

01;07

Вращение волнового фронта оптического вихря в свободном пространстве

© А.В. Воляр, В.Г. Шведов, Т.А. Фадеева

Симферопольский государственный университет

Поступило в Редакцию 11 ноября 1998 г.

Экспериментально и теоретически показано, что в процессе распространения оптического вихря в свободном пространстве его волновой фронт испытывает вращение на угол, численно равный фазе Гви. Найдено, что как максимум энергии светового потока оптического вихря, так и нуль амплитуды поля возмущенного оптического вихря распространяются вдоль лучевой поверхности. Показано, что лучевая поверхность, являющаяся следствием релятивистских требований к групповой скорости пучка, образует однополосный гиперболоид вращения и обладает рядом свойств: 1) циркуляция вектора Пойнтинга на этой поверхности не зависит от продольной координаты z ; 2) эволюция светового потока и чисто винтовой дислокации происходит вдоль прямых линий этой поверхности; 3) вектор Пойнтинга на лучевой поверхности всегда перпендикулярен поверхности волнового фронта.

Поля пучков Лагерра–Гаусса и Эрмита–Гаусса в процессе распространения могут испытывать вращение относительно направления распространения. Это удивительное свойство лазерных пучков не изменяет их структурной устойчивости [1,2] и связано с наличием ненулевой азимутальной компоненты вектора Пойнтинга. Вместе с тем физическая и техническая трактовка вращательной способности пучков наталкивается на ряд существенных проблем. Например, в работах [3,4] показано, что поток световой энергии в пучках Лагерра–Гаусса и, в частности, в оптических вихрях распространяется по криволинейным траекториям в свободном пространстве, что, вообще говоря, противоречит вариационному принципу [5]. Кроме того, остается невыясненным вопрос о характере траекторий фазовых сингулярностей (в частности, чисто винтовых дислокаций) в возмущенных оптических вихрях.

Целью настоящей работы явилось теоретическое и экспериментальное изучение процесса вращения волнового фронта оптических вихрей в свободном пространстве и изучение вопроса о типе траекторий

локального тока, вдоль которых распространяется энергия и чисто винтовые дислокации волнового фронта в возмущенных пучках.

1. Пусть в свободном пространстве распространяется лазерный пучок, напряженности электрического и магнитного полей которого можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{e}(x, y, z) \exp\left\{i\left[\omega t - k\mathcal{J}(x, y, z)\right]\right\}, \\ \mathbf{H} &= \mathbf{h}(x, y, z) \exp\left\{i\left[\omega t - k\mathcal{J}(x, y, z)\right]\right\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Определим вектор Пойнтинга [6] этого поля как

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= 1/2\text{Re}\{\mathbf{e} \times \mathbf{h}^*\} \\ &= 1/2(\varepsilon_0/\mu_0)^{1/2} \text{Re}\{|\mathbf{e}|^2 \nabla \mathcal{J} - 1(ik)(\mathbf{e} \times \nabla \times \mathbf{e}^*)\} \\ &= \mathbf{P}_0 + \delta\mathbf{P}. \end{aligned} \quad (2)$$

Выражение (2) получено с использованием стационарных уравнений Максвелла, из которых выделялась величина \mathbf{h} . Первый член уравнения (2) характеризует вектор Пойнтинга \mathbf{P}_0 , перпендикулярный поверхности волнового фронта $\mathcal{J} = \text{const}$. Второй член $\delta\mathbf{P}$ в (2) отличен от нуля только для эллиптически поляризованных полей, имеющих резкое изменение напряженности \mathbf{e} в поперечном сечении пучка. Этот член характеризует отклонение направления вектора Пойнтинга от направления волновой нормали.

