

04;12

## **Размножение убегающих электронов в разрядах с многократной инъекцией топливных макрочастиц**

© Б.В. Кутеев, А.Ю. Кострюков

С.-петербургский государственный технический университет

Поступило в Редакцию 21 апреля 1999 г.

Рассмотрен эффект увеличения испарения и тороидального ускорения таблеток при их периодической инъекции в токамак за счет дополнительно стимулируемого инъекцией пеллетов лавинообразного роста популяции убегающих электронов.

Метод инъекции в плазму топливных макрочастиц (пеллетов), состоящих из замороженных до твердого состояния изотопов водорода [1], развивается с целью создания эффективной системы ввода топлива в центральную часть плазмы токамака. В реакторе инъекция будет носить периодический характер с частотой 1–10 Hz. Явления, происходящие в плазме при таком режиме, слабо изучены как экспериментально, так и теоретически. Уже первые эксперименты по многократной инъекции пеллетов, проведенные на ASDEX-Upgrade [2], показали неожиданное уменьшение глубины проникновения и усиленное искривление траектории пеллетов, инжектированных в конце серии. Наблюдаемое увеличение скорости испарения и тороидального ускорения (сдувания) пеллетов от первого к последующим не может быть объяснено в рамках стандартных моделей, хорошо описывающих испарение и тороидальное ускорение пеллетов при однократной инъекции [3,4]. В данной работе проанализировано изменение условий испарения и тороидального ускорения пеллетов при их периодической инъекции в токамаках. В качестве основной причины увеличения испарения и тороидального ускорения таблеток предлагается дополнительно стимулируемый инъекцией пеллетов лавинообразный рост популяции убегающих электронов за счет близких столкновений убегающих электронов с тепловыми, т.е. столкновений, в которых тепловой электрон получает энергию, сравнимую с критической энергией перехода в режим убегания.

Скорость рождения убегающих электронов за счет диффузии в пространстве скоростей  $S$  определяется параметром Драйсера  $\varepsilon = E/E_{crit}$ , где  $E$  — напряженность продольного электрического поля в плазме, а  $E_{crit}$  — критическое электрическое поле [5]. При инжекции пеллетов температура плазмы  $T_e$  падает, а концентрация  $n_e$  растет. Проводимость плазмы  $\sigma \sim T_e^{3/2}$ , т.е.  $E \sim T_e^{-3/2}$ . В результате  $\varepsilon \sim n_e^{-1} T_e^{-1/2}$  снижается и генерация убегающих электронов подавляется.

Второй известный механизм рождения убегающих электронов связан с так называемым лавинным эффектом размножения убегающих электронов в результате одиночных близких столкновений [6]. Лавинное размножение возможно, если в плазме до начала инъекций макрочастиц уже есть убегающие электроны с концентрацией  $n_r$ . Экспериментально измеренный предел энергии  $W_{max}$  для убегающих электронов обычно составляет несколько десятков MeV. Сечение кулоновского столкновения релятивистского электрона с тепловым электроном, скорость которого  $v \ll c$ , может быть записано [6] как  $\frac{d\sigma}{dW_s} = \frac{e^4}{8\pi\varepsilon_0^2 m_e c^2 W_s^2}$ , где  $W_s$  — энергия, которую получает тепловой электрон. Рост  $n_r$  числа вторичных убегающих электронов в результате таких столкновений можно выразить как  $\frac{dn_r}{dt} = n_r n_e c \int_0^{W_{max}} \frac{d\sigma_s}{dW_s} P_r(W_s) dW_s$ . Здесь  $n_r$ ,  $W_{max}$  — концентрация и максимальная энергия убегающих электронов;  $P_r(W_s)$  — вероятность того, что электрон, получивший энергию  $W_s$ , перейдет в режим убегания. Следуя [6], предполагаем, что электрон, получивший энергию больше критической, перейдет в режим убегания, а электрон, получивший меньшую энергию, вернется в максвелловское распределение, т.е. положим  $P_r(W_s) = 0$  при  $W_s < W_{crit}$  и  $P_r(W_s) = 1$  при  $W_s > W_{crit}$ . Тогда, используя известное выражение для критической энергии [6],  $W_c = \frac{mV_c^2}{2}$ ,  $V_c^2 = \frac{(2+Z_{eff})\pi e^3 n_e \ln \Lambda}{mE}$  и, взяв интеграл по энергиям, можно оценить скорость рождения вторичных убегающих электронов так, как это было сделано в работе [6]:

