01;07

О влиянии внутренних отражений поля на параметры импульса сверхизлучения

© Ю.А. Аветисян

Институт проблем точной механики и управления РАН, Саратов

Поступило в Редакцию 24 февраля 1999 г.

Рассмотрено сверхизлучение (СИ) инвертированной двухуровневой среды, описываемое одномерными уравнениями Максвелла–Блоха без приближения плавного изменения амплитуд электрического поля вдоль образца. Показано, что с увеличением плотности начальной инверсии наблюдается переход от характерного для начальной стадии СИ так называемого "летаргического" режима усиления поля к режиму, близкому к обычному экспоненциальному закону. Это вызывает ускорение развития процесса и может приводить к синхронизации встречных импульсов СИ. Получены оценки для среднего значения задержек встречных импульсов и для критерия их коррелированности, существенно зависящей от кратности длины образца половине длины волны резонансного излучения. Обсуждается возможность реализации СИ в условиях сильной фазовой релаксации активной среды.

Спонтанное кооперативное излучение или сверхизлучение (СИ) представляет интерес как механизм генерации коротких импульсов когерентного излучения с пиковым значением интенсивности, пропорциональным квадрату концентрации инвертированных центров (атомов) N_0.

Ранее подробно рассматривался один аспект особенности СИ при больших значениях N_0: появление синхронизации встречных импульсов, излучающихся из противоположных концов инвертированной области (образца) удлиненной формы. Этот эффект, наблюдавшийся, например, в эксперименте [1], исследовался теоретически в работе [2], основанной на линейном приближении, применимом к начальной стадии процесса. В работах [3,4] рассматривались одномерные модели СИ с изначальным расщеплением электрического поля на бегущие во встречных направлениях вдоль образца волны, для которых принималось приближение плавно меняющихся амплитуд (ППМА) и феноменологически вводились нерезонансные коэффициенты отражения.

Однако строгое описание резонансного отражения от границ образца может быть получено лишь при решении уравнений Максвелла–Блоха без использования ППМА [5]. При этом автоматически учитывается вторичный эффект $\lambda/2$-модуляции инверсии (λ — длина волны резонансного излучения), возникающий из-за образования стоячих волн в образце [6,7]. В основанной на таком подходе работе [8] отмечались следующие особенности.

1. Сильная зависимость коэффициентов корреляции задержек встречных импульсов от кратности длины образца L величине $\lambda/2$ (максимальная корреляция при L, равном нечетному числу $\lambda/4$, и практически полная некоррелированность при L, кратном $\lambda/2$).

2. Наблюдающееся ускорение процесса (среднее время задержки пропорционально логарифму числа первоначально инвертированных атомов $(\ln \mathrm{N})$, а не $(\ln \mathrm{N})^2$, как это имело место при обычном подходе без учета отражений).

Однако область применимости этих результатов (полученных численным методом для сравнительно коротких образцов с $L \sim 4 \div 22\lambda$) и их физическая сущность остались во многом невыясненными. Заметим, что в упрощенных моделях [2–4] об упомянутых особенностях не сообщалось.

В настоящей работе на основании численного и найденного приближенного аналитического решения уравнений Максвелла–Блоха (без использования ППМА) вскрыт физический смысл и произведена корректировка ранее полученных результатов в отношении синхронизации встречных импульсов СИ. Обсуждаются обусловленное отражениями ускоренное развитие импульса и перспективы его использования для реализации СИ в условиях значительной фазовой релаксации активной среды.

Мы рассматриваем протяженный образец карандашевидной формы (площадь поперечного сечения $S_\perp$, длина $L > \sqrt{S_\perp} > \lambda$), состоящий из N двухуровневых атомов. Как и в работах [5–8], используем полуклассические уравнения Максвелла–Блоха для медленно меняющихся (за период колебаний поля $\sim 1/\omega_0$, где ω_0 — частота оптического перехода атомов) комплексных амплитуд электрического поля $E(x,t)$ и недиагонального элемента матрицы плотности атомов $P(x,t)$:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_0^2\right) E(x,t) = -4\pi k_0^2 d \mathrm{N}_0 P(x,t),$$

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = -\gamma P(x,t) + \frac{id}{\hbar} E(x,t) Z(x,t), \tag{1}$$

а также разности населенности (инверсии) $Z(x,t)$:

