

05;07;12

Насыщение двухуровневых систем в условиях импульсного стохастического резонанса

© С.А. Баруздин

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет,
197376 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 11 сентября 1998 г.)

Рассматривается импульсное стохастическое возбуждение двухуровневой системы, описываемой уравнениями Блоха. На основе теории стохастических дифференциальных уравнений получено и решено уравнение для средних мощностей компонент вектора состояния системы. Проведен анализ динамических и нелинейных свойств отклика системы, находящейся в условиях импульсного стохастического резонанса, и результаты сопоставлены с соответствующим стационарным режимом. Полученные результаты могут быть использованы в спектроскопии и при анализе нелинейных фильтров, основанных на эффекте насыщения и предназначенных для обработки сигналов радиочастотного и светового диапазона.

Введение

Стационарный стохастический резонанс впервые был предложен в спектроскопии ядерного магнитного резонанса Эрнстом и Кайзером в качестве альтернативы импульсной спектроскопии и спектроскопии медленного прохождения [1–3]. Первоначально развитая теория входила в некоторые противоречия с экспериментальными данными, которые впоследствии были разрешены в работах [4,5]. Позднее стохастический резонанс стал применяться и в оптической спектроскопии [6].

Большое внимание при исследовании стохастического резонанса уделялось нелинейным свойствам исследуемых систем, обусловленных эффектом насыщения в них. Применительно к импульсной разновидности стохастического резонанса эти вопросы рассматривались в работах [7,8].

Наряду со спектроскопией ядерный магнитный резонанс, электронный парамагнитный резонанс и их оптический аналог лежат в основе работы устройств обработки сигналов радиочастотного и светового диапазонов [9–12]. Одной из основных задач таких устройств является выделение сигналов различного рода шумов и помех.

Различают линейную и нелинейную фильтрацию. В первом случае эффекты насыщения носят нежелательный характер, ограничивающий динамический диапазон устройств и вызывающий ухудшение характеристик фильтров [13–15]. Принцип же работы нелинейных фильтров, наоборот, основан именно на эффекте насыщения [9,16–18]. В [9] исследованы характеристики частотно-избирательного ограничителя мощности гармонических составляющих спектра детерминированного сигнала. Фильтр позволяет пропускать без искажений составляющие спектра сигналов с низкой мощностью и ограничивать мощность интенсивных составляющих спектра.

В [4,5] исследованы статистические характеристики компонент вектора намагниченности ядерной спиновой системы и ее нелинейные свойства при возбуждении

белым гауссовым шумом. Как в [9], так и в [4,5] детально исследован стационарный режим возбуждения. В то же время сигнальные процессоры, принцип действия которых основан на использовании спинового и фотонного эха, работают не в стационарном, а в импульсном режиме возбуждения и их нелинейные характеристики могут существенно отличаться от соответствующих характеристик, присущих стационарному режиму.

Магнитодипольное и электродипольное взаимодействие электромагнитного поля с двухуровневой системой описывается уравнениями Блоха или их оптически аналогами [3,12], что позволяет с общих позиций рассмотреть процесс насыщения в радиочастотном и световом диапазонах.

Целью настоящей работы является определение мощностных характеристик вектора состояния системы \mathbf{X} , под которым будем понимать либо вектор намагниченности \mathbf{M} , либо вектор псевдополяризации \mathbf{P} в зависимости от вида взаимодействия [7]. При этом рассматриваемая двухуровневая система возбуждается импульсом белого гауссова шума длительностью τ со спектральной плотностью мощности N_0 .

Стохастические уравнения Блоха

Поведение вектора состояния \mathbf{X} двухуровневой системы с компонентами x_1, x_2, x_3 во внешнем магнитном или электрическом поле описывается уравнениями Блоха, которые могут быть представлены в матричной форме [5]

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}s(t)\mathbf{X} + \mathbf{a},$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -T_2^{-1} & \omega & 0 \\ -\omega & -T_2^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & -T_1^{-1} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \\ 0 & -\sigma & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ x_0/T_1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где x_0 — статическая величина вектора состояния \mathbf{X} , определяющая начальные условия для его компонент $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = x_0$; T_1 и T_2 — времена продольной и поперечной релаксации соответственно; ω — резонансная частота; функция $\sigma s(t)$ описывает входное воздействие.

