фазовая диаграмма для  $K_2^* < 0$ . Обозначения те же, что на рис. 1.  $T$  — трикритические точки.

фаз  $\tilde{\Phi}_\pi^>$  и  $\tilde{\Phi}_0^>$  простираются до точек  $eh/k_2^* = \pm 8$  и  $\tau/k_2^* = 5$  на  $eh - \tau$  плоскости. Уравнения кривых, разделяющих метастабильные угловые фазы и стабильные фазы:  $eh/k_2^* = \pm(2(\tau/k_2^* + 1)/3)^{3/2}$ ; метастабильные угловые и метастабильные симметричные фазы:  $eh/k_2^* = \pm 2(\tau/k_2^* - 1)$ .

На рис. 2 приведена  $eh - \tau$  диаграмма при  $K_2^* < 0$ . Переход между симметричными фазами  $\Phi^0$  и  $\Phi^\pi$ , как и при  $K_2^* > 0$ , происходит как фазовый переход первого рода. Однако переход между симметричной и угловой фазами имеет отличительные от случая  $K_2^* > 0$  особенности. Переход между симметричной и угловой фазами при  $\tau/k_2^* < -5$  происходит как фазовый переход второго рода, а при  $\tau/k_2^* > 5$  — как фазовый переход первого рода. Две точки  $T$  на  $eh - \tau$  — плоскости с координатами  $(\pm 8, -5)$  являются трикритическими. В угловой фазе  $\Phi^>$  угол  $\chi_0$  при  $\tau/k_2^* < -5$  непрерывно изменяется от 0 до  $\pi$ . В случае  $\tau/k_2^* > -5$  угол  $\chi_0$  изменяется от  $\varphi_0/2$  до  $\pi - \varphi_0/2$ . Здесь  $\varphi_0$  изменяется от 0 до  $\pi$  при возрастании  $\tau/k_2^*$  от -5 до 0. Кривые, разделяющие метастабильные фазы, описываются уравнениями  $eh/k_2^* = \pm(2(1 - \tau/k_2^*)/3)^{3/2}$ ;  $eh/k_2^* = \pm 2(\tau/k_2^* + 1)$ .

## 2. Магнитоупругие волны и солитоны

Теперь переходим к рассмотрению влияния внешних воздействий на спектр магнитоупругих волн. Возбуждением электрополяризационных волн будем пренебрегать. В этом случае вектор электрической поляризации  $\mathbf{P}$  квазиравновесно подстраивается к магнитоупругим колебаниям. Затуханием как спиновых, так и упругих степеней свободы в системе будем также пренебрегать. Рассмотрим волны, распространяющиеся вдоль оси  $x'$  ( $\mathbf{k} \parallel x'$ ). Исходя из уравнения Ландау–Лифшица и уравнения движения упругой среды, можно получить

следующее дисперсионное уравнение:

$$\left[ (\omega^2 - c^2 k^2 - \omega_{AF}^2) (\omega^2 - S_{44}^2 k^2) - \frac{\gamma^2 H_E B_{44}^2 \cos^2 \chi_0}{\rho M_0} k^2 \right] \times \left[ (\omega^2 - c^2 k^2 - \omega_{QF}^2) (\omega^2 - S_1^2 k^2) (\omega^2 - S_2^2 k^2) - (\omega^2 - S_1^2 k^2) \frac{\gamma^2 H_E b^2 \cos^2 2\chi_0}{\rho M_0} k^2 - (\omega^2 - S_2^2 k^2) \frac{\gamma^2 H_E B_{66}^2 \sin^2 2\chi_0}{\rho M_0} k^2 \right] = 0,$$