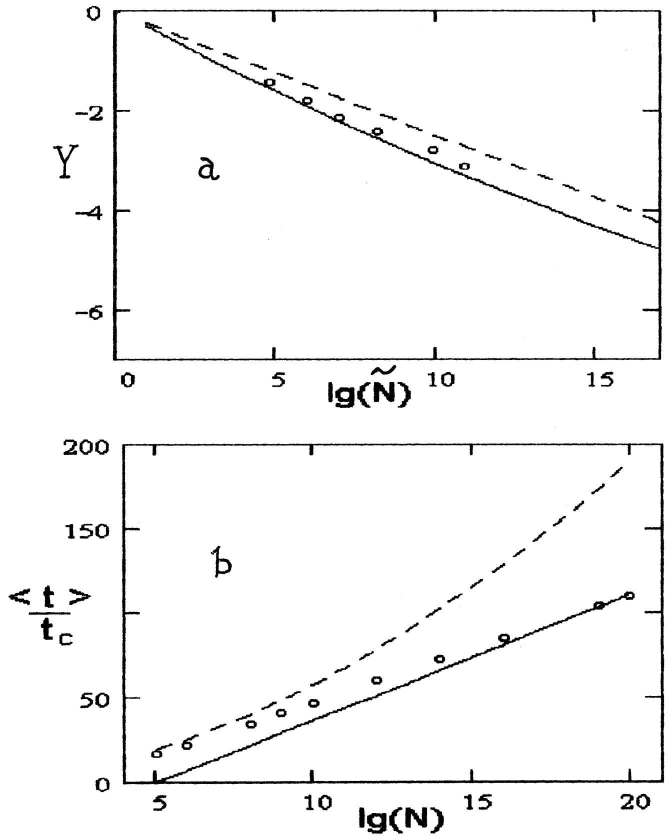
$$\frac{\partial Z(x,t)}{\partial t} = -\frac{id}{2\hbar}E(x,t)P^*(x,t) + C.C. \tag{2}$$

Здесь $k_0 = \omega_0/c = 2\pi/\lambda$ — резонансное волновое число, c — скорость света, d и $\mathrm{N}_0 = \mathrm{N}/(S_\perp L)$ — дипольный момент перехода атомов и их концентрация соответственно, γ — константа фазовой релаксации, $\hbar$ — постоянная Планка. Уравнения (1), (2) отвечают одномерному приближению (приемлемому при числе Френеля $F = S_\perp/(\lambda L) \sim 1$, см. [9–11]) и игнорированию запаздывания в медленно меняющихся амплитудах (правомерному, если время прохода света через образец L/c меньше характерного временнóго масштаба импульса $t_c = \hbar/[2\pi d^2 \mathrm{N}_0 k_0 L]$, см. [6,8–11]). При этом ППМА нами не используется.

Уравнения (1), (2) решались численно с использованием апробированного в работах [6–8] алгоритма расчета, обеспечивающего непрерывность поля и его пространственной производной на концах образца ($x = \pm L/2$). При задании в качестве начальных условий полной инверсии $Z(x,0) = 1$ и стохастической поляризованности рассчитывался ансамбль реализаций импульса СИ и коэффициент корреляции K_t времен задержки левого t_L и правого t_R импульсов (т.е. моментов максимумов интенсивности излучения соответственно на левом $[E(-L/2,t)]^2$ и правом $[E(L/2,t)]^2$ концах образца, см. [8]).

Критерий синхронизации встречных импульсов определялся следующим образом. Для каждого рассматриваемого значения L производилась серия расчетов для различных N и находилось значение числа атомов $\tilde{\mathrm{N}}(L)$, при котором коэффициент корреляции для задержек был близок к 0.5: $|K_t - 0.5| < \sigma$, где σ выбиралось малым ($0.05 \div 0.1$). Такое определение по уровню $K_t = 0.5$ (где крутизна зависимости K_t от N велика, см. [8]) уменьшает влияние погрешностей расчета.

Результаты расчетов соответствующих значений $\tilde{\mathrm{N}}$ для образцов длины $L/\lambda = 4.25$, 10.25, 21.75, 42.25, 100.25 и 220.25 при отсутствии фазовой релаксации ($\gamma = 0$) изображены кружками на рисунке, *a* в виде зависимости $\lg[1/(2k_0L)]$ от $\lg\tilde{\mathrm{N}}$. Сплошная кривая этого же рисунка — заимствованная из работы [4] зависимость $\lg\delta$ от $\lg\tilde{\mathrm{N}}$, где δ — пороговое значение феноменологического коэффициента отражения поля, при котором появляется синхронизация встречных импульсов СИ для данного числа атомов $\tilde{\mathrm{N}}$. Таким образом, видно, что строгий учет резонансного отражения поля от концов образца и приближенный подход дают близкие результаты, если феноменологический коэффициент отражения δ



Критерий синхронизации встречных импульсов СИ (a) и зависимость среднего значения времени задержки $\langle t \rangle$ от числа атомов N для образца длины $L = 100.25\lambda$ (b).