Поле оптического вихря [7] в первом приближении теории возмущений [8] можно представить в форме

$$\begin{aligned} e_r &= \psi, \quad e_\psi = i\delta e_r, \quad e_z = i/k\nabla_t \mathbf{e}_t, \\ \mathbf{h}_t &= (\varepsilon_0/\mu_0)^{1/2} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{e}_t, \\ h_z &= -(i/k)(\varepsilon_0/\mu_0)^{1/2} (\nabla_t \times \mathbf{e}_t) \hat{\mathbf{z}}, \end{aligned} \quad (3)$$

$\psi = \frac{1}{\Lambda} \exp\left\{-\frac{r^2}{\rho^2 \Lambda}\right\} \left(\frac{x+iky}{\rho \Lambda}\right)^{|l|}$, $\Lambda = I + iz/z_R$, $z_R = k\rho^2/2$, $r^2 = x^2 + y^2$, ρ — радиус перетяжки пучка в сечении $z = 0$, $|l|$ — величина топологического заряда, $\kappa = \pm 1$ — его знак, $\sigma = \pm 1$ — спиральность поляризации пучка ($\sigma = +1$ — правоциркулярная, $\sigma = -1$ — левоциркулярная поляризация).

Подставляя (3) в (2), получаем

$$P_r = K \frac{r}{R(z)} |\psi|^2, \quad P_\varphi = \frac{K}{k} \left\{ \sigma \frac{d|\psi|^2}{dr} + \frac{\kappa |l|}{r} |\psi|^2 \right\}, \quad P_z \approx K |\psi|^2, \quad (4)$$

где $R(z) = (z_R^2/z)|\Lambda|^2$, $k = 2\pi/\lambda_0$, $K = E_0^2(\varepsilon_0/\mu_0)^{1/2}$, E_0 — амплитуда электрического поля.

Наличие в (4) P_φ компоненты указывает на циркуляцию энергии в поперечном сечении пучка. Однако это вовсе не означает, что поток световой энергии в свободном пространстве распространяется по криволинейной траектории.

В самом деле, эволюция вектора Пойнтинга \mathbf{P} в свободном пространстве описывается уравнением непрерывности $\nabla \mathbf{P} = 0$ и, следовательно, вектор \mathbf{P} определен с точностью до вектора $\nabla \times \mathbf{A}$. Исключить такую неоднозначность позволяет оптическая теорема Эренфеста [9], согласно которой физический смысл имеют только те векторы \mathbf{P} , которые соответствуют максимуму энергетического потока. Из (3) находим, что максимальный поток энергии приходится на радиус $r^2 = x_m^2 + y_m^2$:

$$x_m^2 + y_m^2 = (\rho^2/2)|\Lambda(z)|^2 l. \quad (5)$$

Выражение (5) является уравнением однополостного гиперboloида.

Можно показать, что поверхность (5) обладает рядом замечательных свойств. Во-первых, на этой поверхности циркуляция линейной плотности потока энергии $\mathbf{P}_L = r\mathbf{P}$ не зависит от продольной координаты z :

$$\oint_L P_L dL = \iint_S \text{rot} P_L dS = f(\kappa |l|), \quad (6)$$

где S — площадь, охватываемая контуром L (рис. 1, *a*). Воспользовавшись уравнениями $dr/(rP_r) = d\varphi/(P_\varphi)$ и (5), находим, что линия потока энергии \mathbf{P} задается уравнением:

$$\varphi = (\kappa) \text{arctg}(z/z_R). \quad (7)$$

Выражение (7) является уравнением прямых линий локального тока на поверхности (5), а поток энергии в оптическом вихре распространяется вдоль этих прямых траекторий (второе свойство поверхности (5)). На поверхности однополостного гиперboloида существует два семейства

прямых линий, ориентация которых относительно оси z задается азимутальным φ и полярным θ углами [10]. Одно семейство прямых от другого отличается знаком угла φ . Физическое разделение этих двух семейств прямых локального тока осуществляется посредством изменения знака топологического заряда κ в выражении (7).