$$\frac{dn_r}{dt} = \frac{n_r e E c}{2m_e c^2 \ln \Lambda (2 + Z_{eff})} = \frac{n_r}{t_0}, \quad t_0 = \frac{2m_e c \ln \Lambda (2 + Z_{eff})}{eE}. \quad (1)$$

Важно, что время размножения убегающих электронов не зависит от концентрации и обратно пропорционально электрическому полю в плазме. Ввиду того что инжекция приводит к росту электрического

поля при постоянном токе и падающей температуре, лавинообразное размножение убегающих электронов стимулируется.

В разрядах с большой плотностью плазмы скорость размножения убегающих электронов следует оценивать несколько иначе. При плотности плазмы  $n_e \geq 10^{14} \text{ см}^{-3}$  оказывается, что  $\varepsilon = E/E_{crit}$  по порядку величины близка к параметру  $T_e/m_e c^2$ . При этом электроны, переходящие в режим убегания, оказываются релятивистскими [7]. Поэтому необходимо вместо классического выражения для критической энергии перехода в режим убегания использовать релятивистское выражение для критической энергии:  $W_c = \sqrt{p_c^2 c^2 + m_e^2 c^4}$ , где  $p_c$  — критический импульс перехода в режим убегания,  $p_c^2 = m_e^2 V_e^2 \left(1 - \frac{V_e^2}{c^2}\right)^{-1}$ . В результате мы получим следующее выражение для критической энергии:

$$W_c = m_e c^2 \sqrt{\frac{1}{(\alpha - 1)} + 1}, \quad \text{где } \alpha = \frac{E m_e c^2}{E_{crit} T} = 1.1 \times 10^{21} \times \frac{E [\text{V/m}]}{n_e [\text{m}^{-3}]} \quad (2)$$

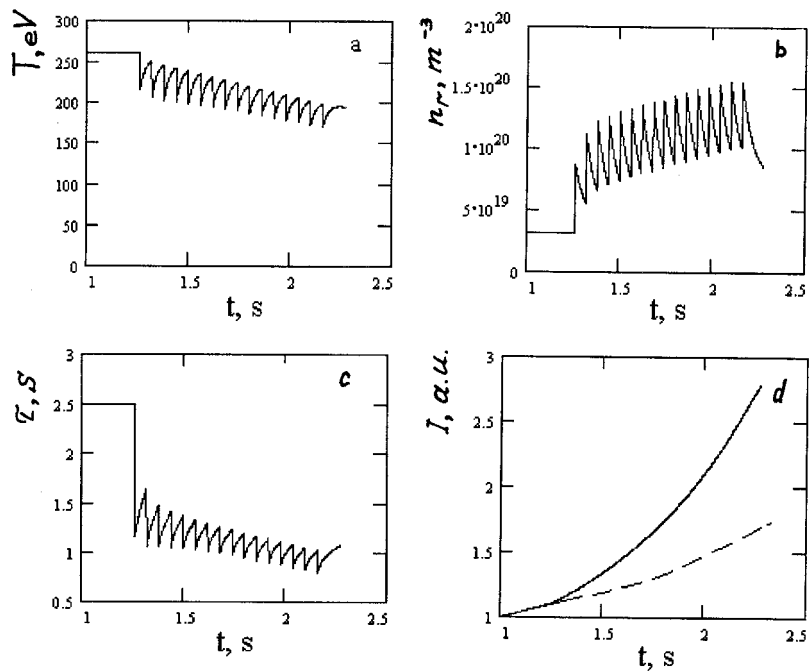
Пренебрегая потерями вторичных убегающих электронов, можно оценить рост их числа, исходя из следующего уравнения:

$$\frac{dn_r}{dt} = \frac{n_r c n_e \pi e^4}{2 m_e c^2 W_c} = \frac{n_r}{t_1}, \quad t_1 = \frac{2 m_e c^2 W_c}{c n_e \pi e^4} \quad (3)$$