выбирать из условия $\delta = (2k_0L)^{-1}$. Отметим также, что обе зависимости можно аппроксимировать прямой с угловым коэффициентом $-1/4$, изображенной пунктиром на рисунке, a.

На рисунке, b представлена зависимость среднего значения времени задержки $\langle t \rangle$ от числа атомов N, рассчитанная для образца $L/\lambda = 100.25$, $\gamma = 0$ и изображенная в виде кружков. Видно, что зависимость $\langle t \rangle$ от lg(N) действительно близка к линейной, а не к квадратичной. Уравнение пунктирной кривой, а также прямой мы обсудим позднее.

Для уяснения физической сущности отмеченных особенностей нами анализировалось найденное с использованием преобразования Лапласа по временнóй переменной t решение соответствующей линеаризованной задачи (описывающей начальную стадию процесса), когда можно положить $Z(x,t)=1$:

$$E(-L/2,t)\approx \exp(-\gamma t)\sum_{n=1}^{\infty}E^{(2n)}(t),$$

$$E(L/2,t)\approx \exp(-\gamma t)\sum_{n=1}^{\infty}E^{(2n-1)}(t), \tag{3}$$

$$E^{(n)}(t)\approx \frac{A}{\sqrt{\pi n \mathrm{N}}}\left[\frac{i\exp(-ik_0L)}{2k_0L}\right]^{n-1}$$

$$\times\left[\frac{\tau}{n}\right]^{\frac{n}{2}-\frac{5}{4}}\exp(2\sqrt{n\tau}),\quad n=1,2,3,\ldots. \tag{4}$$

Здесь мы привели результат в наиболее интересной области $\tau\equiv t/t_c\gg 1$ и, как и в работе [4], для простоты задали начальную поляризованность в виде волны, имеющей амплитуду $2/\sqrt{\mathrm{N}}$ и распространяющейся с волновым числом k_0 слева направо вдоль образца, $A\equiv \hbar/[idt_c\exp(ik_0L)]$. Во избежание недоразумений напомним, что соотношения (3), (4) получены при игнорировании запаздывания в медленно меняющихся амплитудах и пригодны для нахождения $E^{(n)}(t)$ при условии $t\gg nL/c$.

Из уравнений (3), (4), во-первых, следует, что в принятых приближениях наличие фазовой релаксации величины γ сводится к простому умножению на фактор $\exp(-\gamma t)$ соответствующего решения в отсутствие фазовой релаксации ($\gamma=0$).

Далее, величина $E^{(1)}(t)$ согласуется с результатами, полученными ранее в рамках ППМА без учета отражений, т. е. отвечает однопроходному режиму усиления поля [4,9]. Амплитуды $E^{(m)}(t)$ соответствуют полю, формирующемуся за m проходов через образец (за счет надлежащего числа отражений от его концов). При длине образца $L/\lambda=n/2+1/4$ ($L/\lambda=n/2$) последующие слагаемые $E^{(m)}(t)$ и $E^{(m+2)}(t)$ в (3) имеют одинаковые (противоположные) знаки. Это соответственно означает сохранение (изменение на противоположный) знака комплексной амплитуды поля после пары дополнительных проходов через образец и двух отражений от его концов.

Также видно, что скорость развития амплитуды $E^{(m)}(t)$, определяющаяся в первую очередь экспоненциальным множителем $\exp(2\sqrt{m\tau})$, возрастает с ростом m. В результате оказывается, что наблюдающийся в начале процесса режим так называемого "летаргического" усиления поля $\left(E(L/2,t) \sim \exp(2\sqrt{\tau})\right)$ позднее трансформируется к режиму, близкому к обычному экспоненциальному закону $E(\pm L/2, t) \sim \exp(a\tau)$, где $a \sim 1/\ln(k_0L)$. При большом числе атомов N, а именно $\mathrm{N} \geqslant \tilde{\mathrm{N}}$, где

$$\tilde{\mathrm{N}} \sim (k_0L)^b, \quad b \approx 4, \tag{5}$$

это приводит к заметному ускорению процесса. В отсутствие фазовой релаксации ($\gamma = 0$) для среднего значения времени задержки справедлива оценка

$$\langle t\rangle \approx \frac{t_c}{16}\left[\ln\left(\frac{\pi \mathrm{N}}{8}\right)\right]^2 (1+\theta), \qquad \mathrm{N} < \tilde{\mathrm{N}},$$

$$\langle t\rangle \sim t_c\left\{\frac{1}{2}\ln(k_0L)\ln(\mathrm{N}) - [\ln(k_0L)]^2\right\}, \quad \mathrm{N} > \tilde{\mathrm{N}}, \tag{6}$$

где поправка $\theta = 3(B-3/2)^{-1}\ln(B)$, $B = 0.5[\ln(\pi\mathrm{N}/8)]$. Пунктирная линия и сплошная прямая на рисунке, *b* соответствуют верхней и нижней зависимости в формуле (6). Сравнение с результатами численных расчетов (кружки) свидетельствуют об удовлетворительности полученной оценки (6).