где  $c = \gamma \sqrt{AH_E/M_0}$  — минимальная фазовая скорость спиновых волн,  $\rho$  — плотность среды;  $\gamma$  — гиромангнитное отношение;  $S_{ii}^2 = C_{ii}/\rho$  ( $i = 4, 6$ );  $S_1^2 = (C_{11} + C_{12} + 2C_{66})/2\rho$ ,  $S_2^2 = (C_{11} - C_{12})/2\rho$ ,  $e_{ik}^0$  — спонтанные деформации [10]. Решение дисперсионного уравнения дает пять ветвей спектра: антиферромагнитную с щелью  $\omega_{AF}$ , квазиферромагнитную с щелью  $\omega_{QF}$ , где

$$\omega_{AF} = \gamma \left\{ \frac{H_E}{2M_0} (2K - K_2 \cos^2 2\chi_0) + H^2 + \varkappa_\perp (3\gamma_2 + 2\gamma_3) E H \cos \chi_0 - \frac{H_E}{M_0} \left[ 2(B_{31} - B_{33}) e_{zz}^0 + (B_{11} + B_{12} - 2B_{13}) (e_{xx}^0 + e_{yy}^0) + 2B_{66} e_{xy}^0 \cos 2\chi_0 - b \sin 2\chi_0 (e_{xx}^0 - e_{yy}^0) \right] \right\}^{1/2},$$

$$\omega_{QF} = \gamma \left\{ 2H_E H_{ms6} \left[ \frac{H_{ms}}{H_{ms6}} \cos^2 2\chi_0 + \sin^2 2\chi_0 + \frac{1}{2} eh \cos \chi_0 + \tau \cos 2\chi_0 - k_2^* \cos 4\chi_0 \right] \right\}^{1/2} \quad (5)$$

и три квазиакустические волны со скоростями  $v_{x'}$ ,  $v_{y'}$ ,  $v_z$ , поляризованные вдоль осей  $x'$ ,  $y'$  и  $z$  соответственно (их выражения не приводятся из-за громоздкости).

Проанализируем частоты только тех волн, которые сильно зависят от механического напряжения, электрического и магнитного полей. В симметричной фазе  $\Phi^0$  квадрат частоты квазиакустической волны, поляризованной вдоль оси  $y'$ , имеет следующий вид

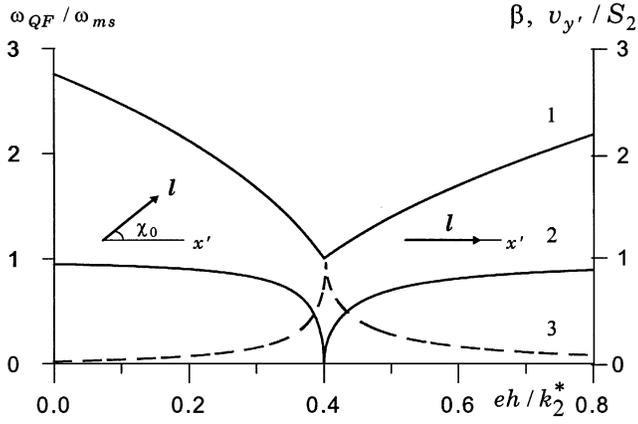
$$\omega^2 = S^2 k^2 + r k^4, \quad (6)$$

где

$$S^2 = S_2^2 \left( 1 - \frac{\omega_{ms}^2}{\omega_0^2} \right),$$

$$r = \frac{\omega_{ms}^2}{\omega_0^4} (c^2 - S^2) S_2^2. \quad (7)$$

Здесь  $\omega_0 = \omega_{QF}(\chi_0 = 0)$  — щель в спектре квазиферромагнитной ветви спиновых волн в симметричной фазе.



**Рис. 3.** Зависимости частоты квазиферромагнитной ветви (1), скорости квазизвуковой ветви  $v_{y'}$  (2) и коэффициента двулучепреломления  $\beta$  (3) от электрического  $e$  и магнитного  $h$  полей при  $\tau/k_2^* = 0.8$ .

Минимальное значение частоты  $\omega_0$  в точке фазового перехода определяет так называемую магнитоупругую щель для магнонов [10]

$$\omega_{0 \min} = \omega_{ms} = \gamma \sqrt{2H_E H_{ms}}.$$

При приближении к точке фазового перехода по электрическому полю, при фиксированном значении механического напряжения и магнитного поля, скорость  $v_{y'} = S$  поперечной квазиакустической волны можно уменьшать до нуля. В антиферромагнетиках с низкой температурой Нееля возможна ситуация, когда вдали от точки фазового перехода скорость квазиакустической волны  $S$  оказывается больше минимальной фазовой скорости спиновых волн  $c$ . При приближении к точке фазового перехода ситуация может измениться на противоположную. При этом изменяется знак дисперсии  $r$  поперечной квазиакустической моды. Последнее обстоятельство, как будет показано далее, позволяет управлять устойчивостью магнитоупругих солитонов с помощью электрического поля.

