

01;09

## **Хаотические колебания в системе связанных триггеров**

© Э.В. Кальянов

Институт радиотехники и электроники РАН (Фрязинская часть)

Поступило в Редакцию 3 августа 1998 г.

Рассмотрена схема двух связанных через емкости триггеров. Приведены уравнения движения при кубичной аппроксимации нелинейных элементов. Путем численного анализа показана возможность возбуждения хаотических колебаний. Описан механизм хаотизации колебаний.

Триггеры и их ансамбли широко применяются в различных радиотехнических устройствах, в том числе и вычислительных. При увеличении быстродействия необходимо повышение рабочих частот (в вычислительных устройствах это повышение тактовых частот), что может приводить к сложным эффектам, обусловленным влиянием, например, паразитных емкостей. Последние неизбежно появляются по мере приближения к сверхвысоким частотам. Поэтому представляет интерес рассмотрение работы схемы связанных триггеров и, в частности, при наличии между ними емкостной связи.

В настоящей работе рассматривается взаимодействие двух триггеров классического типа, связанных с помощью емкостей. Показана возможность хаотических колебаний в такой схеме, что представляет самостоятельный интерес, так как исследование хаотического поведения различных систем в настоящее время весьма актуально [1–3].

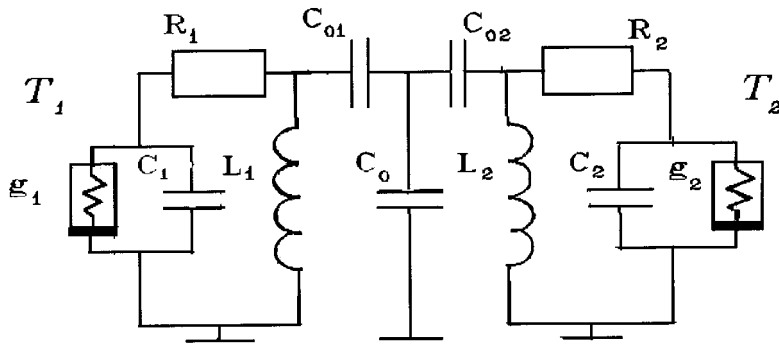


Рис. 1. Схема двух триггеров, связанных с помощью емкостей.

Рассматриваемая схема связанных триггеров представлена на рис. 1. Первый триггер  $T_1$  содержит емкость  $C_1$ , сопротивление  $R_1$ , индуктивность  $L_1$  и нелинейный активный элемент  $g_1$ , соединенные по классической схеме [4]. Элементы  $C_2$ ,  $R_2$ ,  $L_2$  и  $g_2$  определяют совершенно аналогичную схему второго триггера  $T_2$ . Связь между триггерами осуществляется с помощью емкостей  $C_{01}$ ,  $C_0$  и  $C_{02}$ .

Уравнения, описывающие работу схемы рис. 1, в безразмерных величинах, можно представить в виде

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= y + y_1 - x_1 - g_1(x_1), \\
 \dot{x}_2 &= \delta[y + y_2 - x_2 - g_2(x_2)], \\
 \dot{y} &= \alpha\{x_1 - (y + y_1) + z_1 + \varkappa[x_2 - (y + y_2) + z_2]\}, \\
 \dot{y}_i &= [x_i - (y + y_i) + z_i]\gamma_i^{-1}, \\
 \dot{z}_i &= -\beta_i(y + y_i),
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $i = 1, 2$ . При этом переменные  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y$ ,  $y_1$ ,  $y_2$  определяют соответственно колебательные процессы на конденсаторах  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_0$ ,  $C_{01}$  и  $C_{02}$ , а переменные  $z_1$  и  $z_2$  характеризуют изменение тока через индуктивности  $L_1$  и  $L_2$ . Точкой обозначено дифференцирование по безразмерному времени  $t$ , связанному с реальным  $t^*$  соотношением

$t = t^*(R_1 C_1)^{-1}$ . Постоянные коэффициенты в уравнениях (1) равны  $\alpha = (C_1/C_0)$ ,  $\beta_1 = (C_1 R_1^2/L_1)$ ,  $\beta_2 = (C_1 R_1^2/L_2)$ ,  $\varkappa = (R_1/R_2)$ ,  $\delta = \varkappa(C_1/C_2)$ ,  $\gamma_1 = (C_{01}/C_1)$ ,  $\gamma_2 = (C_{02}/C_1)$ . Функции  $g_1(x_i)$  описывают нелинейные характеристики активных элементов. При использовании кубичной аппроксимации они могут быть представлены соотношением

$$g_i(x_i) = -\nu_i x_i + \mu_i x_i^3, \quad (2)$$

где  $\nu_i, \mu_i$  — постоянные величины.

