

05;08;12

Исследование распространения ультразвукового импульса в дисперсной фрактальной среде

© П.А. Головинский, Д.Ю. Золототрубов,
Ю.С. Золототрубов, В.Т. Перцев

Воронежская государственная архитектурно-строительная академия

Поступило в Редакцию 5 ноября 1998 г.

Приведены результаты экспериментального определения фрактальных параметров частиц молотого песка. По результатам измерения прохождения акустического импульса через массивы песка различной дисперсности определен дробный показатель степени в зависимости скорости распространения от длины волны ультразвука. Для описания распространения ультразвуковых волн в дисперсной среде предложено волновое уравнение в дробных производных.

Строение и свойства дисперсных сред привлекают в последнее время все большее внимание исследователей. Такие среды имеют чрезвычайно широкое распространение как в природе, в том числе геологического происхождения, так и в различных технологических приложениях. Особый интерес они вызывают в связи с обнаруженной в таких средах самоорганизующейся критичностью явлений [1]. Такого рода явления характеризуются наличием самоподобия процессов, протекающих на разных масштабах. Для их описания в статистической физике и квантовой теории поля развито приближение ренормализационной группы, позволяющее производить расчеты важных физических параметров [2]. С точки зрения геометрического строения самоподобные структуры, в том числе статистически самоподобные, являются фракталами [3], а анализ таких структур строится на основе дробных производных [4,5]. Фрактальные свойства различных дисперсных сред установлены для большого числа сыпучих материалов путем измерения адсорбции газов их развитой поверхностью [6].

В настоящей работе методом оптического анализа исследовалась фрактальность частиц молотого кварцевого песка различной дисперсности, а затем по результатам ультразвуковых исследований определялась фрактальность массивов из кварцевого песка.

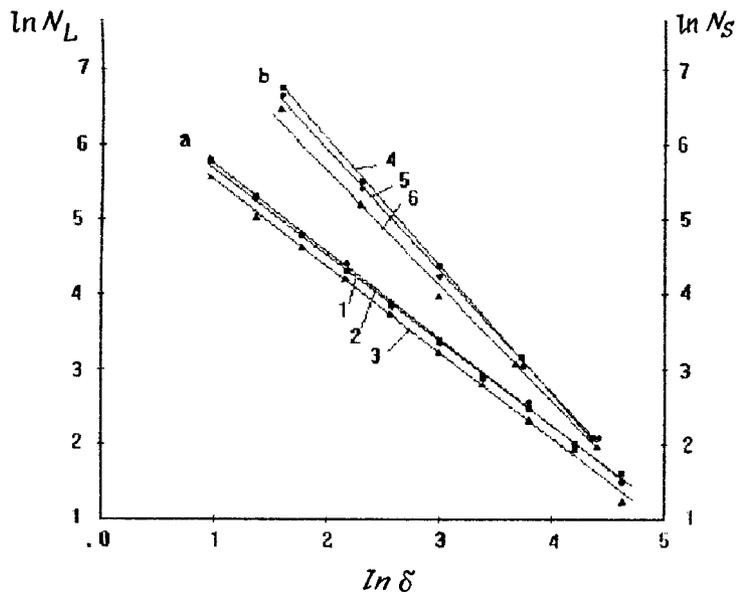


Рис. 1. Зависимость логарифма числа частиц N_L элементов длины периметра (а) и логарифма числа квадратов N_S , покрывающих площадь проекции частицы (b), от логарифма масштаба δ для частиц кварцевого песка с удельной поверхностью: 1, 4 — 35, 2, 5 — 100, 3, 6 — 200 м²/кг.

Частицы кварцевого песка фотографировались через микроскоп с 280-кратным увеличением при удельной поверхности песка s от 3 до 35 м²/кг и с увеличением в 630 раз при $s > 100$ м²/кг. Определялась фрактальная размерность периметра проекции частиц песка на плоскость при разных масштабах [7]. Зависимость числа N_L элементов длины, покрывающих периметр, от масштаба имеет степенной вид

$$N_L = \delta^{-D_L}, \quad (1)$$

где D_L — фрактальная размерность, δ — масштаб.

На рис. 1, а показана зависимость N_L от δ в дважды логарифмическом масштабе. Видно, что экспериментальные точки хорошо ложатся на прямую. При этом выдерживается одинаковый наклон линий для

разных частиц, соответствующих определенной удельной поверхности песка. Для разных удельных поверхностей D_L варьируется от 1.23 при $s = 200 \text{ m}^2/\text{kg}$ до 1.16 при $s = 35 \text{ m}^2/\text{kg}$.

Расчет фрактальной размерности D_S площади проекции частицы производился методом подсчета числа квадратов N_S покрывающих площадь проекции частицы на плоскость при различных масштабах δ сторон квадратов. Зависимость N_S от δ в дважды логарифмическом масштабе показана на рис. 1, *b*. Здесь также хорошо виден линейный характер экспериментальной зависимости, а D_S изменяется от 1.582 для $s = 200 \text{ m}^2/\text{kg}$ до 1.784 для $s = 35 \text{ m}^2/\text{kg}$. Важным вопросом является определение структуры всего массива песка. Для выявления такой связи мы провели измерение скорости звука в сухом кварцевом песке различной дисперсности. Длина ультразвуковой волны, проходившей через среду была, по крайней мере, на порядок больше размера частиц, что обеспечило исследование среды в волновом режиме распространения. Измерения проводились при частоте следования импульсов 67 kHz и толщине образцов среды 25 mm. Измерялось время, за которое передний фронт ультразвукового импульса проходит известное расстояние в среде, а затем рассчитывалась скорость распространения волн. Форма импульса практически не претерпевала изменений при прохождении образцов.

