# 07 Зондирование случайного фазового объекта сфокусированным пространственно-модулированным

## лазерным пучком. Метод интегрального сканирования

#### © В.П. Рябухо, А.А. Чаусский, А.Е. Гриневич

Институт проблем точной механики и управления РАН, Саратов Саратовский государственный университет

#### Поступило в Редакцию 16 апреля 1999 г.

В телескопической системе с освещающим пространственно модулированным лазерным пучком, рассеивателем во входной плоскости и случайным фазовым экраном в пространственно-частотной плоскости рассмотрен процесс формирования интерференционных полос средней интенсивности в плоскости изображения рассеивателя. Показано, что система может работать в режиме интерферометра сдвига при независимости контраста полос от характеристик рассеивателя. Получены аналитические выражения для контраста полос от параметров экрана и освещающего пучка, установлено влияние статистической анизотропии экрана на контраст полос.

В [1–3] установлена возможность определения параметров фазовых неоднородностей объекта, удовлетворяющего модели "случайный фазовый экран" [4–5], с помощью зондирующего пространственномодулированного лазерного пучка (ПМЛП), сфокусированного на поверхность экрана. Для наблюдения интерференционных полос средней интенсивности, несущих информацию о параметрах неоднородностей, в [1–3] предполагалось движение объекта или неоднородностей относительно зондирующего ПМЛП. Эквивалентное усреднение реализуется при сканировании лазерным пучком по объекту. В настоящей работе рассматривается альтернативный способ получения полос средней интенсивности при неподвижных объекте и зондирующем ПМЛП. Способ заключается в одновременном зондировании объекта множеством одинаковых сфокусированных ПМЛП, получаемых с помощью первичного,

5



**Рис. 1.** Телескопическая схема измерительной системы с освещающим пространственно-модулированным лазерным пучком, рассеивателем во входной плоскости и контролируемым объектом в пространственно-частотной плоскости. SMLB — освещающий пространственно-модулированный лазерный пучок с параллельными интерференционными полосами;  $L_1$ ,  $L_2$  — собирающие линзы;  $S_1$  — рассеиватель в передней фокальной плоскости линзы  $L_1$ ;  $S_2$  — контролируемый объект в задней фокальной плоскости линзы  $L_1$ ;  $S_1'$  — изображение рассеивателя  $S_1$ .

вспомогательного рассеивателя, выполняющего роль нерегулярной дифракционной решетки.

Оптическая схема представлена на рис. 1. В отсутствие рассеивателя  $S_1$  объект  $S_2$  освещается сфокусированным ПМЛП и для наблюдения полос средней интенсивности необходимо поперечное смещение объекта [1–3]. Рассеиватель  $S_1$  мультиплицирует ПМЛП — дифракционное поле за ним можно представить в виде множества ПМЛП, распространяющихся по разным направлениям и одновременно зондирующих объект  $S_2$ . Дифракционные картины от этих пучков в результате некоррелированного сложения в изображении рассеивателя  $S_1$  образуют полосы средней интенсивности.

Процесс формирования интерференционных полос в изображении  $S'_1$  допускает и другую интерпретацию, более удобную для формального анализа. Действительно, поскольку рассеиватель  $S_1$  освещается двумя волнами с отличающимися на угол  $\theta$  направлениями распространения, то за ним формируются два идентичных спекл-поля, распространяющих-ся под углом  $\theta$  друг к другу [6]. В задней фокальной плоскости линзы  $L_1$  поля приобретут поперечный сдвиг  $\rho_0 = \theta f = \lambda f / \Lambda$ , где  $\Lambda$  — период полос в ПМЛП. Из-за этого сдвига спекл-поля за объектом  $S_2$  станут частично декоррелированными и в плоскости изображения, где сдвиг

полей опять станет равным нулю, произойдет уменьшение контраста полос средней интенсивности. Следовательно, контраст полос должен определяться модулем нормированной функции корреляции  $B_{12}(\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\rho}_0)$  интерферирующих полей  $U_1(\boldsymbol{\zeta})$  и  $U_2(\boldsymbol{\zeta})$  в плоскости изображения:

$$V = V_0 \left| \frac{B_{12}(\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\rho}_0)}{B_{12}(\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\rho}_0 = 0)} \right|, \quad B_{12}(\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\rho}_0) = \langle U_1(\boldsymbol{\zeta}) U_2^*(\boldsymbol{\zeta}) \rangle, \quad (1)$$

где V<sub>0</sub> — контраст полос в освещающем рассеивателе S<sub>1</sub> ПМЛП; угловые скобки обозначают операцию статистического усреднения.