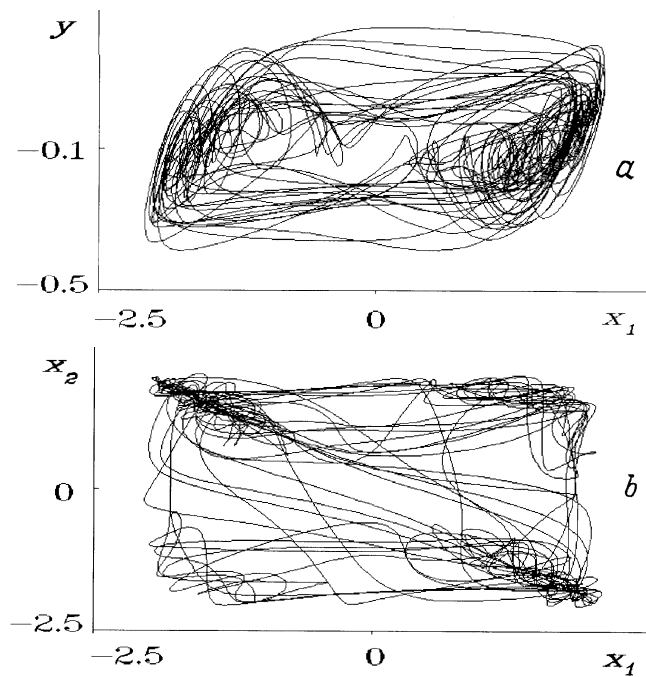
Из системы (1) легко получить уравнения, описывающие процессы в отдельном триггере. Так, полагая  $\gamma_1 = 0$ , для триггера  $T_1$  будем иметь

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= z_1 - g_1(x_1), \\ \dot{z}_1 &= -\beta(x_1 + z_1). \end{aligned} \quad (3)$$

Решение уравнений (1)–(3) проводилось методом Рунге–Кутты 4-го порядка при шаге интегрирования по времени, равном 0.1.

При численном анализе уравнений (1), (2) выяснено, что система связанных триггеров является автоколебательной и обладает хаотической динамикой. Результаты расчетов, иллюстрирующие это, приведены на рис. 2. Они получены для случая идентичных триггеров ( $\beta_1 = \beta_2 = 1.8$ ,  $\delta = \varkappa = 1$ ,  $\nu_1 = \nu_2 = 0.25$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = 0.1$ ) при  $\alpha = 10$ ,  $\gamma_1 = 100$ ,  $\gamma_2 = 40$ . Начальные условия полагались равными  $x_i(0) = y(0) = y_i(0) = z_i(0) = 0.1$ . На рис. 2, *a* показано изображение аттрактора колебательного процесса  $x_1(t)$  (в координатах  $x_1, y$ ), а на рис. 2, *b* — движение изображающей точки в фазовом пространстве  $x_1, x_2$ .

Аттрактор автостохастического процесса  $x_1(t)$  свидетельствует о существовании двух бассейнов (областей) притяжения (назовем их бассейны  $P_1$  и  $P_2$ ), в которых система совершает хаотические колебания и случайным образом переходит из одного бассейна притяжения в другой (рис. 2, *a*). Наличие двух бассейнов притяжения находится в соответствии с существованием двух устойчивых состояний в триггере. В соответствии с (2), (3) при начальных условиях  $x_1(0) = 0.1$ ,  $z_1(0) = 0$  (по-прежнему  $\nu_1 = 0.25$ ,  $\mu_1 = 0.1$ ,  $\beta_1 = 1.8$ ) стационарное значение  $x_1(t)$  равно 1.58, а при начальных условиях  $x(0) = -0.1$ ,  $z(0) = 0$  оно становится отрицательным при той же абсолютной



**Рис. 2.** Аттрактор колебательного процесса в первом триггере (*a*) и движение изображающей точки в плоскости  $x_1, x_2$  (*b*) при емкостной связи двух связанных триггеров.

