

01;03

О сопротивлении тела в сверхзвуковом потоке при наличии перед телом изобарической области энерговыделения

© Г.А. Лукьянов

Институт высокопроизводительных вычислений и баз данных,
С.-Петербург

Поступило в Редакцию 27 июля 1998 г.

Решена задача о взаимодействии стационарного сверхзвукового потока с плоской изобарической областью энерговыделения. На базе полученного решения проведены исследования сопротивления тела в следе за областью энерговыделения. Определены условия, при которых возможно значительное снижение сопротивления тела. Исследована энергетическая эффективность данного способа снижения сопротивления.

Данная работа является развитием работ [1,2], посвященных исследованию сопротивления и теплообмена тела в сверхзвуковом потоке при наличии перед телом плоского источника энергии (газодинамического разрыва с заданным энерговыделением). В настоящей работе рассматривается плоская стационарная задача об объемном изобарическом энерговыделении в сверхзвуковом потоке и сопротивлении тела, расположенного в следе за областью энерговыделения. Исследование выполнено в рамках модели невязкого течения совершенного газа.

Схема течения представлена на рис. 1. На плоском разрыве I к единице массы газа, проходящей через разрыв, подводится энергия q_1 . Подвод энергии приводит к увеличению за разрывом I температуры T и давления p газа. Рассматривается диапазон условий, соответствующий режиму слабой детонации [3]. В области течения 2 (b_1 , b_2 и b_i — начальный, произвольный и конечный поперечные размеры области 2) осуществляется объемный энергоподвод. Закон энергоподвода обеспечивает условие изобаричности течения в области 2 . Ниже будет показано, что плоская изобарическая область имеет форму трапеции. Взаимодействие сверхзвукового потока с потоком расширяющегося нагреваемого газа приводит к образованию косога скачка уплотнения с углом наклона по отношению к набегающему потоку, равному φ . Линия

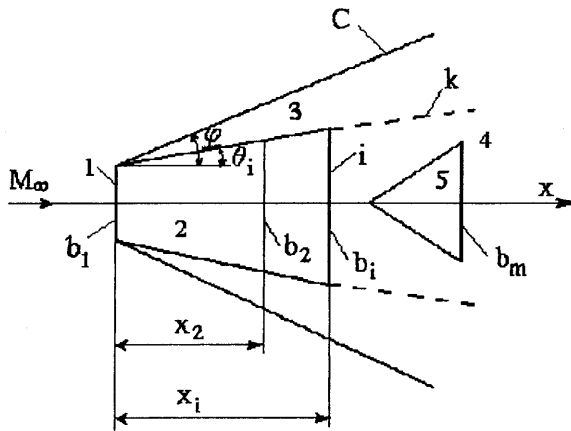


Рис. 1. Газодинамическая схема течения.

k является контактным разрывом, разделяющим потоки нагреваемого и холодного газа. В пределах области энергоподвода угол наклона линии k по отношению к направлению набегающего потока составляет θ_i . Давление в ударном слое 3 равно давлению в области 2 ($p_2 = p_3$). За изобарической областью 2 возникает область 4 (область ближнего следа), в которой давление p_4 выше давления невозмущенного потока p_∞ . Поэтому за областью энерговыделения нагретый газ продолжает расширяться. Структура течения в области 4 существенным образом зависит от числа Маха в сечении $x = x_i$. При числах $M_i > 1$ в области 4 имеет место сверхзвуковое расширение, при числах $M_i < 1$ за областью энерговыделения образуется замкнутая дозвуковая область течения.

В области следа 4 может находиться тело 5 с характерным поперечным размером b_m . Нагрев и расширение газа в области энерговыделения, а также расширение газа за областью энерговыделения приводят к уменьшению динамического давления $p_D = \rho u^2 / 2$ (ρ и u — плотность и скорость газа). Снижение p_D приводит к снижению сопротивления тела, движущегося в следе за таким источником энергии.

Параметры за плоским разрывом 1 в сверхзвуковом потоке определяются из законов сохранения массы, импульса и энергии, дополненных уравнением состояния. В рассматриваемом стационарном режиме (режиме слабой детонации) параметры p_1 , ρ_1 , u_1 и T_1 определяются параметрами невозмущенного потока и параметром нагрева $\beta_1 = q_1 / c_p T_{0\infty}$,

где $T_{0\infty}$ — температура торможения невозмущенного потока [1–3]. Предельная величина β_1 для стационарного режима энергоподвода ограничена сверху. Наибольшее значение β_1 соответствует числу Маха за разрывом, равному единице.

