

01;05

## **Оценка механических свойств многокомпонентных материалов стохастической структуры**

© В.Н. Лейцин, Ю.Н. Сидоренко

Томский государственный университет

Поступило в Редакцию 2 декабря 1997 г.

Предложен новый алгоритм моделирования механического поведения композиционного материала стохастической структуры. В качестве эталонной среды предлагается использовать модельный материал, структура которого формируется по параметрам распределений формы, размеров и ориентаций компонент реального композита. Предложен способ определения границ интервала размеров микрообъемов модельного материала, обеспечивающих выполнение условия локальной представительности. Показана возможность предварительной оценки этих границ по параметрам распределения геометрических характеристик микрообъемов, не требующая решения последовательности обратных задач.

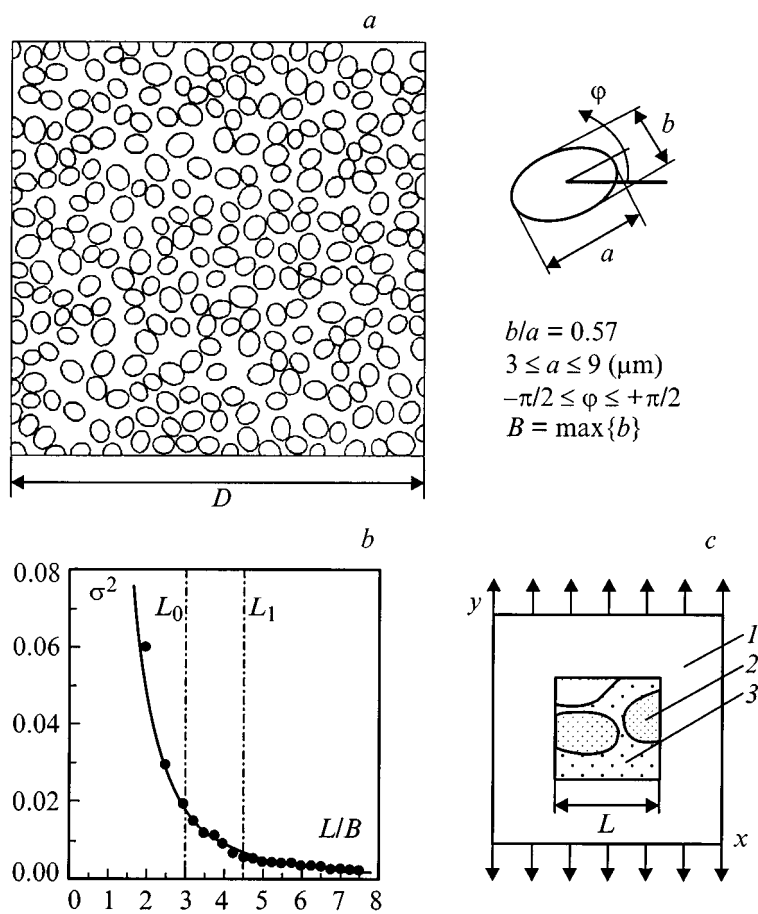
Одним из основных приемов механики композитов является использование понятия эффективной среды. Свойства эффективной среды определяются как свойства эталонного материала, в качестве которого наиболее часто рассматривают либо приведенный (однородный) материал, либо материал с регулярной структурой [1]. В первом случае отсутствует возможность получения информации о распределении микронапряжений, во втором — учета концентрационной неоднородности и хаотического характера армирования, характерных для многих реальных композитов.

Предлагается в качестве эталонного рассматривать модельный материал, структура которого представляет собой матрицу, случайным образом наполненную дискретными включениями. Геометрическая модель структуры формируется с использованием метода Неймана по параметрам распределений размеров, формы и ориентаций включений. Это позволяет непосредственно имитировать особенности структуры и, как следствие, механической реакции реальных композитов. Макроскопические свойства модельного материала принимаются в качестве

эффективных и определяются методами стохастической механики по распределениям локальных свойств [2]. Локальные механические свойства определяются реакцией микрообъемов модельного материала на внешнее нагружение. Рассматривается задача выбора размеров микрообъемов, обеспечивающих им свойство представительности в локальном смысле. Для определения параметров механической реакции микрообъема в однородном поле внешних воздействий используется трехфазная модель композита [3].