величине  $x_1(t) = -1.58$ ). Как раз в окрестности этих устойчивых состояний триггера находятся бассейны притяжения  $P_1$  и  $P_2$ , в которых совершаются хаотические автоколебания связанной системы триггеров.

Колебательный процесс  $x_2(t)$  также является хаотическим с переключением колебаний между двумя бассейнами притяжения, но структура аттрактора этого процесса отличается от представленного на рис. 2, *a*. Об этом свидетельствует наличие четырех "сгущений" хаотического движения изображающей точки в фазовом пространстве  $x_1, x_2$  (рис. 2, *b*). Сгущения, расположенные вблизи предельного множества  $x_1 = x_2$ , соответствуют интервалам времени, когда хаотические

колебания  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  происходят одновременно в одном бассейне притяжения (первом или втором), а другие две области сгущения траекторий (вблизи предельного множества  $x_1 = -x_2$ ) — интервалам времени, когда колебательные процессы совершаются в разных бассейнах притяжения.

Следует отметить, что при  $\varkappa = 0$  уравнения (1), (2) описывают генератор, подобный известной цепи Чуа [5], но с более сложным колебательным контуром. Получающаяся в этом случае система уравнений при значении параметров, при которых рассчитывался рис. 2, а (за исключением того, что  $\varkappa = 0$ ), также обладает хаотической динамикой и позволяет перейти к уравнениям (3). В известных безразмерных уравнениях Чуа [1,2,5–9] такой переход невозможен, так как в них безразмерное время вводится соотношением, не содержащим емкость, входящую в схему триггера.

Проведенный анализ свидетельствует о том, что механизм хаотизации колебаний в схеме рис. 1 связан с ударным возбуждением колебательного процесса в контуре, образованном индуктивностями триггеров и емкостными элементами связи. Наличие этих элементов приводит к образованию двух автостохастических систем с общим колебательным контуром. При том каждая из парциальных систем подобна цепи Чуа, если в последней соответствующим образом усложнить резонансную систему. Ударные колебания в контуре, поддерживаемые за счет наличия нелинейных элементов, нарастают в одном из бассейнов притяжения (вблизи одного устойчивого состояния триггеров) до тех пор, пока не достигают другого устойчивого состояния триггеров (другого бассейна притяжения). "Опрокидывание" колебаний происходит случайным образом в соответствии с тем, что хаотически изменяются начальные условия ударно возбуждающихся колебаний в контуре. Различия в параметрах связи и, как следствие, в условиях переключения триггеров приводят к усложнению взаимодействующих колебаний.

Рассмотренная схема может быть использована как простой источник хаотических колебаний с более запутанными движениями, чем наблюдающиеся в обычной цепи Чуа, изучению и практическому применению которой продолжают посвящаться многие исследования [1,2,6–9].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 98–02–16722).

## Список литературы

- [1] *Дмитриев А.С., Панас А.И., Старков С.О.* // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 1997. № 10. С. 4–26.
- [2] *Шалфеев В.Д.* и др. // Там же. С. 27–49.
- [3] *Храмов А.С.* // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. В. 5. С. 51–57.
- [4] *Каннингхем В.* Введение в теорию нелинейных систем / Пер. с англ. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1962. 456 с.
- [5] *Chua L.O., Komuro M., Matsumoto T.* // IEEE Trans. Circuits Syst. 1986. V. CAS-33. N 11. P. 1073–1118.
- [6] *Wu C.W., Yang T., Chua L.O.* // Int. J. Bifurcation and Chaos. 1996. V. 6. N 3. P. 455–471.
- [7] *Biey M. et al.* // Proc. 5-th International Specialist Workshop. Njnlneair Dynamics of Electron Systems (NDES'97). June 26–27. 1997. P. 358–363.
- [8] *Астахов В.В.* и др. // РЭ. 1997. № 3. С. 320–325.
- [9] *Хованов И.А., Анищенко В.С.* // РЭ. 1997. Т. 42. № 7. С. 823–827.