01;09

Оценка амплитуды удвоенного периода в решениях системы уравнений Рёсслера

© В.А. Двинских

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

Поступило в Редакцию 16 сентября 1998 г.

Изложена методика вычисления параметров периодических составляющих в дискретных данных, обеспечивающая одновременное вычисление уровней постоянной и переменной составляющих. Для оценки амплитуды удвоенного периода выделяется составляющая основного колебания и осуществляется вычитание его спектра.

В [1] рассмотрена процедура построения бифуркационных линий периода повторения циклов одной из модельных систем Рёсслера

$$\dot{x} = -y - z, \quad \dot{y} = x + ey, \quad \dot{z} = b + xz - \mu z$$

с параметрами $e = b = 0.2$. При этом для $\mu = 2.5$ имеет место устойчивый предельный цикл с периодом T_0, а для $\mu \sim 2.83$ этот цикл претерпевает бифуркационное удвоение периода.

Решение такой системы уравнений выполнено по методу Рунге–Кутта четвертого порядка с шагом 0.1 при $x_0 = 2.5$, $y_0 = z_0 = 0$ для $\mu = 2.83$. На рис. 1 представлена зависимость x от числа отсчетов решения, в которой, кроме основного колебания, четко видно удвоение периода.

Целью работы является оценка амплитуды удвоенного периода в условиях ограниченного интервала решения.

Известно [2], что классический метод вычисления параметров составляющих спектра цифровых сигналов, основанный на использовании дискретного преобразования Фурье, обладает низкой разрешающей способностью. Ограниченность интервала наблюдения приводит к искажению вычисленного спектра из-за взаимного просачивания его составляющих. Для уменьшения уровня боковых лепестков используются различные окна, имеющие по сравнению с прямоугольным окном более широкий главный лепесток, что снижает частотную избирательность.

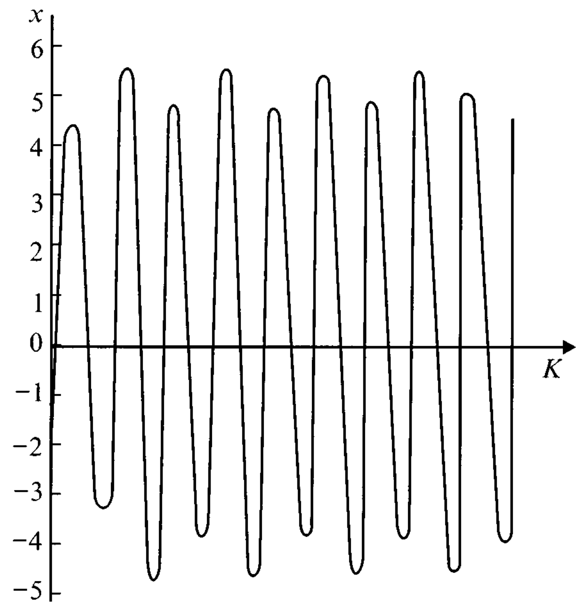

Рис. 1. Зависимость последовательности колебаний от числа отсчетов.

В последние годы начинают находить применение параметрические методы [2], обладающие более высокой избирательностью, однако при незначительном уровне шумов. При использовании указанных выше методов из данных должна быть предварительно удалена постоянная составляющая. Это, помимо усложнения процесса обработки, может приводить [3] к появлению дополнительной погрешности при вычислении уровня переменных составляющих.