Результаты измерений представлены на рис. 2 в виде графика линейной зависимости логарифма скорости распространения ультразвука в массиве кварцевого песка от логарифма среднего диаметра частицы. С увеличением дисперсности песка скорость прохождения ультразвука снижается, становясь меньше скорости звука в воздухе. Для объяснения связи наблюдаемой зависимости скорости звука в среде от ее фрактальных свойств предложена модель волнового уравнения с дробными пространственными производными.

Для построения математической модели одномерного распространения продольной волны вдоль оси x в дисперсной среде примем, что напряжение на границе выделенного объема V определяется градиентом смещения u твердой фазы. Тогда второй закон Ньютона для выделенного объема можно записать в виде

$$\int \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dV = k \int \frac{\partial^{2D} u}{\partial x^{2D}} dS. \quad (2)$$

Мы использовали тот факт, что интегральное приращение величин в самоподобной разрывной структуре выражается через дробное

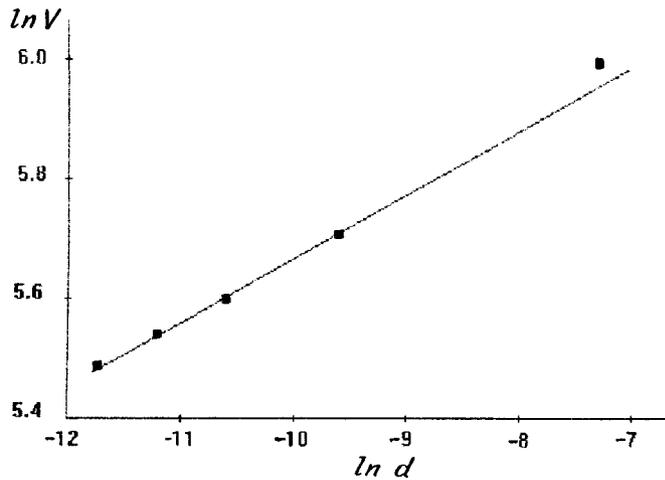


Рис. 2. Зависимость логарифма скорости распространения ультразвука в кварцевом песке от логарифма среднего диаметра частиц.

интегрирования [5]. Используя преобразование Гаусса-Остроградского для перехода в правой части (2) от интеграла по поверхности к интегралу по объему и переходя к дифференциальной форме записи, будем иметь

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^{2D} u}{\partial x^{2D}}, \quad (3)$$

где $c^2 = k/\rho$, $1 < D < 2$. Отметим, что дробное дифференцирование было применено ранее для построения модели фильтрации в пористых средах с фрактальной структурой [8].

В работе [9] на основе преобразования Лапласа получено фундаментальное решение уравнения типа (3) в виде

$$u = M(z; \beta), \quad z = |x|/ct^\beta, \quad \beta = 2 - D,$$

$$M(z; \beta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^n}{\Gamma[-\beta n + (1 - \beta)]}. \quad (4)$$

Уравнение (3) порождает дисперсионное уравнение распространения звука во фрактале $k^D = \alpha\omega$. Скорость фронта такой волны $v \sim k^{D-1}$. Если предположить масштабное самоподобие фрактального объекта, то изменение масштаба частиц в a раз означает эффективное изменение длины волны $\lambda \rightarrow \lambda/a$. Тогда изменение скорости подчиняется закону $v \sim a^{D-1}$.

На основании данных по измерению скорости при изменении дисперсности среды, представленных на рис. 2, получен показатель $D = 1.103$, что подтверждает фрактальность системы. Такой дробный характер дисперсионной зависимости хорошо известен для фрактальных сеток [10]. Снижение скорости прохождения ультразвука с повышением дисперсности песка, на наш взгляд, связано с увеличением эффективного акустического пути прохождения звуковой волны через материал. Этот результат отражает тот факт, что структура массива кварцевого песка характеризуется чередованием пустот и плотных образований частиц с множественными контактами.

В заключение следует подчеркнуть, что часто используемое при моделировании дисперсных систем допущение об условной шарообразности частиц и плотном характере их упаковки плохо согласуется с реальной структурой тонкодисперсных сред.

Список литературы

- [1] *Bak P., Chao Tang, Wiensfeld K.* // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. P. 381–384.
- [2] *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* // Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984. 649 с.
- [3] *Mandelbrot B.* // Les Objects Fractal. France, Flammarion, 1995. 200 p.
- [4] *Нигматуллин Р.Р.* // ТМФ. 1992. Т. 90. В. 3. С. 354–368.
- [5] *Гук И.П.* // ЖТФ. 1998. Т. 68. В. 4. С. 7–11.
- [6] *Федер Е.* Фракталы. М.: Мир, 1991. 260 с.
- [7] *Tricot C.* // Courbe et dimension fractale. Paris, Springer-Verlag, 1993. 349 p.
- [8] *Мейланов Р.П.* // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. В. 23. С. 40–42.
- [9] *Mainardi F., Tomirotti M.* // Transforms and Special functions. Proceedings of International Workshop, Sofia, 1994. P. 171–183.
- [10] *Nakayama T., Yakubo K.* // Rev. Mod. Phys. 1994. V. 66. N 2. P. 381–443.