Условие (5) одновременно дает оценку для числа атомов N, приводящего к синхронизации встречных импульсов СИ (при $\mathrm{N} \geqslant \tilde{\mathrm{N}}$ для данной длины образца L), т. е. приближенно определяет критерий синхронизации.

Здесь мы подчеркнем принципиальное отличие наших результатов от прежних [2–4]. Напомним, что критерий (5) получен нами для образцов, длина которых принимает дискретный ряд значений: $L = (2m+1)\lambda/4$, где m — целое. Анализ показывает, что для приближенного описания в рамках ППМА френелевского отражения поля от концов образца произвольной длины феноменологический коэффициент отражения должен выбираться из условия $\delta = i/[2k_0L\exp(ik_0L)]$. Обсуждавшееся выше изменение знака у комплексной амплитуды поля после пары дополнительных проходов через образец длиной $L = m\lambda/2$ и является причиной некоррелированности задержек встречных импульсов СИ в этом случае. Очевидна важность учета этого обстоятельства в экспериментах, так как при $\mathrm{N} > \tilde{\mathrm{N}}$ результаты наблюдения синхронности встречных импульсов СИ могут оказаться прямо противоположными, если длины образцов будут отличаться на $\lambda/4$ при прочих равных условиях. Также понятно, что изменение профиля начальной инверсии (сравнительно с рассмотренным нами П-образным профилем) может существенно влиять на результаты подобных экспериментов.

Практически значимым представляется также использование ускорения развития импульса СИ вследствие отражений поля. В типичных условиях эксперимента, когда $k_0L \geqslant 10^5$, ввиду малости эквивалентного коэффициента отражения $\sim 1/(k_0L)$ этот эффект сокращения задержки оказывается сравнительно малым. Однако стимулируя отражения поля (например, помещая активную среду в резонатор, см. работу [12]), эффект можно интенсифицировать. Наши предварительные расчеты обнаружили сильную зависимость параметров импульса СИ в резонаторе от модуля и фазы коэффициента отражения зеркал, а также от кратности длины образца величине $\lambda/2$, о чем мы планируем подробно сообщить в сопутствующей публикации. Оказывается, что даже малые изменения длины системы ($\Delta L \sim \lambda/10$) способны кардинально изменять эффективность генерации СИ в резонаторе: существенно сокращать задержку и увеличивать пиковую интенсивность импульса. Это позволяет использовать резонатор с оптимально подобранными параметрами для осуществления предложенной в работе [9] реализации СИ в условиях сильной фазовой релаксации активной среды (когда без использования резонатора импульс СИ оказывается практически полностью подавленным).

Работа поддержана грантом РФФИ "Ведущие научные школы", № 96–15–96389.

Список литературы

[1] *Schiller A., Schwan L.O., Schmid D.* // J. Lumin. 1987. V. 38. P. 243–246.
[2] *Lewenstein M., Rzazewski K.* // Phys. Rev. A. 1982. V. 26. N 3. P. 1510–1515.
[3] *Haake F., Kolobov M.I., Steudel H.* // Opt. Commun. 1992. V. 92. P. 385–392.
[4] *Канева Е.Н., Трифонов Е.Д.* // Опт. и спектр. 1995. Т. 79. № 2. С. 293–298.

[5] *Benedict M.G., Trifonov E.D.* // Phys. Rev. A. 1988. V. 38. P. 2854–2862.
[6] *Малышев В.А., Трифонов Е.Д., Шван Л.О.* // Опт. и спектр. 1994. Т. 76. № 3. С. 524–528.
[7] *Трифонов Е.Д.* // Опт. и спектр. 1994. Т. 77. № 1. С. 61–64.
[8] *Аветисян Ю.А., Трифонов Е.Д.* // Опт. и спектр. 1997. Т. 82. № 3. С. 357–359.
[9] *Железняков В.В., Кочаровский В.В., Кочаровский Вл.В.* // УФН. 1989. Т. 159. В. 2. С. 193–260.
[10] *Аветисян Ю.А., Зайцев А.И., Малышев В.А., Трифонов Е.Д.* // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 5. С. 1541–1552.
[11] *Аветисян Ю.А.* // Опт. и спектр. 1995. Т. 79. № 3. С. 471–478.
[12] *Andrianov S.N., Eremenko V.V., Zinoviev P.N.* et al. // Laser Phys. 1991. V. 1. № 4. P. 366–369.