В релятивистском случае критическая энергия (2) слабо зависит от электрического поля и концентрации. Тем не менее после начала инъекций время размножения убегающих электронов сокращается из-за роста плотности плазмы.

Используя модельную эволюцию значений температуры и плотности плазмы (рис. 1, *a, b*), характерную для эксперимента с многократной инъекцией топливных макрочастиц, мы рассчитали рост концентрации  $n_r$ .

На рис. 1, *c* показана расчетная эволюция постоянной времени экспоненциального размножения популяции убегающих электронов и рост популяции (рис. 1, *d*) для случая постоянных значений концентрации и температуры (пунктир) и для значений, характерных для эксперимента с многократной инъекцией топливных макрочастиц (сплошная линия). Характерное время экспоненциального нарастания популяции убегающих электронов составляет  $\tau = 2.5 \text{ s}$  до начала инъекции и сокращается до  $\tau = 1 \text{ s}$  после начала инъекции.



**Рис. 1.** Модельная эволюция температуры (а); модельная эволюция концентрации (b); характерное время размножения убегающих электронов (с); количество убегающих электронов; пунктир — размножение в условиях без инжекции, сплошная линия — размножение в условиях многократной инжекции (d).

Рассмотрим влияние убегающих электронов на скорость сдувания пеллетов.

Электроны с энергиями, намного превосходящими тепловую, взаимодействуют с макрочастицей следующим образом. Электроны с энергией выше 10 keV практически не теряют энергии, проходя сквозь нейтральное облако [4]. Электроны с энергией выше 300 keV, налетая на пеллет вдоль магнитного поля, проходят сквозь пеллет с поперечным размером 1.6 mm. Они теряют приблизительно 150 keV, проходя сквозь пеллет, и обуславливают дополнительное изотропное испарение пеллета [4]. Видимо, это не вызывает дополнительного сдувания пеллета.

Таким образом, дополнительное сдувание могут вызвать не убегающие электроны, а электроны с энергией  $W_{sth}$  от 10 до 150 keV ("надтепловые" электроны).

В присутствии убегающих электронов надтепловые электроны с энергиями намного больше средней тепловой, но меньше критической также рождаются при близких столкновениях убегающих электронов с тепловыми. Таким образом, в разряде существуют три группы электронов: максвелловские электроны со средней скоростью  $u = j/en_e \ll V_T$ , релятивистские убегающие электроны и надтепловые электроны с энергиями от средней тепловой до критической энергии перехода в режим убегания. Рост популяции убегающих электронов вызывает рост числа надтепловых электронов, которые могут повлиять на испарение и сдувание пеллетов.

Оценим концентрацию убегающих электронов в разряде, которой было бы достаточно, чтобы вызвать двукратное увеличение тороидального смещения. Для этого оценим  $f_{sth}(V)$  — распределение по скоростям надтепловых электронов в плазме с заданной концентрацией убегающих электронов  $n_r$ , температурой тепловых электронов  $T_e$  и плотностью  $n_e$ .