В дальнейшем проанализируем случай  $K_2^* > 0$  и  $\tau/k_2^* < 1$ . В этом случае переход от угловой фазы к симметричной фазе, как было показано выше, происходит как фазовый переход второго рода. Этот переход при  $\tau/k_2^* \approx 1$  по электрическому и магнитному полям может иметь место в реально достижимых пределах. На рис. 3 изображены зависимости частоты  $\omega_{QF}$  квазиферромагнитной ветви (1), скорости  $v_{y'}$  поляризованной вдоль оси  $y'$  квазиакустической волны (2) и коэффициента акустического двулучепреломления  $\beta = (v_z - v_{y'})/v_z$  (3) от электрического и магнитного полей при  $\tau/k_2^* = 0.8$ . Видно, что вблизи точки фазового перехода по механическому напряжению коэффициент двулучепреломления может быть изменен с помощью электрического или магнитного полей в весьма широких пределах. В настоящее время нам неизвестны магнитоэлектрические кристаллы, у которых экспериментально

определены все константы, необходимые для расчетов. Поэтому при расчетах использовались типичные значения параметров кристаллов:  $M_0 \approx 150$  Gs;  $H_E \approx 150$  kOe;  $\rho \approx 5$  g/cm<sup>3</sup>;  $c \approx 2 \cdot 10^5$  cm/s;  $b, B_{66} \approx 5 \cdot 10^6$  erg/cm<sup>3</sup>;  $C_{11} \approx 2.2 \cdot 10^{12}$  erg/cm<sup>3</sup>;  $C_{12} \approx 0.8 \cdot 10^{12}$  erg/cm<sup>3</sup>;  $C_{66} \approx 0.5 \cdot 10^{12}$  erg/cm<sup>3</sup>;  $K_2^* \approx 10^3$  erg/cm<sup>3</sup>;  $\gamma_2 \kappa_{\perp} \approx 0.3$  (это соответствует магнитоэлектрической восприимчивости  $\alpha \approx 3 \cdot 10^{-4}$ , при этом единице измерения нормированного значения электрического поля  $e$  в СИ соответствует примерно 10 kV/m).

Переходим к рассмотрению нелинейных магнитоупругих возбуждений относительно основного состояния с  $\chi_0 = 0$ , распространяющихся вдоль оси  $x'$ . Штрихи у координат в дальнейшем будем опускать. Ограничимся рассмотрением области частот  $\omega \ll \sqrt{2H_E H_A}$ , где  $H_A = K/2M_0$ , что позволяет пренебречь возбуждением антиферромагнитной ветви спектра спиновых волн. Тогда плотность функции Лагранжа имеет следующий вид:

$$L = \frac{M_0}{2\gamma^2 H_E} (\chi^2 - c^2 \chi_x^2) + M_0 H_{ms6} \left( eh \cos \chi + \frac{1}{2} (1 + \tau) \cos 2\chi - \frac{1}{8} k_2 \cos 4\chi \right) - \frac{1}{2} b u_{xy} \sin 2\chi - \frac{1}{2} B_{66} u_{xx} \cos 2\chi - \frac{1}{2} \rho (S_1^2 u_{xx}^2 + S_{44}^2 u_{xz}^2 + S_2^2 u_{xy}^2 - u^2).$$

Здесь  $u_{xi} = \partial u_i / \partial x$ , ( $i = x, y, z$ ) — отклонение тензора деформаций от значения в основном состоянии;  $k_2 = K_2/2M_0 H_{ms6}$ .