В области объемного энерговыделения в рамках квазиодномерного описания параметры стационарного течения невязкого совершенного газа описываются системой уравнений

$$\rho_1 u_1 S_1 = \rho_2 u_2 S_2, \quad \rho_2 u_2 \frac{du_2}{dx} = -\frac{dp_2}{dx},$$

$$\rho_2 u_2 S_2 \left(\frac{u_2^2}{2} + c_p T_2 \right) = \rho_1 u_1 S_1 \left(\frac{u_1^2}{2} + c_p T_1 \right) + Q, \quad p_2 = \rho_2 R T_2. \quad (1)$$

Здесь S — площадь поперечного сечения области энерговыделения; $Q = q_2 \rho_1 u_1 S_1$ — энергия, подведенная к потоку в процессе объемного энерговыделения на участке $0 < x < x_2$ в единицу времени; q_2 — энергия, подведенная на этом участке к единице массы.

В случае изобарического течения в области энерговыделения $p_2 = p_1$ и из уравнений (1) следует, что

$$u = u_1, \quad c_p T_2 = c_p T_1 + q_2, \quad \rho_2 / \rho_1 = T_1 / T_2 = S_1 / S_2, \quad (2)$$

$$M_2 / M_1 = (T_1 / T_2)^{1/2} = (1 + q_2 / c_p T_1)^{-1/2}. \quad (3)$$

В изобарической области энерговыделения число Маха с увеличением x монотонно уменьшается и возможен непрерывный переход от сверхзвукового к дозвуковому течению. Последнее является принципиально важным достоинством данной схемы энергетического воздействия на сверхзвуковой поток.

Плоское изобарическое течение в области энерговыделения реализуется при трапециевидной геометрии этой области, когда $S_2 \sim b_2 \sim x_2$ ($\theta_i = \text{const}$). При $p_2 = p_1 = p_3$ зависимость между p_2 , M_∞ и θ_i определяется известными соотношениями для косоугольного скачка уплотнения

$$\frac{p_2 - p_\infty}{p_\infty} = \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_\infty^2 \sin^2 \varphi - 1), \quad \text{tg } \theta_i = 2 \text{ctg } \varphi \frac{M_\infty^2 \sin^2 \varphi - 1}{M_\infty^2 (\gamma + \cos 2\varphi) + 2}. \quad (4)$$

Здесь γ — отношение удельных теплоемкостей.

Параметры непосредственно за областью энерговыделения в сечении $x = x_i$ определяются формулами [4]

$$w_i = \frac{u_i}{u_\infty} = \frac{\lambda_1}{\lambda_\infty} (1 + \beta_1)^{1/2}, \quad k_i = \frac{\rho_i}{\rho_\infty} = \frac{\lambda_\infty}{\lambda_1 \tau_2} (1 + \beta_1)^{-1/2},$$

$$d_i = \frac{p_{D_i}}{p_D} = \frac{\rho_i u_i^2}{\rho_\infty u_\infty} = \frac{\lambda_1}{\lambda_\infty \tau_2} (1 + \beta_1)^{1/2},$$

$$\tau_i = \frac{T_i}{T_\infty} = \frac{1 - \lambda_1^2 \varepsilon}{1 - \lambda_\infty^2 / \varepsilon} (1 + \beta_1) \tau_2, \quad (5)$$

$$n_i = \frac{p_i}{p_\infty} = \frac{\lambda_\infty}{\lambda_1} (1 + \beta_1)^{1/2} \frac{1 - \lambda_1^2 / \varepsilon}{1 - \lambda_\infty^2 / \varepsilon} (1 + \beta_1) \tau_2,$$

где $\tau_2 = T_i/T_1$, $\varepsilon = (\gamma + 1)/(\gamma - 1)$.