На рис. 1, *a* приведен вид такой лучевой поверхности для оптического вихря с $|l| = 1$ и $\kappa = +1$, а на рис. 1, *b* представлен вид его волновой поверхности. Интересно отметить, что угол φ в (7) не зависит ни от спиральности поляризации σ , как это может на первый взгляд показаться из уравнения (2), ни от величины топологического заряда $|l|$. Это следует из третьего свойства лучевой поверхности: на поверхности (5) имеет место $d\psi/dr = 0$ и, следовательно, обращается в нуль первый член в выражении (4) для P_φ компоненты вектора Пойнтинга, отвечающий за поляризационные свойства лазерного пучка. Поэтому на лучевой поверхности (5) вектор Пойнтинга параллелен вектору волновой нормали. В результате оказывается, что наблюдаемый угол поворота φ линии локального тока (7) численно равен фазе Гуи.

Если в плоскости перетяжки $z = 0$ на волновом фронте мысленно выделить некоторую точку, связать ее с направлением вектора \mathbf{P}_L и проследить за ее эволюцией вдоль оси z , то обнаружим, что волновой фронт испытывает поворот на угол φ , определяемый уравнением (7). Его мгновенная угловая скорость вращения равна:

$$\Omega = z_R / (z^2 + z_R^2) V_{ph}, \quad (8)$$

где V_{ph} — фазовая скорость оптического вихря. Максимального значения угловая скорость достигает в области перетяжки пучка ($z = 0$):

$$\Omega_{\max} = (\nu_0 / \pi) (\lambda / \rho)^2, \quad (9)$$

где ν_0 — частота света.

2. Чтобы экспериментально наблюдать вращение волнового фронта, необходимо на волновой поверхности иметь физически различимую метку. В качестве такой метки может служить чисто винтовая дислокация волнового фронта, смещенная вдоль радиуса на расстояние d . Чтобы получить такое смещение, необходимо на оптический вихрь с амплитудой поля e_V наложить гладкий гауссов пучок с амплитудой e_0 при условии, чтобы радиусы перетяжки оптического вихря и гауссового пучка одинаковы ($\rho_V = \rho_0$). Тогда дислокация волнового фронта