При рассмотрении взаимодействия квазиакустических волн предположим, что колебания намагниченности подрешеток квазиравновесно подстраиваются к упругим деформациям. В этом случае можно применить вариант редуцированной теории возмущений, основанный на растяжении координат [12]. Воспользовавшись уравнениями Эйлера–Лагранжа, в которых оставлены нелинейные слагаемые до третьего порядка по малым отклонениям  $\chi$  и  $u_{xi}$ , можно получить для поперечной компоненты тензора деформаций  $U \equiv u_{xy}$  модифицированное уравнение Кортевега-де-Фриза (МКДФ)

$$2S \frac{\partial U}{\partial t} - r \frac{\partial^3 U}{\partial \zeta^3} + q \frac{\partial}{\partial \zeta} U^3 = 0, \quad q = \frac{5b^4 \gamma^8 H_E^4 H_{ms6}}{2\rho M_0^3 \omega_0^8} \left[ eh + \frac{8}{5} \left( \tau + 1 - \frac{S_{66}^2}{S_1^2 - S^2} \right) \right]. \quad (8)$$

Здесь  $\zeta = x - St$ . Остальные отличные от нуля динамические переменные можно представить следующим образом:

$$\chi = \frac{b\gamma^2 H_E}{M_0 \omega_0^2} U, \quad u_{xx} = \frac{b^2 B_{66} \gamma^4 H_E^2}{\rho M_0^2 (S_1^2 - S^2) \omega_0^4} U^2, \quad m_z - m_z^0 = -\frac{\gamma \gamma_2 \kappa_{\perp} E \chi^2 + 2\chi}{4\gamma H_E}, \quad P_x - P_x^0 = -\frac{M_0 \gamma_2 \kappa_{\perp}}{2\gamma H_E} (\gamma H \chi^2 + 2\chi), \quad P_y - P_y^0 = -\frac{M_0 \gamma_2 \kappa_{\perp}}{\gamma H_E} (\gamma H - \dot{\chi}) \chi.$$

Если выполняется условие  $rq < 0$  [7], то МКДФ (8) имеет солитонные решения. Односолитонное решение определяется формулой [12]

$$U = \frac{U_0}{\text{ch}(\xi/\Delta)},$$

$$U_0 = 2\sqrt{S\lambda/q}, \quad \Delta = \sqrt{|r|/(2S\lambda)}, \quad (9)$$

где  $\xi = x - x_0 - (S + \lambda)t$ ,  $\lambda > 0$ ,  $x_0$  — вещественные параметры. Параметр  $\lambda$  равен разности скорости солитона и скорости звука  $S$ . Условием применимости теории возмущений является  $\lambda \ll S$ . В рассматриваемом случае  $q > 0$ , поэтому солитоны существуют если  $r < 0$ , т.е.  $S > c$ . Условие существования солитона с учетом (7) можно переписать так

$$\frac{\gamma_2 \chi_{\perp} E H}{H_E} + \left( \frac{H_{ms6} \sigma \delta}{B_{66}} - \frac{K_2^*}{M_0} \right) > \frac{2H_{ms} c^2}{S_2^2 - c^2}, \quad S_2 > c. \quad (10)$$

В случае  $\tau < \tau_1$ , где

$$\tau_1 = k_2^* + \frac{H_{ms} c^2}{H_{ms6}(S_2^2 - c^2)}, \quad (11)$$

солитон может существовать только выше некоторого критического значения  $eh$ , равного  $2(\tau_1 - \tau)$ . Наоборот, при  $\tau \geq \tau_1$  солитон может существовать при  $eh > 0$ . Поэтому если приложить механическое напряжение немного меньшее, чем  $\tau_1$ , то можно управлять условием существования солитона с помощью слабых электрического и магнитного полей. Если  $\tau - \tau_1 + eh$  стремится к нулю, то  $r \rightarrow 0$ . Поэтому ширина солитона  $\Delta$  тоже стремится к нулю, а амплитуда солитона нуля не достигает. При  $h = 0.05$  ( $H = 7.5 \text{ kOe}$ ),  $\tau = 50$  ( $\sigma = 5 \cdot 10^8 \text{ dyn/cm}^3$ ),  $e = 200$  ( $E = 67$  единиц CGS =  $2 \text{ MV/m}^3$ ) и  $\lambda \approx 100 \text{ cm/s}$  параметры солитона следующие: амплитуда  $\sim 1 \cdot 10^{-5}$ , ширина  $\sim 2 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ , скорость распространения  $\sim 3 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$ , амплитуда угловых колебаний  $\chi$  вектора антиферромагнетизма  $\sim 0.03$ ,  $m_z - m_z^0 \sim 10^{-5}$ ,  $P_x - P_x^0 \sim 10^{-3}$  единиц CGS,  $P_y - P_y^0 \sim 0.1$  единиц CGS.