Будем считать, что $s(t)$ — белый гауссов шум с нулевым средним и с единичной спектральной плотностью мощности, тогда спектральная плотность мощности процесса $\sigma s(t)$ будет равна $N_0 = \sigma^2$.

Интегрирование уравнения (1) по правилам обыкновенных дифференциальных уравнений приводит к неправильным результатам, на что обращено внимание в работах [4,5]. Для получения корректных результатов требуется привлечение теории стохастических дифференциальных уравнений, формализм которых применительно к ядерному магнитному резонансу был использован в работе [4].

Уравнение (1) формально может быть проинтегрировано в виде

$$\mathbf{X}(t) = \int_0^t [\mathbf{A}\mathbf{X}(t') + \mathbf{a}]dt' + \int_0^t \mathbf{B}\mathbf{X}(t')dW(t'),$$

$$dW(t) = s(t)dt, \quad (2)$$

где $W(t)$ — винеровский процесс.

Стохастический интеграл

$$\mathbf{Y}(t) = \int \mathbf{G}(\mathbf{X}(t'), t')dW(t') \quad (3)$$

с ядром $\mathbf{G}(\mathbf{X}(t'), t')$ имеет две различные интерпретации. Если при интегрировании уравнения (2) используется интерпретация Ито, то получают неудачные результаты, противоречащие физической реальности. Более подходящей является форма стохастического интеграла Стратоновича, которая является весьма удобной для интерпретации стохастических дифференциальных уравнений, происходящих из законов детерминированного движения, т.е. в данном случае из обычных уравнений Блоха, соответствующих детерминированным процессам возбуждения.

Вычислительные правила стохастического интеграла в интерпретации Стратоновича менее удобны, однако существует формула для преобразования интеграла Стратоновича в эквивалент интеграла Ито [4]

$$\begin{aligned} (\text{Str.})\mathbf{Y}(t) &= \int_0^t \mathbf{G}(\mathbf{X}(t'), t')dW(t') = (\text{Ito})\mathbf{Y}(t) \\ &= \int_0^t \mathbf{G}(\mathbf{X}(t'), t')dW(t') \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^d \int_0^t \mathbf{G}_{x_k}(\mathbf{X}(t'), t')G_k(\mathbf{X}(t'), t')dt', \quad (4) \end{aligned}$$

$\mathbf{G}_{x_k} = (\partial\mathbf{G}/\partial x_k)$ и G_k — k -я компонента d -мерного вектора \mathbf{G} .

В рассматриваемом случае, согласно (2),

$$\mathbf{G}(\mathbf{X}(t'), t') = \mathbf{B}\mathbf{X}(t'). \quad (5)$$

На основании (4) и (5) можно перейти к стохастическому дифференциальному уравнению в смысле Стратоновича

$$d\mathbf{X} = (\mathbf{A}'\mathbf{X} + \mathbf{a})dt + \mathbf{B}\mathbf{X}dW(t), \quad (6)$$

$$\mathbf{A}' = \begin{pmatrix} -T_2^{-1} & \omega & 0 \\ -\omega & -T_2^{-1} - \sigma^2/2 & 0 \\ 0 & 0 & -T_1^{-1} - \sigma^2/2 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Уравнение (6) с учетом (7) соответствует системе стохастических дифференциальных уравнений Блоха. Усредняя уравнение (6), можно получить дифференциальное уравнение для средних значений вектора состояния

$$\frac{d\langle\mathbf{X}\rangle}{dt} = \mathbf{A}'\langle\mathbf{X}\rangle + \mathbf{a}. \quad (8)$$

Ковариационное уравнение и средняя мощность компонент вектора состояния

Начальная задача заключается в составлении дифференциального уравнения для ковариационной матрицы $\mathbf{K}_x(t) = \langle\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^T(t)\rangle$, где \mathbf{X}^T — транспонированный вектор. Для этого воспользуемся теоремой Ито [4].