Поставленная задача решена в плоской постановке методом конечных элементов применительно к оценке упругих свойств композита, наполненного волокнами, при нагружении поперек направления волокон. На рис. 1, *a* представлены модельная структура материала такого типа и ее характеристики. Относительный характерный размер исследуемого фрагмента структуры модельного материала  $D/B = 50$ , объемная доля включений 0.46. Зависимость среднеквадратичной дисперсии  $\sigma^2$  объемного соотношения компонент от величины  $L/B$  для случайной выборки фрагментов приведена на рис. 1, *b*. Видно, что существует характерный интервал размеров микрообъемов структуры ( $L_0 < L/B < L_1$ ), которому соответствует область резкого изменения характера зависимости  $\sigma^2(L/B)$ . Упругие свойства характеризуются следующими значениями постоянных Ламе:  $\lambda_i/\lambda_m = 6$ ,  $\mu_i/\mu_m = 6.6$  (индексы  $m$  и  $i$  относятся к матрице и включениям). Расчетная схема приведена на рис. 1, *c*. На границах раздела компонент выполняются условия идеального механического контакта. Условия нагружения моделируют случай одноосного макрорастяжения.

На рис. 2, *a, b* приведены результаты применения предложенной схемы определения упругих свойств для двух случайным образом выбранных точек модельного материала для случаев растяжения во взаимно ортогональных направлениях. Относительный размер фрагмента структуры  $L/B$  варьировался при этом в пределах 1.5...7.5. Для каждого фрагмента дополнительно определялось объемное соотношение компонент  $S$ . Наблюдается корреляция между изменением уровня вариаций объемного соотношения компонент материала и уровнями вариаций локальных эффективных упругих свойств при изменении размеров  $L/B$  моделируемого фрагмента. Представленные результаты показывают, что существуют значительные отличия механических реакций микрообъемов, отвечающих различным точкам модельной структуры, которые не пропадают с ростом размера фрагментов.



**Рис. 1.** Параметры структуры модельного материала и расчетная схема:  $a$  — структура модельного материала;  $b$  — зависимость среднеквадратичной дисперсии объемного соотношения  $\sigma^2$  компонент модельного материала от размеров фрагментов;  $c$  — расчетная схема определения эффективных параметров микрообъема модельного материала ( $1$  — эффективная среда,  $2$  — включения,  $3$  — матрица).

Это подтверждает справедливость утверждения [1], что для адекватной оценки эффективных механических свойств материала необходимо использование сведений о функциях распределения его локальных свойств.

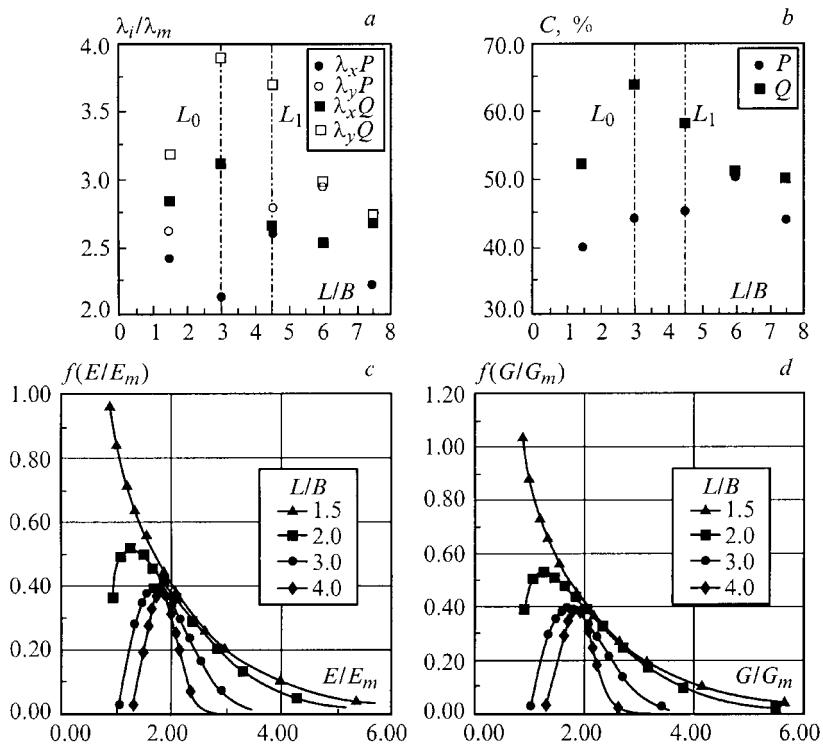
Проведено исследование зависимости статистических параметров распределений упругих свойств и объемных соотношений компонент микрообъемов модельного композита от их размеров на случайным образом сформированной выборке. На рис. 2, *c, d* представлены функции плотностей распределения относительных упругих модулей  $E/E_m$ ,  $G/G_m$  для выборок микрообъемов различных размеров ( $E, G$  — эффективные модули Юнга и сдвиги микрообъема,  $E_m, G_m$  — модули матрицы). Для аппроксимации распределения эффективных упругих модулей микрообъемов использовано трехпараметрическое распределение Вейбулла. Объем сформированных выборок ( $N = 300$ ) позволяет сделать возможной надежную оценку параметров распределений для заданного уровня значимости.