Рассмотрим последовательность отсчетов $x(n)$; $n = 1, 2, \dots, N$, содержащей P периодических составляющих, число которых и их частоты неизвестны, а можно указать ожидаемый частотный диапазон. Разобьем его на L интервалов, в каждом из которых аппроксимируем тригонометрическим полиномом [4] вида

$$y_j(n) = G_j + S_j \sin(h_j n) + C_j \cos(h_j n), \quad j = 1, 2, \dots, L \gg P,$$

где $h_j = 2\pi/N_j$ — шаг вычислений для границы j-го интервала при N_j — количестве отсчетов за период этой границы. В отличие от

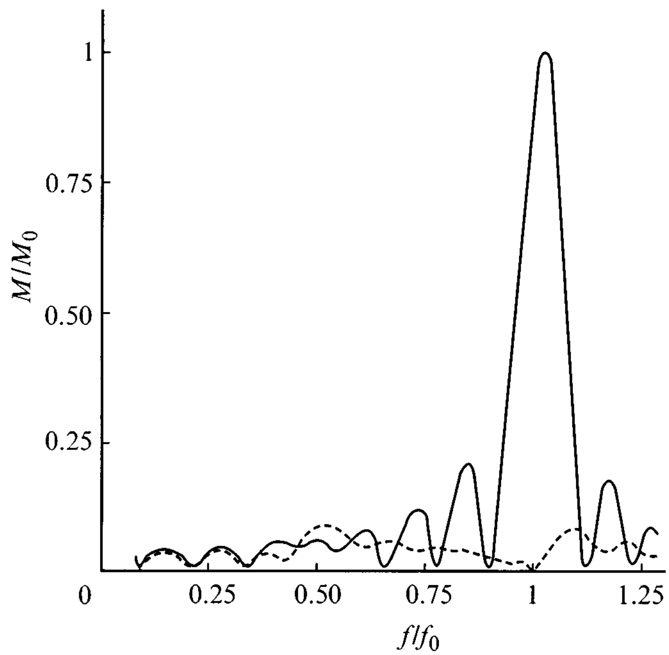

Рис. 2. Зависимости в относительной форме спектров от частоты: сплошная линия — исходный спектр, пунктирная — разность между исходным спектром и спектром от воздействия выделенного основного колебания.

преобразования Фурье этот шаг может принимать дробные значения, обеспечивающие выявление мелких деталей спектра.

По методу наименьших квадратов вычисляем значения коэффициентов G_j, S_j, C_j, $j = 1, 2, \dots, L$. При шаге по частоте 0.0025 зависимость модуля

$$M_j = \sqrt{S_j^2 + C_j^2}, \quad j = 1, 2, \dots, L$$

в относительной форме представлена на рис. 2 (сплошная линия), в которой видно сильное влияние боковых лепестков основного колебания.

В [5] приведены аппроксимирующие выражения, позволяющие уменьшить влияние боковых лепестков вблизи интенсивного колебания.

В рассматриваемом случае целесообразно выделить основное колебание

$$q_k = G_k + S_k \sin(b_k i) + C_k \cos(b_k i),$$

где G_k, S_k, C_k — коэффициенты; b_k — частотный множитель; i — переменная, изменяющаяся в тех же пределах, что и исходный процесс.

Затем определяется зависимость модуля

$$MK_j = \sqrt{Z1_j^2 + Z2_j^2}, \quad j = 1, 2 \ldots, L$$

при $Z1$, $Z2$ — уровнях спектральных составляющих от воздействия основного колебания. Далее осуществляется последовательное вычитание

$$W1_j = S_j - Z1_j, \quad W2_j = C_j - Z2_j, \quad j = 1.2, \ldots, L$$

и вычисляется зависимость модуля

$$MR_j = \sqrt{W1_j^2 + W2_j^2}, \quad j = 1, 2, \ldots, L.$$

На рис. 2 (пунктирная линия) представлена зависимость разности спектров, из которой легко оценить уровень удвоенного периода. Наличие в этой зависимости некоторой неравномерности связано с конечным шагом по частоте и влиянием ошибок округления.

Список литературы

[1] *Анищенко В.С.* Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990. 312 с.
[2] *Марпл С.Л.* Цифровой спектральный анализ и его применения. М.: Мир, 1990. 535 с.
[3] *Хемминг Р.В.* Цифровые фильтры. М.: Недра, 1987. 221 с.
[4] *Двинских В.А.* // ЖТФ. 1992. Т. 62. В. 12. С. 168–170.
[5] *Двинских В.А.* // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37. В. 6. С. 1129–1133.