01;03

Влияние динамического поверхностного натяжения на инкремент неустойчивости Тонкса–Френкеля

© С.О. Ширяева, О.А. Григорьев

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Поступило в Редакцию 25 марта 1999 г.

На основе численного анализа дисперсионного уравнения для капиллярных движений жидкости с заряженной плоской свободной поверхностью, подверженной действию эффекта релаксации поверхностного натяжения, показано, что величина инкремента неустойчивости свободной поверхности жидкости убывает с увеличением характерного времени релаксации поверхностного натяжения и с уменьшением величины параметра Тонкса–Френкеля. Сама неустойчивость реализуется в ограниченном диапазоне волновых чисел, ширина которого также определяется величиной параметра Тонкса–Френкеля.

Эффект динамического поверхностного натяжения (эффект релаксации поверхностного натяжения), происходящий из-за наличия у поверхности многих электропроводных дипольных жидкостей двойного электрического слоя с конечным временем формирования и проявляющийся в зависимости величины коэффициента поверхностного натяжения от характерного времени внешнего воздействия (от частоты воздействия), представляет значительный интерес в связи с многочисленными приложениями в технике и технологии [1–5].

Проведенный ранее [1–5] анализ влияния эффекта релаксации поверхностного натяжения на закономерности реализации капиллярного движения жидкости с заряженной свободной поверхностью носит в основном качественный характер, поскольку проведен асимптотическими и численными методами, ориентированными на выявление качественных зависимостей. При численном анализе математических моделей физических явлений степень подробности получаемой информации существенно зависит от используемого способа обезразмеривания математико-физических выражений перед проведением численных расчетов. В численном анализе, проведенном в [2–5], частота, инкременты и декременты капиллярных движений жидкости обезразмеривались либо на частоту волновых движений заряженной свободной поверхности идеальной жидкости, либо на характерный декремент затухания капиллярных волн. В качестве же изменяющегося аргумента искомых комплексных частот капиллярных и релаксационных движений жидкости использовался безразмерный параметр, зависящий аддитивным образом от капиллярного давления и давления электрического поля на свободную поверхность жидкости и через них — от физических характеристик жидкости: плотности, капиллярной постоянной, коэффициента поверхностного натяжения, коэффициента вязкости, поверхностной плотности электрического заряда и от волнового числа. Это обстоятельство затруднило выявление в численном анализе [2–5] конкретных зависимостей характеристик капиллярного движения жидкости от таких величин, как волновое число k, параметр Тонкса–Френкеля W, характеризующий устойчивость заряженной свободной поверхности жидкости. В настоящей заметке на основе целенаправленного обезразмеривания будет исследован вопрос о конкретном влиянии волнового числа k, параметра W и характерного времени релаксации поверхностного натяжения τ_0 на величину инкремента неустойчивости Тонкса–Френкеля.

Рассмотрим задачу о расчете спектра капиллярных движений в идеально проводящей жидкости бесконечной глубины, подверженной эффекту релаксации поверхностного натяжения, находящейся в поле сил тяжести $\mathbf{g}$ и в нормальном к свободной поверхности электростатическом поле $\mathbf{E}$, индуцирующем на плоской свободной поверхности жидкости поверхностный заряд, однородно распределенный с поверхностной плотностью $\varkappa$. Пусть жидкость имеет плотность ρ, кинематическую вязкость ν и коэффициент поверхностного натяжения σ, являющийся функцией времени релаксационного вида [1]:

$$\sigma(t) = \sigma_0 + \sigma_* \exp(-t/\tau_0), \quad \sigma_* = \sigma_\infty - \sigma_0, \tag{1}$$

σ_0 — значение коэффициента поверхностного натяжения на нулевой частоте (т.е. равновесной поверхности жидкости), σ_∞ — значение коэффициента поверхностного натяжения на высоких частотах (при $\omega\tau \gg 1$); τ_0 — характерное время релаксации поверхностного натяжения (характерное время формирования двойного электрического слоя у поверхности жидкости), ω — комплексная частота капиллярных движений жидкости.

Если взять Фурье-образ от выражения (1) и подставить в дисперсионное уравнение для капиллярных движений вязкой жидкости с заряженной свободной поверхностью [6], которое относительно несложно получается обычными методами гидродинамики [6–8], то можно получить дисперсионное уравнение для капиллярных движений жидкости с заряженной свободной поверхностью, подверженной эффекту релаксации поверхностного натяжения в размерном виде [2–5]:

$$\left(\frac{\omega a^2}{\nu}+2ik^2a^2\right)^2+4k^4a^4\sqrt{1-\frac{i\omega a^2}{\nu k^2a^2}}$$
$$=\frac{ka^4}{\rho\nu^2}\left(g\rho+\left(\sigma_0-\frac{i\omega\tau_0\sigma_*}{1-i\omega\tau_0}\right)\cdot k^2-4\pi\varkappa^2k\right).$$

