

01;03

Смешанный кинетико-гидродинамический уровень описания дисперсных жидкостей

© В.Я. Рудяк

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет

Поступило в Редакцию 19 июля 1999 г.

Показано, что дисперсные жидкости (газовзвеси и суспензии) могут описываться на гидродинамическом уровне лишь в ограниченной области изменения параметров течения. Предложена смешанная кинетико-гидродинамическая модель описания течений дисперсных жидкостей.

Обычно эволюцию дисперсных жидкостей, газовзвесей или суспензий, описывают с помощью уравнений гидродинамики (см., например, [1,2]). Гидродинамический уровень описания дисперсных жидкостей возможен, однако, лишь если соответствующие характерные временной τ_L и пространственный L масштабы течения существенно отличаются от максимальных кинетических. Гидродинамический уровень описания будет одножидкостным (односкоростным и однотемпературным), если дисперсная жидкость является достаточно однородной. Характерным признаком односкоростного режима течения смеси газов, жидкостей или дисперсных жидкостей является описание всей системы в целом одним набором среднемассовых макроскопических характеристик. Это возможно, если в системе можно выделить некоторый гидродинамический физически бесконечно малый масштаб r_h , такой что

$$r_h \gg l_i \gg r_{0i}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где r_{0i} — характерные размеры частиц дисперсной жидкости (молекул и частиц), l_i — длина свободного пробега частиц i -го компонента (i -й фазы). Гидродинамический физически бесконечно малый объем $v_h \sim r_h^3$ является точкой в пространстве изменения гидродинамических переменных.

Многожидкостный гидродинамический режим течения возможен, если система достаточно неоднородна, так что времена релаксации в системе в целом и внутри каждого компонента существенно разли-

чаются. Кроме того, чтобы каждый из компонентов (фаз) описывался гидродинамически, должно выполняться условие

$$r_{hi} \gg l_i \gg r_{0i}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

где r_{hi} — гидродинамический физически бесконечно малый масштаб i -го компонента смеси (i -й фазы). Конечно, гидродинамические физически бесконечно малые масштабы для несущего компонента r_{hf} и дисперсного r_{hp} могут достаточно сильно отличаться.

Условия (1) и в особенности (2) достаточно жесткие. Последнее для реальных систем будет выполняться в общем случае лишь для молекулярных или мелкодисперсных систем. Для средне- и крупнодисперсных систем преимущественным является многожидкостный режим течения. Вместе с тем понятно, что если частицы достаточно крупные, само условие существования гидродинамического описания дисперсной жидкости выполнить не удастся и его нельзя использовать. Использование в таких случаях гидродинамического уровня описания приводит к многочисленным парадоксам. Примером такого рода является индуцирование бесконечной скорости у твердой дисперсной частицы вблизи поверхности.

Распространенной является ситуация, когда несущий компонент может описываться гидродинамически, а дисперсный нет (с такой ситуацией мы сталкиваемся, например, при изучении течения крупнодисперсной жидкости в пограничном слое). В подобных случаях следует использовать смешанный уровень описания: несущий компонент, газ или жидкость, описываются гидродинамически, а дисперсный, частицы, — кинетически. Построение такого смешанного описания и является целью данной статьи.

Пусть несущая среда не является сильно разреженным газом. Тогда ее динамика будет описываться уравнениями гидродинамики, в которые входят также силы межфазного взаимодействия \mathbf{F}_m и F_e

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} &= 0, \\ \rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{P} &= \mathbf{F}_m, \\ \frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot E \mathbf{u} + \mathbf{P} : \nabla \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{q} &= F_e. \end{aligned} \quad (3)$$

Динамика же дисперсного компонента в общем случае будет описываться кинетическим уравнением

$$\frac{\partial F_p}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \frac{\partial F_p}{\partial \mathbf{R}} = J_{pp}(F_p F_p) + J_{pg}(F_p F_g) \quad (4)$$

для одночастичной функции распределения частиц F_p . Здесь J_{pp} и J_{pg} — интегралы столкновения, \mathbf{V} , \mathbf{R} — соответственно скорость и координата центра масс частицы.

Если только газозвеси или суспензии не слишком плотные, интеграл столкновений частиц J_{pp} можно моделировать интегралом столкновений Больцмана. В сильно разреженных газозвесях и суспензиях взаимодействием частиц можно пренебречь и уравнение (4) существенно упрощается, интеграл столкновений частиц J_{pp} в этом случае можно опустить.

Для разреженных газозвесей интеграл столкновений частиц с молекулами J_{pg} тоже можно моделировать интегралом столкновений уравнения Больцмана. При столкновении молекулы с дисперсной частицей скорость последней изменяется слабо, так как ее масса M много больше массы молекулы m : $\mu = m/M \ll 1$. Раскладывая интеграл столкновений Больцмана в ряд по малому параметру μ , легко убедиться, что он сводится к интегралу столкновений Фоккера–Планка [3]. Для более плотных газозвесей в некоторых случаях интеграл столкновений J_{pg} можно моделировать интегралом столкновений Энскога [4]. Однако и в этом случае он будет сводиться к интегралу столкновений Фоккера–Планка.

В общем случае интеграл столкновений дисперсных частиц с молекулами несущей среды не описывается интегралом столкновения Больцмана (или Энскога) даже в случае мелкодисперсных газозвесей [5]. Связано это с тем, что взаимодействие частицы с молекулами является по существу коллективным, за время порядка времени взаимодействия молекулы с частицей происходит много ее столкновений с молекулами. Однако безотносительно к виду интеграла столкновений в силу адиабатичности изменения функции F_p в импульсном пространстве, его также можно представить в форме интеграла столкновений Фоккера–Планка.

Вид коэффициента трения, входящего в уравнение Фоккера–Планка, будет определяться характером зависимости дисперсных частиц с несущей жидкостью. Если сила сопротивления, действующая со стороны несущей жидкости на частицу, описывается линейным законом

$\mathbf{F}_f = -\mathbf{F}_p = K_u(\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f)$, что широко используется при решении задач механики многофазных сред, то динамика сильно разреженной дисперсной среды будет описываться системой уравнений (3) и кинетическим уравнением

$$\frac{\partial F_p}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \frac{\partial F_p}{\partial \mathbf{R}} = K_u \frac{\partial}{\partial \mathbf{V}} \cdot (\mathbf{V} F_p) + K_u \frac{kT}{2M} \frac{\partial^2 F_p}{\partial V^2}. \quad (5)$$

Граничные условия для несущего компонента — это обычные условия прилипания (если только газ не слишком разреженный), а для функции распределения F_p — условия на поверхности.

В общем случае система уравнений может содержать дополнительные члены, связанные с более точным описанием межфазных сил, учетом термофоретической силы и т. д. При описании реальных течений может использоваться двухслойная схема решения задачи. Скажем, при изучении обтекания пластины течение вне пограничного слоя может описываться гидродинамически, а в пограничном слое с помощью системы уравнений (3)–(4). На границе пограничного слоя полученные результаты должны сшиваться. Применение системы уравнений (3)–(4) будет представлено в специальной работе.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 98–01–00719).

Список литературы

- [1] Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1975. 536 с.
- [2] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. I. М.: Наука, 1987. 464 с.
- [3] Montgomery D. // Phys. Fluids. 1971. V. 14. N 10. P. 2088–2090.
- [4] Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 510 с.
- [5] Рудяк В.Я. // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. В. 20. С. 77–80.