Пусть рассеиватель S<sub>1</sub> и объект S<sub>2</sub> — случайные фазовые экраны с функциями пропускания  $t_1(\mathbf{r})$  и  $t_2(\boldsymbol{\rho})$ . Тогда, используя два последовательных фурье-преобразования и полагая, что все рассеянное поле попадает в апертуры линз, для  $U_1(\boldsymbol{\zeta})$  можно записать

$$U_{1}(\boldsymbol{\zeta}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{0}(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k}_{1}\mathbf{r})t_{1}(\boldsymbol{\rho}_{1})$$
$$\times \exp\left(i\frac{k}{f}\mathbf{r}\boldsymbol{\rho}\right)t_{2}(\boldsymbol{\rho})\exp\left(i\frac{k}{f}\boldsymbol{\zeta}\boldsymbol{\rho}\right)d^{2}\mathbf{r}d^{2}\boldsymbol{\rho}, \qquad (2)$$

где  $U_0(\mathbf{r})$  — комплексная амплитуда одной из волн в ПМЛП,  $\mathbf{k}_1$  — волновой вектор этой волны. Выражение для  $U_2(\boldsymbol{\zeta})$  имеет аналогичный вид с заменой вектора  $\mathbf{k}_1$  на  $\mathbf{k}_2$ , причем  $|\Delta \mathbf{k}_{12}| = |\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2| = k2 \sin(\theta/2)$ .

Подстановка (2) для  $U_1(\zeta)$  и  $U_2(\zeta)$  в (1), замена порядка выполнения интегрирования и усреднения, учет независимости случайных функций  $t_1(\mathbf{r})$  и  $t_2(\rho)$  приводят к следующему выражению для функции корреляции комплексных амплитуд полей в плоскости изображения:

$$B_{12}(\boldsymbol{\zeta}, \Delta \mathbf{k}_{12}) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle I_f(\boldsymbol{\rho}) \rangle d^2 \boldsymbol{\rho} \int_{-\infty}^{\infty} B_f\left(\Delta \boldsymbol{\rho} + \frac{f}{k} \Delta \mathbf{k}_{12}\right) \\ \times \mu_{t2}(\Delta \boldsymbol{\rho}) \exp\left(-i\frac{k}{f} \boldsymbol{\zeta} \Delta \boldsymbol{\rho}\right) d^2 \Delta \boldsymbol{\rho}, \tag{3}$$

где  $\langle I_f(\boldsymbol{\rho}) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu_{t1}(\Delta \mathbf{r}) \exp(i\frac{k}{f}\Delta \mathbf{r}\boldsymbol{\rho}) d^2 \Delta \mathbf{r}$  — средняя интенсивность в задней фокальной плоскости линзы  $L_1$  (пространственный спектр рессеивателя  $S_1$ ); функция  $B_f(\Delta \boldsymbol{\rho}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_0(\mathbf{r}) \times I_0(\mathbf{r})$ 

× exp $(i_f^k \Delta \rho \mathbf{r}) d^2 \mathbf{r}$  — автокорреляционная функция поля, освещающего объект S<sub>2</sub>;  $I_0(\mathbf{r}) = |U_0(\mathbf{r})|^2$  — средняя интенсивность в ПМЛП;  $\mu_{t1}(\Delta \mathbf{r})$ ,  $\mu_{t2}(\Delta \rho)$  — нормированные автокорреляционные функции коэффициентов пропускания  $t_1(\mathbf{r})$  и  $t_2(\rho)$  рассеивателя S<sub>1</sub> и объекта S<sub>2</sub>.

Подстановка (3) в (1) показывает, что контраст полос не зависит от  $\langle I_f(\boldsymbol{\rho}) \rangle$  и от  $\mu_{t1}(\Delta \mathbf{r})$ , то есть не зависит от свойств рассеивателя S<sub>1</sub>.

При достаточно большой апертуре освещающего ПМЛП, при которой ширина функции  $B_f(\Delta \rho)$  существенно меньше ширины функции  $\mu_{t_2}(\Delta \rho)$ , так что  $B_f(\Delta \rho)$  можно заменить  $\delta$ -функцией, выражение для контраста полос принимает исключительно простой вид

$$V = V_0 \mu_{t_2} \left( \rho_0 = \frac{f}{k} \Delta \mathbf{k}_{12} \right).$$
(4)

Контраст определяется нормированной функцией корреляции граничного поля за объектом в зависимости от величины и направления взаимного сдвига  $\rho_0$ , т.е. от периода  $\Lambda$  и ориентации полос в ПМЛП. Таким образом, рассматриваемая схема работает в режиме интерферометра сдвига с зависимостью контраста полос от статистической анизотропии объекта.