Если d случайных процессов $x_i(t)$, каждый из которых задан стохастическим дифференциалом

$$dx_i = f_i dt + G_i dW$$

и при этом порожден одним и тем же винеровским процессом $W(t)$, то стохастический процесс $\mathbf{Y}(t) = \mathbf{u}(t, x_1(t), \dots, x_d(t))$ имеет стохастический дифференциал

$$\begin{aligned} d\mathbf{Y}(t) &= \left(\mathbf{u}_t + \sum_{i=1}^d \mathbf{u}_{x_i} f_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \mathbf{u}_{x_i x_j} G_i G_j \right) dt \\ &+ \sum_{i=1}^d \mathbf{u}_{x_i} G_i dW(t), \quad (9) \end{aligned}$$

где $\mathbf{u}_t = (\partial/\partial t)\mathbf{u}$, $\mathbf{u}_{x_j} = (\partial/\partial x_j)\mathbf{u}$, $\mathbf{u}_{x_i x_j} = (\partial^2/\partial x_i \partial x_j)\mathbf{u}$.

В рассматриваемом случае $d = 3$, $\mathbf{u}(t, x_1(t), \dots, x_d(t)) = \mathbf{X}(t)\mathbf{X}^T(t)$, а стохастические процессы $x_i(t)$ задаются стохастическими уравнениями Блоха (6) и (7). В результате, используя (9) и усредняя полученное выражение, получим систему дифференциальных уравнений для компонент ковариационной матрицы

$$(d/dt)\langle x_1^2 \rangle = -2\langle x_1^2 \rangle/T_2 + 2\omega\langle x_1 x_2 \rangle, \quad (10)$$

$$(d/dt)\langle x_2^2 \rangle = -2\omega\langle x_1x_2 \rangle - 2[T_2^{-1} + (\sigma^2/2)]\langle x_2^2 \rangle + \sigma^2\langle x_3^2 \rangle, \quad (11)$$

$$(d/dt)\langle x_3^2 \rangle = -2[T_1^{-1} + (\sigma^2/2)]\langle x_3^2 \rangle + \sigma^2\langle x_2^2 \rangle + 2x_0\langle x_3(t) \rangle/T_1, \quad (12)$$

$$(d/dt)\langle x_1x_2 \rangle = -\omega\langle x_1^2 \rangle - [2T_2^{-1} + (\sigma^2/2)]\langle x_1x_2 \rangle + \omega\langle x_2^2 \rangle, \quad (13)$$

$$(d/dt)\langle x_1x_3 \rangle = \omega\langle x_2x_3 \rangle - [T_1^{-1} + T_2^{-1} + (\sigma^2/2)]\langle x_1x_3 \rangle + x_0\langle x_1(t) \rangle T_1^{-1}, \quad (14)$$

$$(d/dt)\langle x_2x_3 \rangle = -\omega\langle x_1x_3 \rangle - [T_1^{-1} + T_2^{-1} + 2\sigma^2]\langle x_2x_3 \rangle + x_0\langle x_2(t) \rangle T_1^{-1}. \quad (15)$$

Система (10)–(15) образована двумя независимыми системами (10)–(13) и (14), (15).

Введем комплексные поперечные компоненты вектора состояния $\tilde{x} = x_1 - ix_2$ и $x^* = x_1 + ix_2$. Средняя мощность комплексной амплитуды поперечной составляющей равна

$$P_t = \langle \tilde{x}x^* \rangle = \langle x_1^2 \rangle + \langle x_2^2 \rangle. \quad (16)$$

Отметим также, что если ввести часто используемую в литературе вращающуюся систему координат [3,4,12], то компоненты вектора состояния в этой системе x'_1, x'_2 и $x'_3 = x_3$ будут связаны с комплексными компонентами неподвижной системы соотношениями

$$x_1 \mp ix_2 = (x'_1 \mp ix'_2) \exp(\pm i\omega t). \quad (17)$$

Средняя мощность комплексной амплитуды поперечной компоненты вектора состояния во вращающейся системе также будет равна

$$(P_t)_R = \langle \tilde{x}x^* \rangle_R = \langle \tilde{x}x^* \rangle = \langle x_1^2 \rangle + \langle x_2^2 \rangle = P_t. \quad (18)$$