Скорость рождения надтепловых электронов со скоростями от  $V$  до  $V + dV$  может быть рассчитана аналогично скорости рождения убегающих электронов как

$$I = n_r n_e v_r \frac{d\sigma_s}{dW_s} \frac{dW_{sth}}{dV} = n_r n_e c \frac{e^4}{2\pi\epsilon_0^2 m_e^2 c^2 V^3}. \quad (4)$$

Поскольку нас будут интересовать надтепловые электроны с энергиями до  $W_{sth \max} = 150 \text{ keV}$ , мы использовали для энергии классическое выражение  $W_{sth} = (1/2)m_e V^2$ . Релаксация надтепловых электронов в максвелловское распределение происходит за счет большого количества далеких электрон-электронных столкновений, происходящих с эффективной частотой

$$\nu_{sth}(V) = \frac{1}{3(\pi)^{3/2}} \frac{n_e e^4 \ln \Lambda}{\epsilon_0^2 m_e^2 V^3}.$$

Надтепловые электроны увеличивают свою энергию, разгоняясь электрическим полем. Однако так как для электронов с энергиями  $W_{sth} < W_{sth \max} = 150 \text{ keV} < W_c$  сила трения их о тепловые намного больше ускоряющей электрической силы  $F(V) = m_e V \nu_{sth}(V) \gg eE$ , мы

пренебрежем эффектом ускорения надтепловых электронов электрическим полем. Надтепловые электроны распределены по направлениям скорости в зависимости от энергии. Электроны с малыми энергиями рождаются в результате касательных столкновений [8] и в начальный момент летят почти перпендикулярно к магнитному полю. В дальнейшем они релаксируют к изотропному максвелловскому распределению. Проводя грубую оценку, будем считать, что все надтепловые электроны летят навстречу электрическому полю, и в этом полупространстве скоростей их распределение изотропно.

Кинетическое уравнение для распределения надтепловых электронов по величине скорости имеет следующий вид:

$$I(V) = -\frac{1}{V^2} \frac{d}{dV} (V^2 f_{sth}(V) \nu_{sth}(V) V). \quad (5)$$

Здесь  $I$  — источник надтепловых электронов (4). Член в правой части представляет собой разность потоков надтепловых электронов, приходящих и уходящих в элемент пространства скоростей из-за кулоновских столкновений надтепловых электронов с максвелловскими. Подставляя (4) в (5), получим

$$\frac{df}{dV} = -\frac{3(\pi)^{1/2} n_r}{2c \ln \Lambda} \frac{1}{V}. \quad (6)$$

Решением уравнения (6) будет логарифмически спадающее распределение надтепловых электронов:

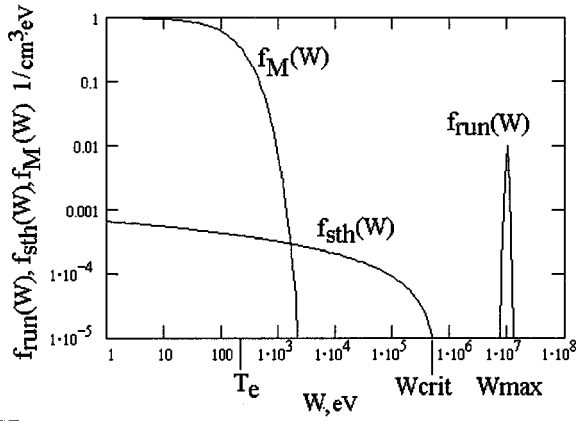
$$f_{sth}(V) = \frac{3(\pi)^{1/2} n_r}{2c \ln \Lambda} \ln \left( \frac{V_c}{V} \right). \quad (7)$$

Постоянная интегрирования в числителе логарифма выбрана так, чтобы функция распределения обращалась в ноль при скорости, равной критической. Концентрацию надтепловых электронов с энергиями от  $W_{sth \min} = 10 \text{ keV}$  до  $W_{sth \max} = 150 \text{ keV}$  можно оценить как

$$n_{sth} = \int_{V_{\min}}^{V_{\max}} f_{sth} dV \approx n_r \frac{3(\pi)^{1/2}}{2 \ln \Lambda} \frac{V_{\max}}{c} \approx \frac{n_r}{10}.$$

Схематический вид функций распределения максвелловских, убегающих и надтепловых электронов показан на рис. 2. Оценим поток тепла надтепловых электронов

$$Q_{sth} = \int_{V_{\min}}^{V_{\max}} \frac{m_e V^2}{2} V f_{sth} dV \approx n_r \frac{3(\pi)^{1/2}}{2 \ln \Lambda} \frac{m_e}{2} \frac{V_{\max}^4}{4}.$$



**Рис. 2.** Функция распределения:  $f_M$  — тепловые электроны,  $f_{run}$  — убегающие электроны,  $f_{sth}$  — надтепловые электроны;  $T_e = 200$  eV,  $n_e = 10^{14}$  cm $^{-3}$ ,  $n_r = 3 \cdot 10^8$  cm $^{-3}$ .