Анализ показывает, что выражение как для энергии, так и для импульса солитона представляет собой сумму двух слагаемых: прямо пропорционального и обратно пропорционального ширине солитона  $\Delta$ . Поскольку ширину солитона можно существенно изменить с помощью механических напряжений, электрического и магнитного полей, то можно сильно изменить импульс и энергию солитона. На рис. 4 показана зависимость приведенных значений импульса  $p/p_0$  (1) и энергии  $W/W_0$  (2) солитона от величины  $\tau - \tau_1 + eh$  ( $p_0, W_0$  — значения импульса и энергии солитона при  $\tau = \tau_1, eh = 5$ ) при не слишком малых  $\Delta$ .

Полученные результаты справедливы в случае выполнения условий  $\Delta \gg a_0$  ( $a_0$  — постоянная решетки

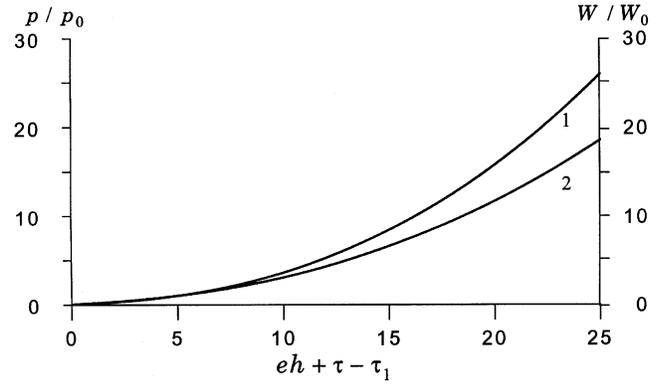


Рис. 4. Зависимость значений импульса (1) и энергии (2) солитона от величины  $\tau - \tau_1 + eh$ .

кристалла) и  $|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{l}| \approx 1$ . При  $r \rightarrow 0$  эти условия нарушаются. С другой стороны, при  $r \rightarrow 0$  в рамках рассмотренной геометрии полей поперечная упругая волна  $u_y$  становится бездисперсионной и солитоны типа (9) не существуют. Как было показано выше, с помощью электрического и магнитного полей можно добиться того, чтобы  $r \rightarrow 0$ , т.е. исчезновения указанного типа солитонов.

Плоский солитон вида (9) может быть неустойчив относительно возмущений, зависящих от координат  $u$  и  $z$  [7], поэтому необходимо учесть слабую зависимость от координат  $u$  и  $z$  (в линейном приближении). В результате приходим к модифицированному уравнению Кадомцева–Петвиашвили

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left( 2S \frac{\partial U}{\partial t} - r \frac{\partial^3 U}{\partial \zeta^3} + q \frac{\partial}{\partial \zeta} U^3 \right) = -a \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - S_{44}^2 \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}, \quad (12)$$

