

01;04;10

## Движение "дрейфового острова" в тороидальной магнитной ловушке при кулоновском рассеянии частиц

© А.А. Шишкин, Osamu Motojima, Э.И. Полуновский

Институт физики плазмы, Национальный научный центр  
"Харьковский физико-технический институт", Украина  
National Institute for Fusion Science, Toki 509-5292, Japan  
Харьковский государственный университет, Украина

Поступило в Редакцию 15 сентября 1998 г.

Резонансная дрейфовая траектория заряженной частицы в магнитном поле ("дрейфовый остров") может быть использована для удаления высокоэнергетических примесей из термоядерной плазмы и для ввода — инъекции высокоэнергетических частиц в плазму. Как правило, эти эффекты изучаются без учета кулоновского рассеяния, т.е. в бесстолкновительном приближении. В настоящей работе изучено влияние кулоновского рассеяния частицы, имеющей резонансную траекторию, на частицах плазмы. Найдены условия, при которых сохраняется дрейфовый резонанс, т.е. определено, при каких значениях плотности плазмы и каких профилях плотности плазмы "дрейфовый остров" сохраняет возможность перемещаться по поперечному сечению плазмы.

### Введение

Совокупности следов траекторий заряженной частицы с различными стартовыми точками в ловушке с вращательным преобразованием в выделенном меридиональном сечении тора формируют семейство дрейфовых поверхностей. Сечения этих поверхностей могут иметь форму замкнутой кривой вида окружности, эллипса, треугольника со сглаженными углами. В том случае, когда какая-либо дрейфовая поверхность имеет угол прокручивания  $i^*$ , равный рациональному значению  $n/m$ , т.е.  $i^* = n/m$ , и в магнитной ловушке имеется возмущающее магнитное поле с "волновыми числами"  $n$  и  $m$ , на месте дрейфовой поверхности образуется цепочка островов. Таких островов —  $m$  в меридиональном сечении, и каждый из них  $n$  раз прокручивается на длине тора. Если

каким-либо способом заставить условие  $i^* = n/m$  перемещаться по поперечному сечению плазмы, то частица перемещается по поперечному сечению плазмы [1,2]. В работах [2,3] было предложено медленно изменять основное винтовое магнитное поле в тороидальной ловушке и показано, что таким образом можно выводить высокоэнергетичные примеси, например остывшие  $\alpha$ -частицы, из центра плазмы или вводить высокоэнергетичные ионы с периферии в центр плазмы, например инжектировать тритий как топливо в термоядерный реактор. Важно при этом соблюдать условие согласования времени изменения винтового поля со временем формирования дрейфового острова [2,3]. Таким образом можно использовать пролетные частицы с достаточно большим значением параметра  $V_{\parallel}/V$ , так называемого pitch-velocity параметра. Понятно, что кулоновское рассеяние частиц, изменяя параметр  $V_{\parallel}/V$ , может нарушить дрейфовый резонанс и прервать процессы вывода или ввода высокоэнергетичных ионов. Однако на весь этот процесс влияют значение плотности плазмы и профиль плотности. Каким должен быть профиль плотности плазмы, при котором дрейфовый резонанс сохраняется и его можно использовать для влияния на поведение частицы? Мы рассматриваем, как это происходит для термоядерной ловушки Large Helical Device (LHD) [4], вступившей в строй в National Institute for Fusion Science, Toki, Japan. В этой ловушке используется сверхпроводящая винтовая обмотка с  $l = 2$ , которая создает магнитное поле  $B_0 = 4$  Т. В этой системе установлена специальная обмотка, создающая возмущающее магнитное поле с  $m = 1$ ,  $n = 1$ . Магнитный остров, возникающий на месте магнитной поверхности с углом вращательного преобразования, равным 1, должен способствовать дивертированию горячей плазмы и ослаблению контакта плазмы со стенкой. Длительность плазменного импульса в LHD должна достигать 1000 с. Именно в такой системе имеет смысл, медленно изменяя винтовое магнитное поле, управлять движением выделенных частиц.

## Основные уравнения

1. Для нашего изучения мы считаем, что движение частицы может быть описано уравнениями ведущего центра [5]:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = V_{\parallel} \frac{\mathbf{B}}{B} + \frac{M_j c (2V_{\parallel}^2 + V_{\perp}^2)}{2eB^3} [\mathbf{B} \nabla B],$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{M_j V_{\perp}^2}{2B} \frac{\partial B}{\partial t},$$

$$\frac{d\mu}{dt} = 0. \quad (1)$$

Здесь  $W$  — кинетическая энергия частицы,  $V_{\parallel}$  и  $V_{\perp}$  — параллельная и перпендикулярная составляющие скорости частицы,  $M_j$  и  $e$  — масса и заряд частицы,  $\mathbf{B}$  — вектор магнитного поля,  $\mu$  — поперечный адиабатический инвариант частицы ( $\mu = (M_j V_{\perp}^2)/2B$ ),  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор вращающегося центра частицы.