испарения, вызванную надтепловыми электронами, можно оценить как поток тепла, падающий на половину поверхности пеллета с направления вдоль магнитного поля, деленный на энергию сублимации:

$$\frac{dN_{sth}}{dt} = \frac{Q_{sth} \pi r_p^2}{\lambda_m / 2}.$$

Здесь  $\lambda_m = 15.2 \cdot 10^{-3}$  eV/molecule — энергия сублимации дейтерия. Дополнительное тороидальное ускорение пеллета можно оценить исходя из уравнения реактивного ускорения [4]:

$$M(t)(dv_z/dt) = \langle \cos^2 \theta \rangle U m_i \frac{dN_{sth}}{dt},$$

где  $M(t)$  — масса пеллета,  $dv_z/dt$  — тороидальное ускорение,  $\langle \cos^2 \theta \rangle = 1/2$  ( $\theta$  — угол между направлением вылета атомов с поверхности пеллета и тороидальным направлением),  $U \approx 10^6$  cm/s — скорость вылета атомов, оцененная как скорость газа при переходе потока в сверхзвуковой режим. Плотность убегающих электронов, необходимая для осуществления значительного тороидального смещения, крайне

мала. Например, чтобы описать наблюдаемый на ASDEX-Upgrade [2] эффект локального усиления сдувания пеллетов, достаточно убегающих электронов с концентрацией около  $3 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$  в слое толщиной несколько сантиметров.

Объяснить наблюдаемый эффект удвоения тороидального смещения пеллета в рамках существующих моделей можно, лишь предположив увеличение плотности тока в 6 раз и  $T_e$  на 30% в области испарения макрочастицы, которое не может быть объяснено незначительным вытеснением тока с периферии плазмы, охлаждаемой при инжекции макрочастиц. Оценка величины торможения макрочастиц за счет радиальных градиентов температуры и концентрации плазмы показала, что в современных экспериментальных условиях такой эффект также оказывается незначительным.

Таким образом, показано, что многократная инжекция топливных таблеток создает в плазме условия, когда ускоряется процесс лавинообразного размножения убегающих электронов. При небольших плотностях плазмы, когда критическая энергия перехода в режим убегания намного меньше энергии покоя, размножение электронов ускоряется за счет возрастания электрического поля в плазме, которое в свою очередь вызвано падением температуры после инжекции. При больших плотностях, когда критическая энергия сравнима с энергией покоя, размножение убегающих электронов также ускоряется, но за счет роста плотности плазмы.

## Список литературы

- [1] *Milora S.L., Houlberg W.A., Lenguel L.L. et al. // Nucl. Fusion. 1995. V. 35. P. 657.*
- [2] *Lang P.T., Alexander M., Buchl K. et al. / 21-th Europhys. Conf. Abstr. V. 18 B. Part 1. P. 306.*
- [3] *Parks P.B., Turnbull R.J. // Phys. Fluids. 1978. V. 21. P. 1945.*
- [4] *Kuteev B.V. // Nucl. Fusion. 1995. V. 35. P. 431.*
- [5] *Dreicer H. // Phys. Rev. 1959. V. 115 (2). P. 238.*
- [6] *Jayakumar R., Fleischmann H.H., Zweben S.J. // Phys. Let. 1993. A 172. P. 447.*
- [7] *Connor J.W., Hastie R.J. // Nucl. Fusion. 1975. V. 15. P. 415.*
- [8] *Besedin N.T., Pankratov I.M. // Nucl. Fusion. 1986. V. 26. P. 807.*