При произвольной апертуре 2W освещающего ПМЛП аналитическое выражение для контраста полос удается получить при следующих предположениях: распределение интенсивности  $I_0(\mathbf{r})$  имеет гауссову форму,  $I_0(\mathbf{r}) = I_0 \exp(-2\mathbf{r}^2/W^2)$ ; неоднородности объекта подчиняются нормальной статистике, а их коэффициент корреляции  $K_{\phi}(\Delta \rho)$  имеет гауссову форму,  $K_{\phi}(\Delta \rho) = \exp(-\Delta \rho^2/l_{\phi}^2)$ , где  $l_{\phi}$  — радиус корреляции неоднородностей. Тогда для  $\mu_{l_2}$  ( $\Delta \rho$ ) применимо приближение [2]  $\mu_{l_2}(\Delta \rho) \approx (1 - \exp(-\sigma_{\phi}^2)) \exp(-\Delta \rho^2/\rho_{\perp}^2) + \exp(-\sigma_{\phi}^2)$ , где  $\sigma_{\phi}^2$  — дисперсия фазовых флуктуаций, а  $\rho_{\perp} = l_{\phi}[-\ln\{\sigma_{\phi}^{-2}\ln[\exp(-1)(\exp(\sigma_{\phi}^2)-1)+1]\}]^{1/2}$  — радиус корреляции поля за объектом  $S_2(\rho_{\perp} \approx l_{\phi})$ , для  $\sigma_{\phi} \leq 1$ ,  $\rho_{\perp} \approx l_{\phi}/\sigma_{\phi}$  для  $\sigma_{\phi} > 1$ ).

Учет этих приближений в (3) позволяет получить для контраста полос (1) в параксиальной области изображения  $\boldsymbol{\zeta} = 0$  следующее выражение:

$$V = V_0 \frac{\mu_0 + (1 - \mu_0)\rho_{\perp}^2 (\rho_{\perp}^2 + \rho_f^2)^{-1} \exp\left[-\rho_0^2 / (\rho_{\perp}^2 + \rho_f^2)\right]}{\mu_0 + (1 - \mu_0)\rho_{\perp}^2 (\rho_{\perp}^2 + \rho_f^2)^{-1}}, \quad (5)$$

где  $\mu_0 = \exp(-\sigma_{\phi}^2)$ ,  $\rho_f = \sqrt{2}\lambda f/\pi W$  — радиус корреляции поля, совещающего объект S<sub>2</sub>. Отметим, аналогичное выражение для



**Рис. 2.** Контраст интерференционных полос средней интенсивности в изображении рассеивателя. a — в зависимости от периода полос  $\Lambda$  в освещающем пучке для объекта с  $\sigma_{\phi} = 1.15$  и  $l_{\phi} = 17 \,\mu\text{m}$  при различных значениях апертуры 2W пучка и соответственно различных значениях радиуса корреляции зондирующего объект поля  $\rho_f$  при  $f = 110 \,\text{mm}$ .  $I - 2W = 3 \,\text{mm}$ ,  $\rho_f = 20.8 \,\mu\text{m}$ ;  $2 - 2W = 5 \,\text{mm}$ ,  $\rho_f = 12.5 \,\mu\text{m}$ ;  $3 - 2W = 12 \,\text{mm}$ ,  $\rho_f = 5.2 \,\mu\text{m}$ ; b — в зависимости от апертуры пучка при различных значениях периода полос:  $I - \Lambda = 8 \,\text{mm}$ ,  $2 - \Lambda = 5.5 \,\text{mm}$ ,  $3 - \Lambda = 3 \,\text{mm}$ .

контраста полос получается при использовании одиночного ПМЛП, сфокусированного на поверхность движущегося объекта, при равенстве  $\rho_f = \sqrt{2}w_0$ , где  $w_0$  — радиус перетяжки сфокусированного гауссова пучка. При достаточно малом периоде полос  $\Lambda$ , когда  $\rho_0^2 > \rho_{\perp}^2 + \rho_f^2$ , исчезает зависимость контраста полос от статистической анизотропии объекта.

Теоретические результаты с достаточно высокой точностью согласуются с экспериментальными. На рис. 2 приведены экспериментальные точки и теоретические графики, полученные с использованием (5), относительного контраста полос  $V/V_0$  в зависимости от периода полос  $\Lambda$  и апертуры 2W освещающего ПМЛП.

Формирование изображения интерференционных полос в схеме на рис. 1 может быть также рассмотрено с позиций классического анализа линейных оптических систем [5]. Однако используемый в работе подход более нагляден с физической точки зрения, позволяет установить аналогии с процессами формирования интерференционных картин в схемах с одиночным зондирующим ПМЛП [1–3]. Следует также отметить, что полученные результаты могут быть распространены и на оптические системы формирования изображения более общего вида.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 96-15-96389. Программа "Ведущие научные школы РФ".

### Список литературы

- [1] Рябухо В.П., Чаусский А.А. // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. В. 16. С. 57-62.
- [2] Рябухо В.П., Чаусский А.А. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. В. 19. С. 47-53.
- [3] Рябухо В.П., Чаусский А.А. // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. В. 1. С. 56-61.
- [4] Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский Б.И. Введение в статическую радиофизику.Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.
- [5] Гудмен Дж. Статистическая оптика / Пер. с англ. М.: Мир, 1988. 528 с.
- [6] Рябухо В.П., Аветисян Ю.А., Суманова А.Б. // Оптика и спектроскопия. 1995. Т. 79. В. 2. С. 299–306.