В рамках задачи снижения сопротивления тела, движущегося в следе за рассматриваемым источником энергии, основной интерес представляет область параметров, где числа $M_\infty \gg 1$, а параметр нагрева $\beta_1 \ll 1$ [4]. В этой области параметров подвод энергии к газу на разрыве I приводит к соответствующему нагреву газа и повышению давления, однако весьма слабо влияет на величину скорости и плотности. Поэтому для определения параметров за разрывом I можно использовать приближенные соотношения [4]

$$w_1 = u_1/u_\infty \approx 1, \quad k_1 = \rho_1/\rho_\infty \approx 1, \quad \tau_1 = T_1/T_\infty \approx \beta_1 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2\right) + 1,$$

$$n_1 = p_1/p_\infty \approx \tau_1, \quad M_i \approx M_\infty / \tau_1^{1/2}. \quad (6)$$

При тех же условиях с учетом соотношений (6) формулы (5) принимают вид

$$w_i \approx 1, \quad k_i \approx \tau_2^{-1}, \quad d_i \approx \tau_2^{-1},$$

$$\tau_i \approx \tau_1 \tau_2, \quad n_i \approx \tau_1, \quad M_i \approx M_\infty / \tau_i^{1/2}. \quad (7)$$

Сопротивление тела, движущегося в следе за источником энергоделия (рис. 1), формально определяется выражением

$$F = C_x \frac{\rho u^2}{2} S_m \quad (8)$$

и зависит от формы тела, его положения за областью энергоделия и параметров набегающего потока (C_x — коэффициент лобового сопротивления, S_m — площадь миделя тела). Параметры потока за источником энергии изменяются, поскольку $p_i > p_\infty$. Точное определение значения F требует проведения численных расчетов в той или иной постановке.

Имея в виду получение выводов принципиального характера, ограничимся некоторыми приближенными оценками. Отношение сопротивления тела, находящегося в следе за изобарическим объемным источником энергии, к сопротивлению того же тела в невозмущенном внешнем потоке равно

$$\omega = F/F_\infty = (C_x/C_{x\infty})(\rho u^2/\rho_\infty u_\infty^2). \quad (9)$$

При $M \gg 1$, $\beta_1 \ll 1$, $b_m = b_i$ для не слишком длинного тела, расположенного непосредственно за сечением $x = x_i$, можно приближенно считать, что $\rho u^2 \approx \rho_i u_i^2$. Тогда, учитывая (7), получим

$$\omega = (C_x/C_{x\infty})/\tau_2. \quad (10)$$

В этом диапазоне параметров возможности снижения сопротивления тела определяются возможностями получения больших значений τ_2 и характером зависимости коэффициента C_x от параметров за источником энергии.

При использовании данной схемы снижения сопротивления тела наибольший интерес представляют режимы, соответствующие гиперзвуковым ($M_i \geq 3$) и дозвуковым ($M_i \leq 0.8$) режимам течения за источником энергии. Наименьшее сопротивление может быть получено при дозвуковых значениях M_i , достаточно больших τ_2 , и использовании тел, обладающих малыми значениями C_x при дозвуковом обтекании, например, каплевидной формы. При $M_i < 1$ сила сопротивления монотонно уменьшается с ростом τ_2 .

При сверхзвуковых режимах течения за источником энергии наименьшее сопротивление имеют заостренные тела. При $M_i > 1$ возможны два режима обтекания: обтекание с присоединенным к носку тела головным скачком уплотнения и обтекание с отошедшим от тела скачком уплотнения. На рис. 2, *a* в качестве примера приведены результаты приближенного расчета зависимости ω от τ_2 при различных значениях τ_1 для невязкого обтекания клина с полууглом раствора $\theta = 20^\circ$ потоком газа при числе $M_\infty = 10$ и $\gamma = 1.4$. Носик клина находится в сечении $x = x_i$, $b_m = b_1$. Расчет выполнен в диапазоне условий, при которых косой скачок перед клином является присоединенным ($M_i \geq 1.85$, $\tau_i = \tau_1 \tau_2 = T_i/T_\infty < 30$). Для простоты предполагалось, что течение в области 4 за источником энергии является равномерным и плоскопараллельным, а данное давление равно нулю.