2. Основное магнитное поле ( $\mathbf{B} = \nabla\Phi$ ) моделируется с помощью скалярного потенциала

$$\Phi = B_0 \left[ R\varphi - \frac{R}{m} \sum_n \varepsilon_{n,m} (r/a_h)^n \sin(n\vartheta - m\varphi) + \varepsilon_{1,0} r \sin\vartheta \right], \quad (2)$$

где  $B_0$  — магнитное поле на круговой оси тора;  $R$  и  $a_h$  — большой и малый радиусы тора, на поверхности которого лежат винтовые проводники;  $r$ ,  $\vartheta$ ,  $\varphi$  — координаты точки наблюдения, связанные с круговой осью тора:  $r$  — радиальное расстояние от круговой оси тора до точки наблюдения,  $\vartheta$  и  $\varphi$  — угловые переменные вдоль малого и большого обходов тора,  $\vartheta$  отсчитывается от направления, противоположного главной нормали к круговой оси тора; метрические коэффициенты координат следующие:  $h_r = 1$ ,  $h_{\vartheta} = r$ ,  $h_{\varphi} = R + r \cos\vartheta$ ; индекс суммирования  $m$  в нашем случае равен  $m_h$  — числу периодов магнитного поля на длине тора, индекс суммирования  $n$  в нашем случае равен  $l$ , где  $l$  — число полюсов винтовой обмотки,  $\varepsilon_{n,m}$  — коэффициенты при гармониках магнитного поля.

Для нашего исследования выбраны такие параметры:  $l = 2$ ,  $m_h = 10$ ,  $R = 3.9$  м,  $a_h = 0.975$  м,  $B_0 = 3$  Т. Коэффициенты при винтовых гармониках задаем в виде

$$\varepsilon_{n,m} = \varepsilon_{n,m,0} + \varepsilon_{n,m,1} \sin(\Omega_{n,m} t + \delta_{n,m}), \quad (3)$$

в нашем случае  $\varepsilon_{2,10,0} = 0.94$ ,  $\varepsilon_{2,10,1} = 0.06$ ;  $\varepsilon_{3,10} = -0.032$ ,  $\varepsilon_{1,10} = -0.056$  (сателлитные к винтовым гармоникам рассматриваются как неизменные во времени), остальные коэффициенты  $\varepsilon_{n,m}$  считаем равными нулю. Значение фазы  $\delta_{2,10} = -\pi/2$ ;  $\varepsilon_{1,0} = 0.045$ , что соответствует присутствию поперечного магнитного поля величиной

4.5% от основного продольного поля. Именно при таком значении поперечного магнитного поля получается магнитная конфигурация со сдвигом магнитной оси вовнутрь тора. Частота магнитного поля  $\Omega_{2,10}$  равна 5750 gad/s в том случае, когда осуществляется динамический контроль дрейфового резонанса.

Возмущающее магнитное поле описывается с помощью потенциала

$$\Phi_p = B_0 a_h \frac{\varepsilon_{n,m,p}}{m} (r/a_h)^m \sin(m\vartheta - n\varphi + \delta_{n,m,p}). \quad (4)$$

В нашем случае "волновые" числа возмущающего магнитного поля  $m = 1$ ,  $n = 1$ , амплитуда возмущающего магнитного поля  $\varepsilon_{1,1,p} = 0.0003$ ,  $\delta_{n,m,p} = \pi/2$ .

3. В качестве пробной частицы рассматривается ион дейтерия с энергией  $W = 350$  keV и с начальным значением параметра  $V_{||}/V$ , равным 0.9. Его стартовая точка имеет координаты  $r_0 = 20$  см,  $\vartheta_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$ .

