

01;09;12

## Высокодобротные колебания шепчущей галереи в экранированном сферическом диэлектрическом резонаторе

© С.Н. Харьковский, Ю.Ф. Филиппов, З.Е. Еременко,  
А.Е. Когут, В.В. Кутузов

Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины,  
Харьков

Поступило в Редакцию 15 апреля 1999 г.

Приведены результаты теоретического и экспериментального исследования колебаний шепчущей галереи в экранированном изотропном слоистом сферическом диэлектрическом резонаторе. Исследованы колебания, добротность которых на два порядка превышает добротность колебаний открытого диэлектрического шара. Обнаружено возникновение междутипового взаимодействия между различными типами колебаний резонатора.

Высокая добротность диэлектрического резонатора (ДР) на колебаниях шепчущей галереи (ШГ) являются определяющей при применении их в широком диапазоне длин вол: от миллиметрового до оптических [1–3].

Краевая задача для однородного изотропного шара исследована достаточно подробно при произвольных значениях параметров [4]. Было показано, что при оптимальном выборе параметров радиационные потери энергии на колебаниях ШГ практически отсутствуют. Для получения высокодобротных резонаторов необходимо использовать диэлектрики с малыми потерями. Новые возможности получения сверхвысокой добротности при низких температурах были найдены при исследовании физических механизмов аномально малой диссипации энергии в диэлектрических кристаллах. Последняя и определяет предельную добротность таких резонаторов [3].

В реальных устройствах ухудшение функциональных показателей ДР с колебаниями ШГ может произойти за счет внешнего воздействия. Одним из путей уменьшения этого влияния является экранирование ДР. Многослойные сферические резонаторы находят широкое применение

в различных физических приложениях. В частности, они используются при создании стабильных микроволновых стандартов, в прецизионной измерительной аппаратуре [5].

В данной работе приводятся результаты исследования колебаний в слоистом изотропном сферическом резонаторе, состоящем из трех областей: диэлектрического шара, зазора и металлической оболочки конечной толщины (вставка на рис. 2). Каждая из этих областей характеризуется диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ). Здесь  $\varepsilon_3 = 4i\pi\sigma/\omega$ , где  $\sigma$  — проводимость металлической поверхности,  $\omega$  — резонансная частота. Глубина проникновения поля в металл предполагается малой по сравнению с толщиной металлической оболочки.

В структуре возникают два типа независимых колебаний: поперечные электрические ( $TE$  моды)

$$E_r = 0, \quad H_r = \frac{n(n+1)}{r^2}V$$

и поперечные магнитные ( $TM$  моды)

$$H_r = 0, \quad E_r = \frac{n(n+1)}{r^2}U.$$

Волновые функции  $U$  и  $V$  определяются решениями системы уравнений Максвелла и имеют вид ( $\Psi = U, V$ ):

$$\Psi = \sum_n R_{\Psi,n}(r) P_n^m(\cos\theta) \exp(i(m\varphi - \omega_p t)).$$

Здесь  $r, \theta, \varphi$  — сферические координаты, индекс  $p$  обозначает тройной индекс:  $n, m, l$ , где  $n$  и  $m$  — полярный и азимутальный индексы, а  $l$  — число полуволн, укладывающихся по радиусу резонатора,  $P_n^m(\cos\theta)$  — присоединенная функция Лежандра. Распределение полей резонансных колебаний по радиальной координате определяется функцией

$$R_{\Psi,n}(r) = \begin{cases} A_{\Psi,n} j_n(kr\sqrt{\varepsilon_1}), & 0 \leq r \leq r_1, \\ B_{\Psi,n} j_n(kr\sqrt{\varepsilon_2}) + D_{\Psi,n} \eta_n(kr\sqrt{\varepsilon_2}), & r_1 \leq r \leq r_2, \\ C_{\Psi,n} h_n^{(1)}(kr\sqrt{\varepsilon_3}), & r \geq r_2, \end{cases}$$

где

$$k = \omega_p/c; \quad j_n(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(x),$$

$$\eta_n(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} N_{n+\frac{1}{2}}(x); \quad h_n^{(1)}(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(x),$$

$J_{n+\frac{1}{2}}(x)$ ,  $N_{n+\frac{1}{2}}(x)$ ,  $H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(x)$  — функции Бесселя, Неймана и Ханкеля первого рода,  $A_{\Psi,n}$ ,  $B_{\Psi,n}$ ,  $C_{\Psi,n}$ ,  $D_{\Psi,n}$  — постоянные.