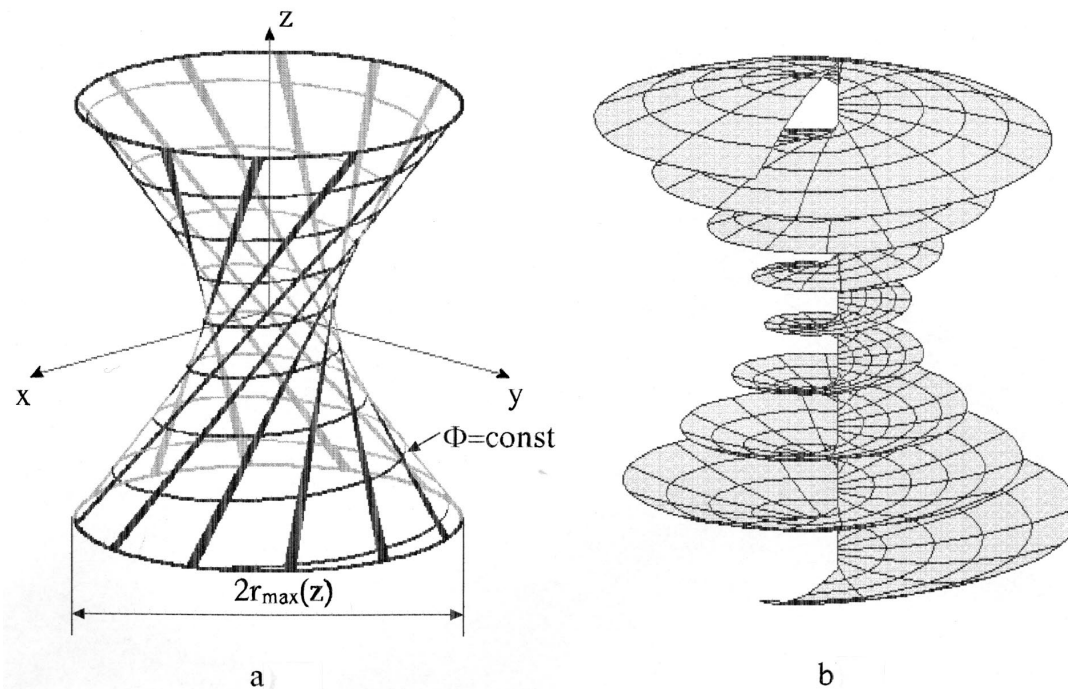


Рис. 1. Лучевая (*a*) и волновая (*b*) поверхности поля оптического вихря с $|l| = 1$ и $\kappa = +1$. Спиральная кривая на лучевой поверхности (*a*) представляет линию постоянной фазы $\Phi = \text{const}$. Линии локального тока на поверхности (*a*) всегда перпендикулярны волновой поверхности (*b*). (В целях наглядности изменен масштаб волновой поверхности).

приобретет радиальную координату [7]:

$$r_d^2 = x_d^2 + y_d^2 = \rho^2 \left(\frac{e_v}{e_0} \right)^2 \frac{z^2 + z_R^2}{z_R^2}, \quad (10)$$

в то время как азимутальная координата φ определится уравнением (7). Но это означает, что нуль напряженности поля оптического вихря (чисто винтовая дислокация) распространяется вдоль прямой линии, лежащей на поверхности гиперboloида (10). Очевидно, что максимум интенсивности будет иметь такую же радиальную координату (10), а азимутальная координата задается уравнением $\varphi_{\max} = \pi + \varphi_{\min}$. Откуда следует, что максимум и минимум интенсивности вихря движутся вдоль прямых на лучевой поверхности и образуют связанную систему с центром тяжести, лежащим на оси пучка.

В работе [7] экспериментально исследовалось вращение двух связанных дислокаций с одинаковым знаком топологического заряда. Поскольку получить аналитическое выражение такой гантели дислокаций весьма сложно, мы остановили свое внимание на эволюции единичной возмущенной дислокации. Для экспериментального выяснения характера движения возмущенной чисто винтовой дислокации циркулярно поляризованное лазерное излучение направлялось на голограмму оптического вихря [7] с $|l| = 1$, смещенную относительно центра пучка, и фокусировалось с помощью сферической линзы с $f = 50$ mm. Изображение поля оптического вихря в окрестности фокальной плоскости рассматривалось в горизонтальный микроскоп. Регистрировалось положение винтовой дислокации в различных сечениях пучка. На рис. 2 представлены фотографии пучка в различных сечениях z и данные компьютерного расчета. Найдено, что изменение направления циркуляции круговой поляризации с правой ($\sigma = +1$) на левую ($\sigma = -1$) не изменяет характера движения чисто винтовой дислокации. Однако изменение знака топологического заряда κ вызывало изменение направления вращения нуля интенсивности поля.

Наиболее ярко процесс вращения волнового фронта проявляется на примере прохождения пучка со сдвоенной чисто винтовой дислокацией (топологический диполь) [11] через плоскость перетяжки. В этом случае дислокация с положительным топологическим зарядом $l > 0$ стремится повернуться вокруг оси z по часовой стрелке, а дислокация с отрицательным $l < 0$ — против часовой стрелки. Поэтому в целом