где

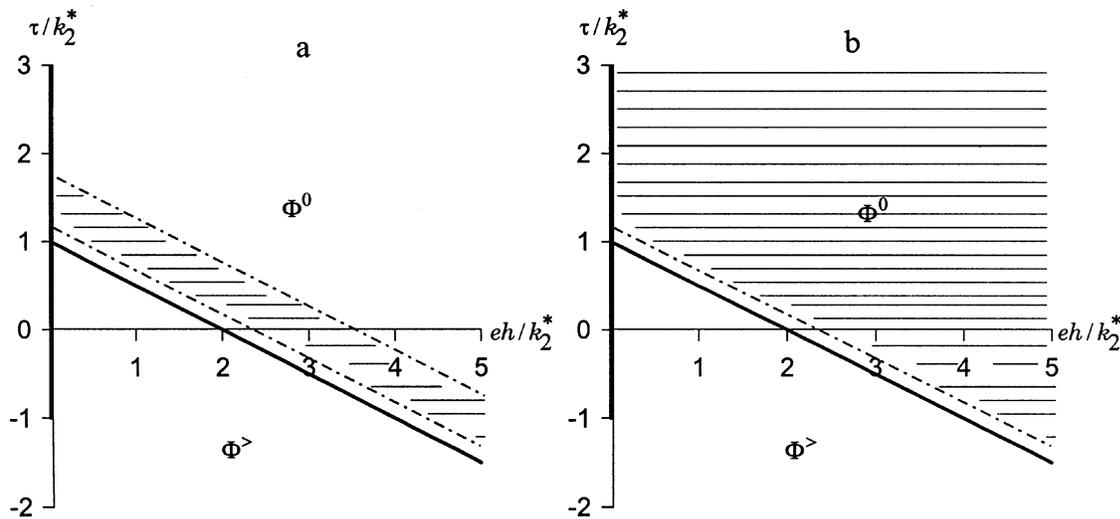
$$a = S_1^2 - (S_3^2 + S^2)^2 / (S_1^2 - S^2),$$

$$S_3 = \sqrt{(C_{11} + C_{12} - 2C_{66}) / 2\rho}.$$

При  $a > 0$  плоский солитон вида (9) устойчив [13]. Если анизотропия упругих свойств кристалла в базисной плоскости удовлетворяет условию

$$\frac{C_{11} - C_{12} - 2C_{66}}{C_{11} - C_{12}} > \frac{1}{5 - 2C_{12} / (C_{11} + C_{12})}, \quad (13)$$

то при изменении  $\tau, e$  и  $h$  величина  $a$  может изменить знак. В случае  $a < 0$  плоские одномерные солитоны неустойчивы относительно гофрировки [13]. При выбранных выше параметрах кристалла соотношение (13) выполняется. Тогда наряду с условием (10) для существования устойчивого солитона необходимо вы-



**Рис. 5.** Диаграмма устойчивости солитона МКДФ (область устойчивости заштрихована) в зависимости от механических напряжений, напряженностей электрического и магнитного полей при  $c < S_5 < S_2$  (а);  $c < S_2 < S_5$  (б).

полнение еще одного условия:  $S < S_5$  или

$$eh + 2(\tau - k_2^*) < \frac{2H_{ms}S_5^2}{H_{ms6}(S_2^2 - S_5^2)}, \quad S_2 > S_5,$$

$$S_5 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \sqrt{(2S_3^2 + S_1^2)^2 + 4(S_1^4 - S_3^4)} - (2S_3^2 + S_1^2) \right]^{1/2}. \quad (14)$$

С учетом (10) получаем следующие варианты: если  $c > S_2$  или  $c > S_5$ , то солитон неустойчив; если  $c < S_5 < S_2$ , то солитон устойчив в некоторой узкой области изменения  $\tau$ ,  $e$  и  $h$  (см. рис. 5, а); если  $c < S_2 < S_5$ , то солитон устойчив в области изменения  $\tau$ ,  $e$  и  $h$ , удовлетворяющей условию (10) (см. рис. 5, б).

Магнитоэлектрическое взаимодействие, как показано выше, может сильно изменить картину магнитных спин-переориентационных фазовых переходов, имеющих место в легкоплоскостных тетрагональных АФМ по внешнему давлению. На фазовой  $eh-\tau$  диаграмме появляются критические, трикритические точки и т. д. В зависимости от знака константы анизотропии в базисной плоскости переход по электрическому полю между симметричной и угловой фазами может происходить как фазовый переход первого или второго родов. Вблизи линий фазовых переходов скорость квазиакустических волн сильно зависит от напряженности электрического поля. Такая зависимость сильно сказывается и на условии существования одномерных магнитоупругих солитонов.