4. Пробная частица рассеивается на частицах основной плазмы, плотность которой имеет профиль  $N = N(0)[1 - \Psi/\Psi(a_{pl})]^k$ . Параметры  $N(0)$  и  $k$  варьируются в нашем рассмотрении; функции  $\Psi$  описывает сечение магнитной поверхности, ее вид:

$$\Psi = (r/a_h)^2 + 2(R/a_h)^2/m^2 \sum_n n \varepsilon_{n,m} (r/a_h)^n \cos(n\vartheta - m\varphi). \quad (5)$$

Здесь суммирование происходит по  $n = l, l - 1, l + 1$ ;  $\Psi(a_{pl})$  — функция, описывающая сечение магнитной поверхности, совпадающей с границей плазмы;  $a_{pl}$  — радиус плазмы, в данном случае  $a_{pl} = 43$  см. При кулоновском рассеянии импульс пробной частицы  $\mathbf{p}$  изменяется по следующему правилу [6]:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\frac{4\pi e^2}{V^3} \mathbf{V} \sum_* \frac{L(e^*)^2 (M + m^*)}{M m^*} N \Phi_1(b^* V), \quad (6)$$

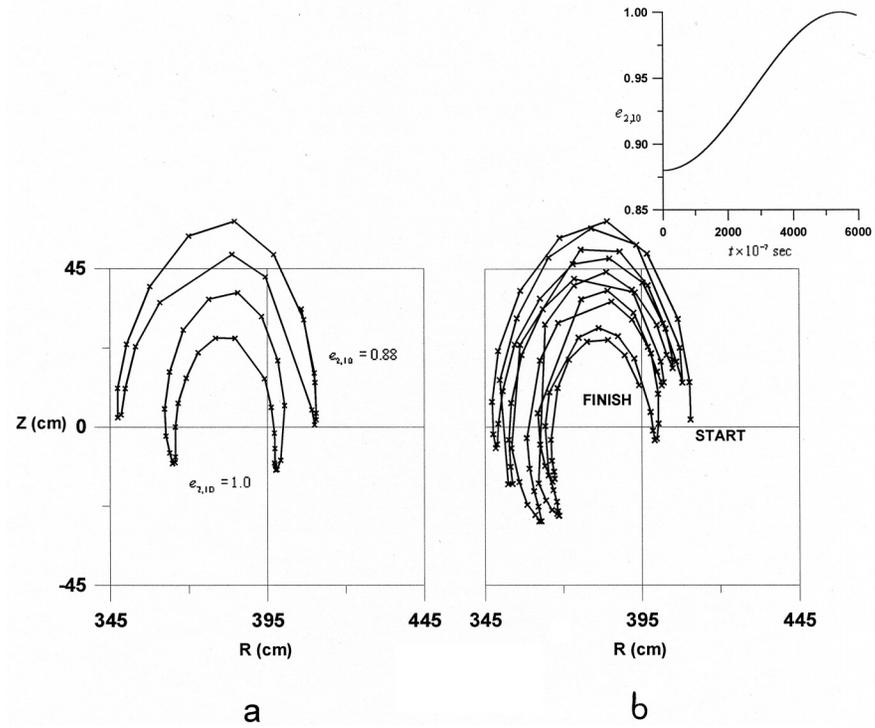
где  $\Phi_1(x) = \Phi(x) - x(d\Phi/dx)$ , через  $\Phi(x)$  обозначен интеграл ошибок. Параметр  $b^* = \sqrt{m^*/2T^*}$ ;  $L$  — кулоновский логарифм;  $e^*$ ,  $m^*$ ,  $T^*$  — заряд, масса и температура частиц плазмы; для температуры предполагается зависимость  $T^* = T^*(0)[1 - \Psi/\Psi(a_{pl})]$ . По индексу (\*), обозначающему сорт частиц, в (6) ведется суммирование. Ниже приведены результаты для случая, когда пробная частица рассеивается

на электронах плазмы. Считается, что температура плазмы в центре  $T(0) = 10 \text{ keV}$ . Изменение  $V_{\parallel}$  и  $V_{\perp}$  во времени согласно (6) учитывается на каждом шаге интегрирования при численном решении системы уравнений (1).