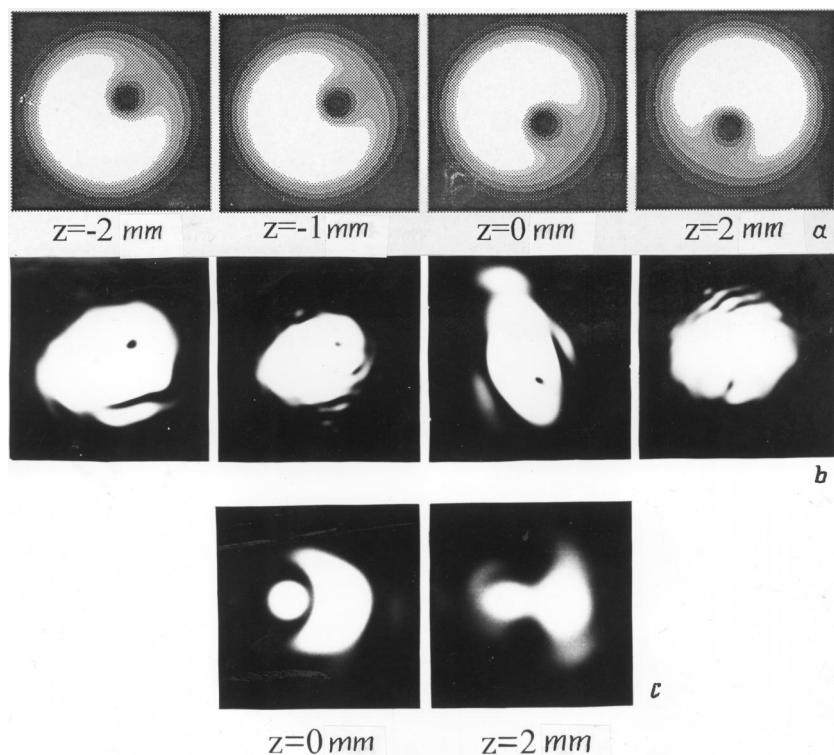


Рис. 2. Результаты компьютерного расчета (строка А) и фотографии распределения интенсивности в сечении оптического вихря с $|l| = 1$, $\kappa = +1$ вблизи плоскости перетяжки пучка после линзы с $f = 50 \text{ mm}$ на соответствующей длине z от плоскости перетяжки (строка В). Фотографии преобразования топологического диполя в кольцевую краевую дислокацию в окрестности фокуса $20\times$ микрообъектива (строка С).

топологический диполь не вращается в области $z > 0$ и $z < 0$. Однако в окрестности плоскости перетяжки ($z = 0$) возникает переполосовка топологических зарядов. Поэтому состояние диполя не определено, в результате чего формируется кольцевая краевая дислокация. Этот процесс иллюстрирует фотографии поля, прошедшего $20\times$ микрообъектив (рис. 2, с).

В заключение отметим, что вектор Пойнтинга характеризует групповую скорость пучка, которая не может превышать скорость света в вакууме. В нашем случае групповая скорость описывает распространение максимума интенсивности оптического вихря. Это значит, что представления о лучевой поверхности непосредственно вытекают из релятивистских требований.

Список литературы

- [1] *Abramochkin E., Volostnikov V.* // Opt. Comm. 1993. V. 102. P. 336–350.
- [2] *Abramochkin E., Volostnikov V.* // Opt. Comm. 1996. V. 125. P. 302–323.
- [3] *Allen L., Bejersbergen M.W., Sprecuw R.J., Woerdman S.P.* // Phys. Rev. 1992. V. 45. N 11. P. 8185–8189.
- [4] *Padgett M.J., Allen L.* // Opt. Comm. 1995. V. 121. P. 36–40.
- [5] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. II. Теория поля. М.: Наука, 1988. 512 с.
- [6] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
- [7] *Basistiy I.V., Bazhenov V.Yu., Soskin M.S., Vasnetsov M.V.* // Opt. Comm. 1993. V. 103. P. 422–428.
- [8] *Lax M., Louisell W.H., McKnight W.B.* // Phys. Rev. A. 1975. V. 11. N 4. P. 1365–1371.
- [9] *Маркузе Д.* Оптические волноводы. М: Мир, 1974. 576 с.
- [10] *Каган В.Ф.* Основы теории поверхности. Т. 1. М.: ОГИЗ, 1947. 512 с.
- [11] *Basistiy I.V., Marienko I.G., Soskin M.S., Vasnetsov M.V.* // Proc. SPIE. 1996. V. 2792. P. 172–178.