Магнитоэлектрические взаимодействия оказывают влияние не только на условие существования, но и на условие устойчивости одномерных магнитоупругих солитонов относительно гофрировки. Это имеет место при определенной анизотропии упругих свойств в базисной плоскости. Вблизи фазовых переходов второго рода условиями существования и устойчивости

солитонов можно управлять путем изменения параметра, соответствующего по крайней мере одному из трех видов внешних воздействий (механического напряжения, электрического и магнитного полей). Оценки, приведенные в работе, показывают, что существенные изменения характеристик магнитоупругих солитонов в АФМ с константой анизотропии в базисной плоскости  $\sim 10^2 \text{ J/cm}^3$  возможны при вполне достижимых на эксперименте величинах внешних воздействий ( $\sigma \sim 3 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ ,  $E \sim 1 \text{ MV/m}$ ,  $H \sim 1 \text{ MA/m}$ ), даже при не очень больших значениях магнитоэлектрической постоянной  $\alpha \approx 3 \cdot 10^{-4}$ . Антиферромагнетиками, в которых могут реализоваться рассмотренные выше явления, могут быть трирутилы вида  $\text{Cr}_2\text{TeO}_6$ ,  $\text{V}_2\text{WO}_6$  [14–16], редкоземельные фосфаты и ванадаты — соединения вида  $\text{HoPO}_4$  и  $\text{GdVO}_4$  [17–19], соединения вида  $\text{Sm}_2\text{CuO}_4$  [20].

### Список литературы

- [1] Е.А. Туров. Кинетические, оптические и акустические свойства антиферромагнетиков. Изд-во УрО АН, Свердловск (1990). 133 с.
- [2] А.И. Попов, Г.А. Есина, А.К. Звездин. ФТТ **38**, 10, 3091 (1996).
- [3] Е.А. Туров, В.В. Меньшенин, В.В. Николаев. ЖЭТФ **104**, 6, 4157 (1993).
- [4] В.В. Меньшенин, Е.А. Туров. ЖЭТФ **108**, 6, 2061 (1995).
- [5] V.V. Menshenin, I.F. Mirsaev, E.A. Turov. J. Magn. Magn. Mater. **1/4**, 1739 (1995).
- [6] V.I. Ozhogin, A.Yu. Lebedev. J. Magn. Magn. Mater. **15–18**, 617 (1980).
- [7] С.К. Турицын, Г.Е. Фалькович. ЖЭТФ **89**, 1, 258 (1985).
- [8] В.В. Киселев, А.П. Танкеев. ФММ **75**, 1, 40 (1993).
- [9] М.А. Шамсутдинов, А.Т. Харисов, А.П. Танкеев. ФММ **85**, 1, 43 (1998).

- [10] И.Е. Дикштейн, Е.А. Туров, В.Г. Шавров. В сб.: Динамические и кинетические свойства магнетиков. Наука, М. (1986). С. 68.
- [11] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Статистическая физика. Ч. 1. Наука, М. (1995). 608 с.
- [12] Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. Мир, М. (1988). 696 с.
- [13] Б.Б. Кадомцев, В.И. Петвиашвили. ДАН СССР **192**, 753 (1970).
- [14] W. Kunmann, S. La Placa, L.M. Corliss, J.M. Hasting, E. Banks. J. Phys. Chem. Solids **29**, 1359 (1968).
- [15] R.M. Hornreich. Int. J. Magn. **4**, 321 (1973).
- [16] A.H. Cook, S.J. Swithenby, M.R. Wells. Int. J. Magn. **4**, 309 (1973).
- [17] G.T. Rado. Phys. Rev. Lett. **23**, 644 (1969).
- [18] G.T. Rado, J.M. Ferrari, W.G. Maisch. Phys. Rev. **B29**, 4041 (1984).
- [19] S. Bluck, H.G. Kahle. J. Phys. **C21**, 5193 (1988).
- [20] H. Wiegmann, I.M. Vitebsky, A.A. Stepanov, A.G.M. Jansen, P. Wyder. Phys. Rev. **B55**, 22, 15 304 (1997).