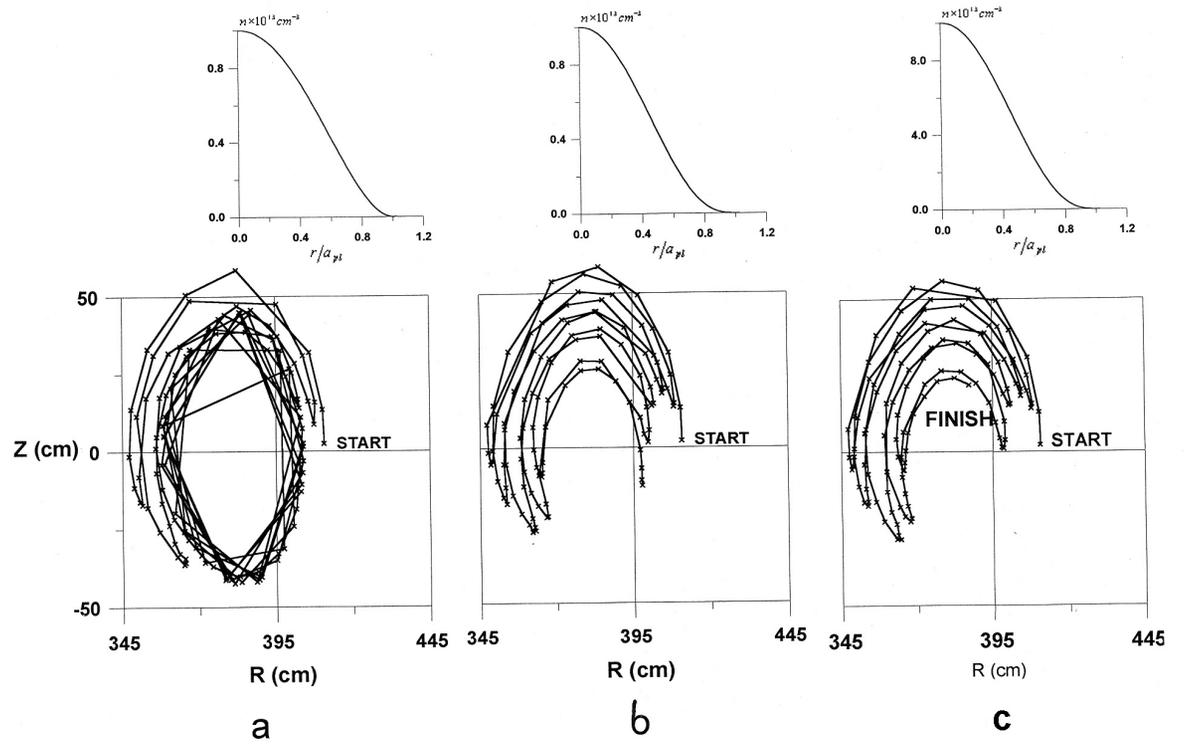
## Дрейфовый резонанс при кулоновском рассеянии

**В бесстолкновительном приближении** ионы дейтерия с энергией  $W = 350 \text{ keV}$  и  $V_{\parallel}/V = 0.9$  можно ввести с периферии плазмы в центр магнитной ловушки с винтовыми магнитными полями, используя резонанс  $i^* = 1/1$  [2]. Дрейфовый остров может возникнуть на месте дрейфовой поверхности с углом прокручивания  $i^* = 1$  под действием магнитного возмущения с "волновыми числами"  $n = 1$ ,  $m = 1$ . При  $\varepsilon_{2,10} = 0.88$  дрейфовый остров образуется траекторией частицы со стартовыми координатами  $r_0 = 20 \text{ cm}$ ,  $\vartheta_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$  (рис. 1, *a*); при  $\varepsilon_{2,10} = 1.0$  дрейфовый остров образуется траекторией частицы со стартовыми координатами  $r_0 = 7 \text{ cm}$ ,  $\vartheta_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$  (рис. 1, *a*). При изменении  $\varepsilon_{2,10}$  во времени от значения 0.88 до 1.0 в соответствии с соотношением (3) дрейфовый остров перемещается с периферии в центр плазмы (рис. 1, *b*). Движение прослеживается в течение  $\tau = 4.9 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ . На рисунке следы, оставляемые траекторией в выделенном сечении, соединены линией для наглядности, что позволяет проследить последовательность следов. Главный физический вывод: ион дейтерия входит в центр магнитного объема удержания.

**При учете кулоновского рассеяния** в плазме с  $N(0) = 5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  и  $k = 3$  и  $k = 4$  дрейфовый остров двигается ("дрейфует") с периферии в центр плазмы без особых отличий от случая, показанного на рис. 1, *b*. В случае не такого обостренного профиля, а именно  $k = 2$  и  $N(0) = 5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ , дрейфовый остров отсутствует, т.е. резонанс разрушается. Уменьшение  $N(0)$  приводит к частичному восстановлению дрейфового резонанса. Так, при  $N(0) = 1 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  дрейфовый угол прокручивания становится ближе к единице:  $i^* = 1.069$ . Частица, стартуя в точке с начальными координатами  $r_0 = 20 \text{ cm}$ ,  $\vartheta_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$ , движется таким образом, что в начале пути соблюдается резонанс  $i^* = 1$  — видны очертания движущегося дрейфового острова (рис. 2, *a*), но затем "островная структура" сменяется следами траектории, характерными для обычной пролетной частицы, т.е. имеет место срыв резонанса. При  $N(0) = 0.1 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  и  $k = 2$  дрейфовый резонанс восстанавливается полностью.