Представленные на рис. 2, *c, d* функции плотностей распределения относительных упругих модулей так же, как и данные рис. 2, *a, b*, свидетельствуют о наличии сильной зависимости результатов численной оценки механических свойств микрообъема от его размеров. Приведенные кривые позволяют говорить о подобии результатов, полученных для различных значений относительных размеров микрообъемов, начиная с величины  $L/B \geq 3.0$ . Указанная граница области подобия функций плотности распределения относительных упругих модулей ( $L/B \geq 3.0$ ) попадает в тот же интервал размеров ( $L_0, L_1$ ), что и область резкого изменения характера зависимости  $\sigma^2(L/B)$  (рис. 1, *b*).

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1. Использование модельного материала со стохастической структурой в качестве эталонного позволяет проводить оценку механической реакции многокомпонентных материалов с учетом характерных особенностей реальной структуры, а также обусловленных ими локальных неоднородностей параметров нагружения и деформирования [4].

2. Существует минимальный размер  $L_0$  микрообъемов модельной структуры, позволяющий учитывать влияние ее элементов на локальную механическую реакцию композита. Существует максимальный размер микрообъемов  $L_1$ , при котором утрачивается свойство локальности оценок свойств. В качестве локально-представительного может рассма-



**Рис. 2.** Результаты расчета: *a* — зависимость относительных упругих характеристик  $\lambda_i$  ( $i = x, y$ ) для двух точек ( $P, Q$ ) модельного материала от размеров микрообъемов при растяжении в ортогональных направлениях; *b* — объемное соотношение компонент материала ( $C$ ) для двух точек ( $P, Q$ ) в пределах микрообъема в зависимости от его размера; *c* — плотности распределения относительных модулей Юнга для выборок микрообъемов различных размеров; *d* — плотности распределения относительных модулей сдвига для выборок микрообъемов различных размеров.

траваться микрообъем, размеры которого попадают в интервал  $(L_0, L_1)$ . Результаты осреднения механических реакций микрообъемов указанных размеров определяют локальные эффективные параметры состояния композитного материала.

3. Предварительная оценка границ интервала размеров микрообъемов композита, обеспечивающих выполнение свойства локальной представительности, может быть сделана по результатам анализа зависимости дисперсии объемного соотношения компонент от характерных геометрических параметров структуры ( $L/V$ ).

## Список литературы

- [1] *Победря Б.Е.* // Механика композитных материалов. 1996. № 6. С. 729–746.
- [2] *Ломакин В.А.* Статистические задачи механики твердых деформируемых тел. М.: Наука, 1970. 139 с.
- [3] *Кристенсен Р.* Введение в механику композитов. М.: Мир, 1982. 334 с.
- [4] *Коротких Ю.Г., Волков И.А.* // Прикладные проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. 1997. В. 56. С. 43–49 (Нижегородский университет им. Н.И. Лобачевского).