Удовлетворяя на поверхностях раздела сред при  $r$ , равном  $r_1$  и  $r_2$ , условиям непрерывности тангенциальных компонент полей резонансных колебаний, получаем систему алгебраических уравнений для этих постоянных. Условия существования нетривиальных решений этой системы приводят к следующему характеристическому уравнению, которое определяет резонансные частоты и добротности  $TE$  и  $TM$  мод:

$$\begin{aligned} & \left( \alpha_{\Psi} j'_{11} h_{21}^{(1)} - j_{11} h_{21}^{(1)'} \right) \left[ \beta_{\Psi} h_{32}^{(1)'} \left( j_{22} h_{21}^{(1)} - j_{21} h_{22}^{(1)'} \right) \right. \\ & \left. - \left( j'_{22} h_{21}^{(1)} - j_{21} h_{21}^{(1)'} \right) h_{32}^{(1)} \right] = i j_{11} \left( \beta_{\Psi} h_{22}^{(1)} h_{32}^{(1)'} - h_{32}^{(1)} h_{22}^{(1)'} \right). \quad (1) \end{aligned}$$

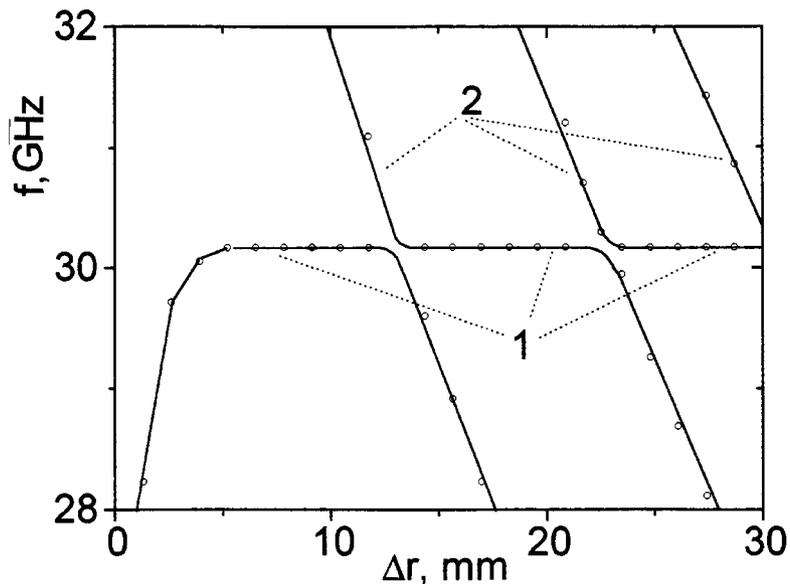
Здесь  $g_{ij} = kr_j \sqrt{\varepsilon_i}$ ,  $b_{ij} = b_n(g_{ij})$ ,  $b'_{ij} = b_{n-1}(g_{ij}) - \frac{n}{g_{ij}} b_n(g_{ij})$ , где под функцией  $b$  подразумевается  $j$  либо  $h$ ,

$$\alpha_U = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}, \quad \alpha_V = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}, \quad \beta_U = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}}, \quad \beta_V = \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}}.$$

Первая скобка в левой части этого уравнения характеризует спектральные параметры резонансных колебаний в диэлектрическом шаре, вторая — колебаний в объеме между поверхностью шара и металлической поверхностью. Правая часть определяет влияние взаимодействия, возникающее между этими колебаниями.

Результаты численного исследования полученного характеристического уравнения (1) для  $TM$  моды представлены на рис. 1 и 2 для резонатора, содержащего диэлектрический шар из фторопласта ( $\varepsilon_1 = 2.08$ ,  $\text{tg } \delta = 1.8 \cdot 10^{-4}$ ,  $r_1 = 39 \text{ mm}$ ), воздушный зазор ( $\varepsilon_2 = 1$ ) и сферический экран из меди ( $\sigma = 1.5 \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}$ ).

На рис. 1 приведены зависимости резонансной частоты  $f = \omega/(2\pi)$  от величины зазора между диэлектриком и металлом  $\Delta r = (r_2 - r_1)$ . В частоте в слоистом резонаторе существуют два типа колебаний: ШГ (1) и семейство объемных колебаний в зазоре (2). В рассматриваемом диапазоне при  $\Delta r$ , меньшей рабочей длины волны, равной 10 mm, объемные колебания отсутствуют. Спектральные параметры ШГ в первом

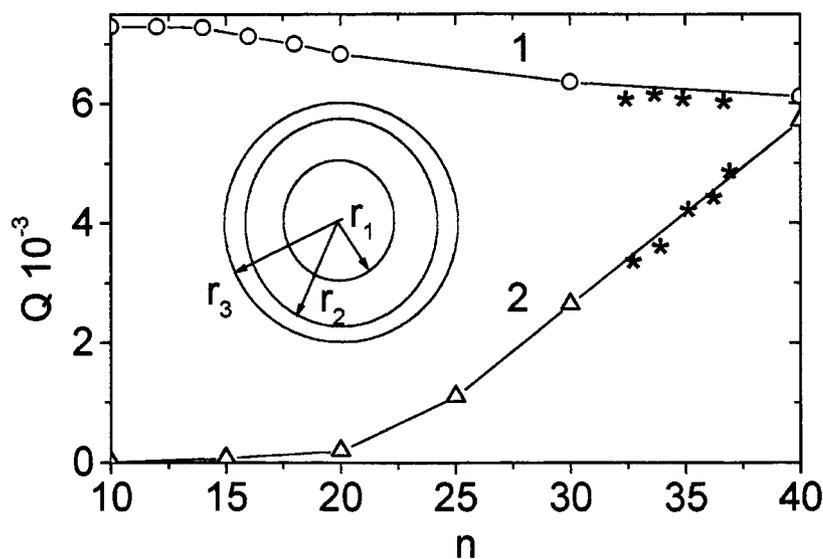


**Рис. 1.** Зависимость частоты резонансных колебаний  $TM$  моды от величины зазора  $\Delta r$  при  $n = 30$ : 1 — колебания шепчущей галереи, 2 — объемные колебания в полости.