**Рис. 1.** Дрейфовый остров, образованный пролетным ионом дейтерия со стартовой точкой с координатами:  $r_0 = 20$  см,  $v_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$  при  $\varepsilon_{2,10} = 0.88$  и  $r_0 = 7$  см,  $v_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$  при  $\varepsilon_{2,10} = 1.0$  (a); движение дрейфового острова при изменении  $\varepsilon_{2,10}$  во времени (b). Плотность плазмы  $N(0) = 0$ .



**Рис. 2.** "Срыв" дрейфового резонанса при  $N(0) = 1 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ,  $k = 2$  (a) и "восстановление" дрейфового резонанса при  $N(0) = 1 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ,  $k = 3$  (b), движение дрейфового острова при  $N(0) = 10 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ,  $k = 3$  (c).

Однако уменьшение значения плотности в центре плазмы нельзя считать приемлемым решением проблемы, в то время как профилем плазмы можно попытаться управлять, выбирая, например, метод нагрева. При обостренном профиле плотности, т.е.  $k = 3$ , и  $N(0) = 1 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  "дрейфовый резонанс" имеет место (рис. 2, *b*). Даже при большем значении плотности  $N(0) = 10 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  движение дрейфового острова происходит беспрепятственно (рис. 2, *c*). Ион дейтерия входит в центр плазмы.

## Обсуждение

На основе комбинированного подхода: использования уравнений ведущего центра для описания движения пробной частицы и кулоновского рассеяния пробной частицы на частицах плазмы, — сделан важный шаг на пути оценки влияния диссипативных механизмов на выполнение условий дрейфового резонанса частицы. Отмечается чувствительность дрейфового резонанса к значению плотности и профилю плотности плазмы. Чем ближе профиль плазмы к "колоколообразному", тем слабее влияние кулоновского рассеяния на "движение дрейфового острова". Исследование здесь проведено с учетом изменения импульса пробной частицы; учет изменения кинетической энергии пробной частицы при кулоновском рассеянии, как показывают предварительные результаты, не меняет принципиально физической картины.

## Заключение

Исследование влияния кулоновского рассеяния частиц на динамику дрейфового резонанса (движения "дрейфового острова") в медленно изменяющемся винтовом магнитном поле позволяет сделать следующие выводы.

1. При профиле плотности плазмы  $N = N(0)[1 - \Psi/\Psi(a_{pl})]^k$ ,  $N(0) = 1 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  и  $k = 2$  дрейфовый резонанс с  $i^* = 1/1$  срывается, частица, подчинявшаяся резонансу, превращается в пролетную с нерезонансным углом прокручивания.

2. При более обостренном профиле плотности, а именно при  $k = 3$ , дрейфовый угол прокручивания сохраняет свое резонансное значение и частица формирует "дрейфовый остров" под действием возмущающего

магнитного поля с "волновыми числами"  $m = 1$ ,  $n = 1$ . Профиль с  $k = 3$  обеспечивает соблюдение условий для дрейфового резонанса и при  $N(0) = 10 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , и вплоть до  $N(0) = 100 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ .

3. Дрейфовый остров в медленно изменяющемся винтовом магнитном поле (и при кулоновском рассеянии пробной частицы на частицах плазмы) перемещается по поперечному сечению плазмы. Ионы с высокой энергией и большой продольной скоростью получают возможность проникнуть в центр плазмы. Такой механизм можно использовать для ввода топлива в термоядерный реактор, а также для ввода ионов высокой энергии с целью изменить профиль электрического поля в плазме.

## Список литературы

- [1] *Mynick H.E., Pomphrey N.* // Nuclear Fusion. 1994. V. 34. P. 1277.
- [2] *Motojima O., Shishkin A.A.* // Plasma Physics and Controlled Fusion (in press).
- [3] *Шишкин А.А., Motojima O., Полуновский Э.И.* // Письма в ЖТФ. 1999. (в печати).
- [4] *Motojima O. et al.* // Plasma Physics and Contr. Fusion. 1996. V. 38. A77.
- [5] *Morozov A.I., Solov'ev L.S.* // Reviews Plasma Physics (Ed. by Acad. M.L. Leontovich). V. 2. Consultants Burea, N.Y., 1966. P. 201–297.
- [6] *Sivukhin D.V.* // Reviews Plasma Physics (Ed. by Acad. M.L. Leontovich). V. 4. Consultants Bureau, N.Y., 1966. P. 93–241.