Результаты, приведенные на рис. 2, *a*, показывают, что эффект снижения сопротивления существенным образом зависит от величины τ_1

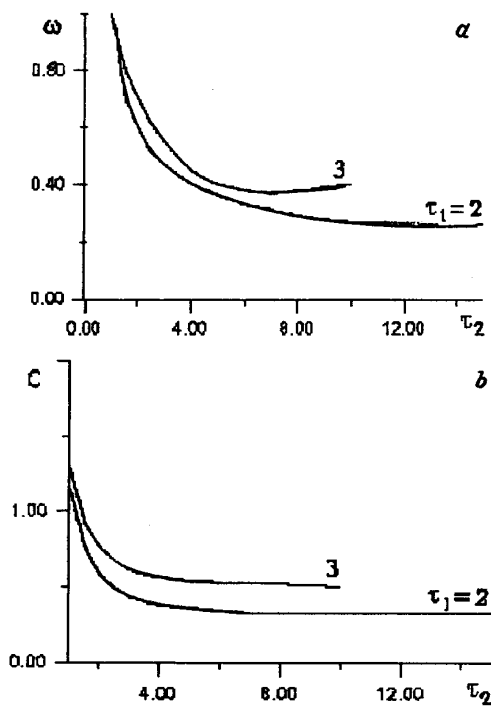


Рис. 2. Зависимость ω и C от τ_2 при $M_\infty = 10$, $\gamma = 1.4$ и различных значениях τ_1 .

и τ_2 . Увеличение τ_1 приводит к сужению диапазона изменения τ_2 (при условии $M \geq 1.85$). Эффект снижения сопротивления значителен при малых τ_1 и больших τ_2 . Этим условиям соответствуют малые значения углов θ_i и большие значения отношения b_i/b_1 . При малых значениях τ_1 величина ω имеет слабо выраженный минимум при $\tau_2 = 20-25$, когда число $M_i = 2-2.25$. При $\tau_1 = 2$ и 3 минимальное значение ω составляет 0.37 и 0.26 соответственно.

Следует особо отметить, что в области параметров, где имеет место значительное снижение сопротивления, одновременно наблюдается уменьшение тепловых нагрузок на тело, поскольку изобарический нагрев газа приводит к снижению как динамического давления, так и потока энтальпии через единичную поперечную площадку. Более

подробный анализ тепловых аспектов задачи выходит за рамки данной работы.

Оценим энергетическую эффективность данного способа снижения сопротивления тела. Ограничимся анализом наиболее интересной области параметров, когда $M_\infty \gg 1$ и $\beta_1 \ll 1$. Общая энергия, затрачиваемая на равномерное движение тела при наличии источника энергии, равна $E = E_x + E_i = C_x \rho u^3 S_m / 2 + \rho_\infty u_\infty S_1 (T_i - T_\infty)$. При $E_i = 0$ на движение тела затрачивается энергия $E_\infty = C_{x\infty} \rho_\infty u_\infty^3 S_m / 2$. Для оценки энергетической эффективности рассматриваемой схемы введем параметр

$$C = \frac{E_x + E_i}{E_\infty} = \omega + (\tau_i - 1) / C_{x\infty} \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \frac{S_m}{S_1}. \quad (11)$$

При $\rho u^3 = \rho_i u_i^3$ и $S_m = S_i$ соотношение (11) принимает вид

$$C = (C_x / C_{x\infty}) / \tau_2 + (\tau_1 \tau_2 - 1) / C_{x\infty} \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \tau_2. \quad (12)$$

При $\tau_2 \gg 1$ имеем

$$C = (C_x / C_{x\infty}) / \tau_2 + \tau_1 / C_{x\infty} \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2. \quad (13)$$

На рис. 2, *b* приведены зависимости параметра C от τ_2 при различных значениях τ_1 для обтекания клина потоком газа при $M_\infty = 10$ и $\gamma = 1.4$, соответствующие значениям ω , представленным на рис. 2, *a*. Высокая энергетическая эффективность достигается при малых τ_1 и достаточно больших τ_2 . При этом для $\tau_1 < 3$ в диапазоне $\tau_2 \geq 5$ величина C изменяется незначительно. Сравнение значений энергетической эффективности рассматриваемой схемы и схемы с энергоподводом в плоском источнике [1] показывает, что изобарический подвод энергии значительно более выгоден.

Список литературы

- [1] Лукьянов Г.А. // Письма в ЖТФ (в печати).
- [2] Лукьянов Г.А. // Препринт 04–98. ИВВиБД, С.-Петербург, 1998, 19 с.
- [3] Черный Г.Г. Газовая динамика М.: Наука, 1988. 424 с.
- [4] Лукьянов Г.А. // Препринт 05–98. ИВВиБД, С.-Петербург, 1998, 20 с.