Вводя безразмерные переменные:

$$x=ka,\quad a=\sqrt{\sigma_0/\rho g},\quad y=\frac{\omega a^2}{\nu},$$

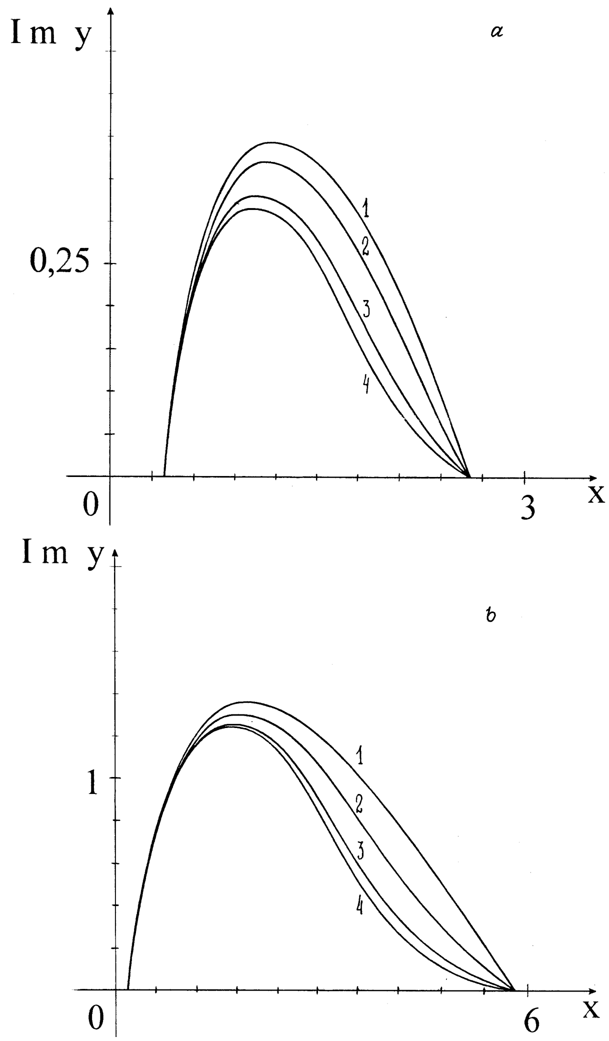
$$\tau=\frac{\tau_0\nu}{a^2},\quad \beta=\frac{\sigma_0 a}{\rho\nu^2},\quad \beta_0=\frac{\sigma_*}{\sigma_0},\quad W=\frac{4\pi\varkappa^2 a}{\sigma_0},$$

получим

$$[y+2ix^2]^2+4x^4\sqrt{1-\frac{iy}{x^2}}=\beta x\left(1+x^2-Wx-\frac{iy\tau x^2}{1-iy\tau}\beta_0\right). \qquad (2)$$

Дисперсионное уравнение (2), обезразмеренное указанным способом, в отличие от ранее использовавшихся способов обезразмеривания (см. [2–5]) содержит параметры W, τ и волновое число x в явном виде, а не опосредованно через более сложные параметры, что позволяет исследовать зависимости от них инкремента неустойчивости свободной поверхности жидкости напрямую.

Зависимости инкрементов неустойчивости, определяемых мнимой положительной компонентой безразмерной частоты, от безразмерного волнового числа x, рассчитанные по (2) при $\beta=1$, $\beta_0=0.3$ и при различных значениях величины характерного времени релаксации поверхностного натяжения τ, представлены на рисунке, a (для $W=3$) и рисунке, b (для $W=6$). Видно, что увеличение характерного времени релаксации τ приводит к незначительному (примерно на тридцать



Зависимость величины безразмерного инкремента неустойчивости заряженной свободной поверхности жидкости, подверженной действию эффекта релаксации поверхностного натяжения, от безразмерного волнового числа, рассчитанная при a — $W = 3$, b — $W = 6$; $\beta = 1$, $\beta_0 = 0.3$ и различных значениях характерного безразмерного времени релаксации поверхностного натяжения: *1* — $\tau = 0.2$, *2* — $\tau = 1$; *3* — $\tau = 5$; *4* — $\tau = 10$.

процентов при изменении τ в пятьдесят раз: от 0.2 до 10) уменьшению величины инкремента неустойчивости, но не изменяет спектра волн, вовлеченных в неустойчивое движение, при фиксированной плотности поверхностного заряда на свободной поверхности жидкости (при $W = \text{const}$). С увеличением поверхностной плотности заряда (при увеличении W) диапазон неустойчивых длин волн расширяется как в сторону капиллярных (в сторону больших значений волновых чисел), так и в сторону гравитационных волн (в сторону малых значений волновых чисел).

Список литературы

[1] *Быковский Ю.А., Маныкин Э.А., Полуэктов П.П.* и др. // ЖТФ. 1976. Т. 46. В. 11. С. 2211–2213.
[2] *Григорьев О.А.* // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. В. 24. С. 15–21.
[3] *Ширяева С.О., Григорьев О.А.* // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. В. 9. С. 83–88.
[4] *Григорьев О.А., Ширяева С.О.* // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1996. № 1. С. 98–105.
[5] *Ширяева С.О., Григорьев О.А., Григорьев А.И.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. В. 10. С. 31–46.
[6] *Григорьев А.И., Григорьев О.А., Ширяева С.О.* // ЖТФ. 1992. Т. 62. В. 9. С. 12–21.
[7] *Левич В.Г.* Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 699 с.
[8] *Алиев И.Н., Филиппов А.В.* // Магнитная гидродинамика. 1989. № 4. С. 94–98.