приближении определяются первой скобкой в уравнении (1). Замечаем, что резонансная частота этих колебаний в интервале  $0 < \Delta r < 3$  mm увеличивается с ростом  $\Delta r$  и затем остается постоянной и равной частоте этих колебаний в открытом ДР.

При исследовании распределения по радиусу энергии поля колебаний в интервале  $3 < \Delta r < 10$  mm в резонаторе нами обнаружен и экспериментально подтвержден эффект запирания поля ШГ вблизи границы диэлектрического шара. Подобный эффект в открытом резонаторе с диэлектрической призмой рассмотрен Вайнштейном в [5].

При  $\Delta r > 10$  mm частота объемных колебаний в зазоре (рис. 1, 2) приближается к частоте колебаний ШГ (1). В области равенства частот возникает междутиповая связь, приводящая к расталкиванию дисперсионных кривых. Этот эффект наблюдался и в эксперименте.



**Рис. 2.** Зависимость добротности колебаний ШГ  $TM$  моды от полярного индекса  $n$  при  $\Delta r = 3$  мм; 1 — колебания ШГ в экранированной сфере, 2 — в открытой сфере; \* — экспериментальные результаты.

На рис. 2 представлена зависимость собственной добротности  $TM$  моды  $Q$  от полярного индекса  $n$  при  $\Delta r = 3$  мм. Видно, что с уменьшением  $n$  она возрастает и достигает величины  $Q = 7.3 \cdot 10^3$ , превышающей величину диэлектрической добротности  $Q = 5.6 \cdot 10^3$ . Это связано с тем, что при уменьшении полярного индекса увеличивается объем энергии поля колебаний ШГ в зазоре. Рост  $Q$  прерывается при нарушении условий запираения поля в диэлектрике из-за изменения частоты, так как при этом возникает несоответствие электрической величины зазора условию запираения колебаний ШГ в воздушном зазоре. Собственная добротность  $TM$  колебаний открытого диэлектрического шара такого же радиуса снижается больше, чем на два порядка при уменьшении индекса  $n$  от 40 до 10 из-за роста радиационных потерь в шаре.

Рассмотренные эффекты возникают и в полусферическом резонаторе, ограниченном при  $\theta = \pi/2$  плоским металлическим зеркалом. В таком резонаторе  $TM$  моды существуют колебания, у которых сумма  $(n + m)$  – нечетная, а для  $TE$  мод — четная [7].

В эксперименте одна половина диэлектрического шара была заменена плоским зеркалом. В таком резонаторе суженным концом полого металлического волновода через щель связи в зеркале возбуждались колебания ШГ. Для разрежения спектра колебаний экранированного резонатора зеркало лишь частично перекрывало периферийную часть плоского основания диэлектрической полусферы. В качестве экрана использовался полый металлический цилиндр с полукругом в основаниях. В диапазоне частот 32–37 GHz на рис. 2 крестиками показаны результаты измерений собственной добротности колебаний ШГ диэлектрической полусферы, экранированной цилиндрическим экраном. Эти результаты находятся в хорошем согласии с результатами численного решения характеристического уравнения (1).

Исследование изменения частоты и добротности резонансных колебаний при заполнении полости между шаром и металлической поверхностью различными средами может быть эффективно использовано для измерения комплексной диэлектрической проницаемости этих сред.

## Список литературы

- [1] Ильченко М.Е., Взятых В.Ф., Гассанов Л.Г. и др. Диэлектрические резонаторы / Под ред. Ильченко М.Е. М.: Радио и связь, 1989. 328 с.
- [2] Annino G., Cassettari M., Longo L. et al. // IEEE Trans. 1997. MTT-45. N 11. P. 2025–2034.
- [3] Braginsky V.B., Ilchenko V.S., Bagdasarov K.S. // Phys. Lett. A. 1987. V. 120. N 6. P. 300–305.
- [4] Gastine M., Cjurtois L., Dorvfb J.L. // IEEE Trans. 1967. MTT-15. N 12. P. 696–706.
- [5] Sottini S., Giogetti E., Marcelino C. // Rure and Appl. Opt. 1992. V. 1. P. 359–372.
- [6] Вайнштейн Л.А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М.: Сов. радио, 1966. 375 с.
- [7] Филиппов Ю.Ф., Козут А.Е., Курузов В.В., Харьковский С.Н. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1997. Т. 40. № 2. С. 19–26.