

01;10;12

## Продольная хроматическая абберация ускоряющего зазора

© А.М. Тронь

Московский государственный инженерно-физический институт  
(Технический университет)

Поступило в Редакцию 13 ноября 1998 г.

Приводится выражение для продольной хроматической абберации ускоряющего зазора с произвольным распределением электростатического поля вдоль траектории электрона, предложен способ ее уменьшения во времяпреобразующих хронографах до величин порядка 10 fs.

Основным фактором, ограничивающим временное разрешение времяпреобразующего хронографа типа стрик-камеры, является продольная хроматическая абберация его ускоряющего зазора [1], определяемая здесь как разброс времени пролета зазора электроном из-за его начального распределения по продольной компоненте скорости. В работе исследуется возможность сведения данной абберации до минимально возможных значений. С этой целью определим вначале выражение для времени пролета нерелятивистским электроном зазора, формируемого в общем случае цилиндрическим эмиттером и плоским электродом.

Пусть эмиттер кругового сечения с произвольным радиусом  $R$  находится под потенциалом  $-U_0$  относительно электрода, а электрон движется вдоль координатной оси  $x$ , совпадающей с линией пересечения двух ортогональных плоскостей симметрии поля. Тогда в системе единиц измерения, где заряд электрона равен  $-1$ , а его энергия в единицах eV, известное выражение [2] для времени пролета зазора примет вид

$$t = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{W_0}{2}} \int_{U_0}^0 \frac{1}{E} \frac{dU}{\sqrt{W-U}}, \quad (1)$$

где  $c$  — скорость света;  $W$ ,  $W_0$  — соответственно полная энергия и энергия покоя электрона;  $U$ ,  $E$  — потенциальная энергия электрона и скорость ее изменения по оси  $x$ , которые в принятой системе единиц

измерения численно равны соответственно абсолютному значению потенциала поля и его напряженности.

Подынтегральная функция  $1/E$  в области ее определения  $U \in [U_0, 0]$  является непрерывной и монотонной. Тогда, согласно второй теореме о среднем в интегральном исчислении [3], этот интеграл можно представить в виде

$$\int_{U_0}^0 \frac{1}{E} \frac{dU}{\sqrt{W-U}} = \frac{1}{E_m} \int_{U_0}^{U_\xi} \frac{dU}{\sqrt{W-U}} + \frac{1}{E_h} \int_{U_\xi}^0 \frac{dU}{\sqrt{W-U}}, \quad (2)$$

где  $E_m, E_h$  — соответственно максимальное значение напряженности поля на эмиттере и напряженность на электроде в конце рассматриваемого зазора длиной  $h$ ;  $U_\xi$  — значение, которое следует определить.

В рассматриваемой системе электродов величины  $E_m, E_h$  равны

$$E_m = -\frac{U_0}{h} \cdot k = -\frac{U_0}{h} \cdot \frac{\sqrt{m(m+2)}}{\ln(m+1 + \sqrt{m(m+2)})}, \quad (3)$$

$$E_h = \frac{2}{m+2} \cdot E_m, \quad (4)$$

где  $m = h/R$ ,  $k$  — коэффициент усиления напряженности поля на эмиттере.

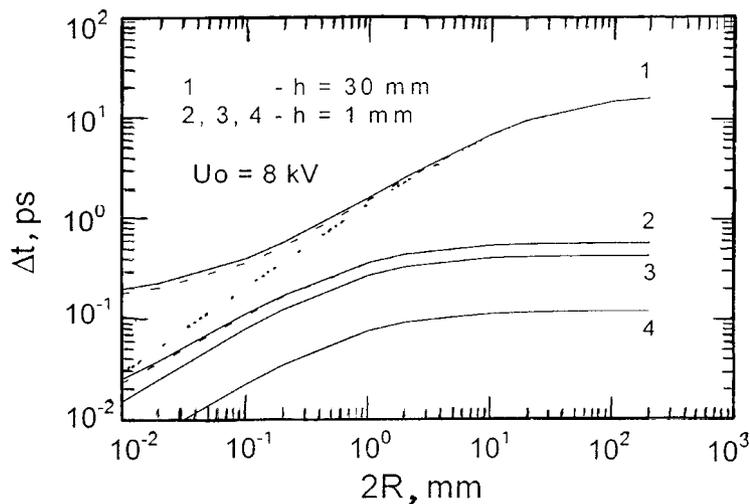
Для упрощения и наглядности представления последующих выражений определим величину  $U_\xi$  из уравнения (2) при допущении, что здесь  $W = U_0$ . Умножим обе части равенства (2) на  $1/\sqrt{\alpha - U_0}$  и проинтегрируем по  $U_0$  от 0 до  $\alpha$ , после чего, положив значение параметра  $\alpha = U_0$ , получим алгебраическое уравнение относительно  $U_\xi$ , решение которого есть

$$\xi \equiv \frac{U_\xi}{U_0} = 2 \cdot \frac{k-1}{m}. \quad (5)$$

С учетом определения (5) и представления (2) интегрирование в (1) дает выражение для времени пролета зазора электроном с начальной энергии  $W_0$ :

$$t(W_i) = t_0 \cdot \frac{2}{k} \cdot \left\{ \sqrt{1+W_i} - \sqrt{W_i} + \frac{m}{2} \left[ \sqrt{1+W_i} - \sqrt{1-\xi+W_i} \right] \right\}, \quad (6)$$

где  $t_0 = (h/c) \cdot \sqrt{W_0/(2U_0)}$  и  $W_i = W_{0i}/U_0$ .



Зависимость продольной хроматической aberrации ускоряющего зазора от радиуса эмиттера. Пояснение обозначений см. в тексте.

Тогда продольная хроматическая aberrация зазора определится как

$$\Delta t = t(W_1) - t(W_2), \quad (7)$$

где полагается, что  $W_2 > W_1$ , и  $W_1, W_2$  определяются как границы доверительного интервала из начального распределения электрона по энергии, соответствующего его распределению по продольной компоненте скорости.

Как правило,  $W_i < 0.01$ , тогда, разлагая радикалы в формуле (6) в ряд по степеням  $W_i$ , можно упростить и представить выражение (7) в явном виде:

$$\Delta t \cong t_0 \cdot \frac{2}{k} \left\{ \sqrt{W_2} - \sqrt{W_1} - \left[ 1 + \frac{m}{2} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi}} \right) \right] \cdot \frac{W_2 - W_1}{2} \right\}. \quad (8)$$

На рисунке приведены зависимости aberrации от радиуса эмиттера для двух значений величины зазора  $h$ , 1 и 30 mm, и ускоряющего напряжения 8 kV, где сплошной линией представлены результаты, полученные методом численного интегрирования релятивистского

уравнения движения [4], пунктирной — по формуле (8), точками — по формуле (8) без учета линейного по  $W_i$  члена разложения. При больших значениях  $R$  эти линии практически совпадают для одного и того же начального энергетического разброса, отмеченного на рисунке цифрами: 1 и 2 —  $W_{01} = 0.335$  eV,  $W_{02} = 3.925$  eV, что соответствует вторично-электронному эмиттеру в мониторе фазового распределения частиц в густке [4]; 3 —  $W_{01} = 0$ ,  $W_{02} = 1.1$  eV для случая фотокатода хронографа рентгеновского излучения; 4 —  $W_{01} = 0.5$  eV,  $W_{0,2} = 1$  eV, — как пример для случая хронографа электромагнитного излучения в видимой области спектра. Из приведенных зависимостей следует, что погрешность расчета по формуле (8) пренебрежимо мала и что с переходом к эмиттерам с малым радиусом кривизны возможно уменьшение продольной хроматической абберации зазора на один-два порядка и сведение ее к величине порядка 10 fs. Отметим, что использование данных эмиттеров наиболее эффективно в приборах с продольной модуляцией электронного пучка [4].

Автор признателен И.Г. Меринову за помощь в численных расчетах.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 96-02-18364.

## Список литературы

- [1] Завойский Е.К., Фанченко С.Д. // ДАН СССР. 1976. Т. 226. С. 1062–1065.
- [2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М.: Наука, 1965. 204 с.
- [3] Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. 2. М.–Л.: Гостехиздат, 1952. 627 с.
- [4] Tron A.M., Merinov I.G. // Proc. of the 18th Linear Accelerator Conf. 21–26 Aug. 1996. Geneva.: CERN, 1996. P. 514–517.