На основании (10)–(12) и (16)–(18) получим систему дифференциальных уравнений для мощностей комплексной поперечной и продольной компонент вектора состояния, инвариантную по отношению к рассмотренным системам координат,

$$(dP_t/dt) = -[2T_2^{-1} + (\sigma^2/2)]P_t + \sigma^2P_t, \quad (19)$$

$$(dP_l/dt) = \sigma^2P_t/2 - (2T_1^{-1} + \sigma^2)P_l + 2x_0\langle x_3(t) \rangle T_1^{-1}, \quad (20)$$

где $P_l = \langle x_3^2 \rangle = \langle (x')^2 \rangle$ — средняя мощность продольной составляющей.

Решим задачу Коши с начальными условиями $P_t(t_0)$ и $P_l(t_0)$. При этом будем полагать, что импульс белого гауссова шума действует на симметричном интервале $|t| \leq \tau/2$ и $t_0 = -\tau/2$. Решение системы (19), (20) можно представить в виде

$$\begin{pmatrix} P_t(t) \\ P_l(t) \end{pmatrix} = \Phi(t, t_0) \begin{pmatrix} P_t(t_0) \\ P_l(t_0) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P'_t(t) \\ P'_l(t) \end{pmatrix}; \quad (21)$$

$$\Phi(t, t_0) = \begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} P'_t(t) \\ P'_l(t) \end{pmatrix} = \int_{t_0}^t \Phi(t, \xi) \begin{pmatrix} 0 \\ 2\langle x_3(\xi) \rangle T_1^{-1} \end{pmatrix} d\xi; \quad (22)$$

$$\Phi_{11}(t, t_0) = \frac{\lambda_2 \exp[r_2(t - t_0)] - \lambda_1 \exp[r_1(t - t_0)]}{\lambda_2 - \lambda_1};$$

$$\Phi_{12}(t, t_0) = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \{ \exp[r_1(t - t_0)] - \exp[r_2(t - t_0)] \}}{\lambda_2 - \lambda_1};$$

$$\Phi_{21}(t, t_0) = \frac{\exp[r_2(t - t_0)] - \exp[r_1(t - t_0)]}{\lambda_2 - \lambda_1};$$

$$\Phi_{22}(t, t_0) = \frac{\lambda_2 \exp[r_1(t - t_0)] - \lambda_1 \exp[r_2(t - t_0)]}{\lambda_2 - \lambda_1};$$

$$\lambda_1 = \frac{\sigma^2}{-T_1^{-1} + T_2^{-1} - (\sigma^2/4) + \beta};$$

$$\lambda_2 = \frac{\sigma^2}{-T_1^{-1} + T_2^{-1} - (\sigma^2/4) - \beta};$$

$$r_{1,2} = \alpha \pm \beta = \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{3\sigma^2}{4} \right)$$

$$\pm \sqrt{\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)^2 + \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \frac{\sigma^2}{2} + \frac{9\sigma^4}{16}}. \quad (23)$$

Первое слагаемое в (21) описывает решение однородной системы, соответствующей (19), (20), а второе учитывает ее неоднородность.

Найти среднее значение продольной компоненты $\langle x_3(t) \rangle$ в (22), определяющее решение неоднородной системы, можно из уравнения (8)

$$\begin{aligned} \langle x_3(t) \rangle &= \langle x_3(t_0) \rangle \exp \left[- \left(\frac{1}{T_1} + \frac{\sigma^2}{2} \right) (t - t_0) \right] \\ &+ \frac{x_0 \{ 1 - \exp[-(T_1^{-1} + (\sigma^2/2))(t - t_0)] \}}{1 + (\sigma^2 T_1/2)}. \end{aligned} \quad (24)$$

После подстановки (24) в (22) получим

$$\begin{aligned} P'_t(t) &= \frac{2x_0\lambda_1\lambda_2}{T_1(\lambda_2 - \lambda_1)} \left\{ \left[\langle x_3(t_0) \rangle - \frac{x_0}{1 + (\sigma^2 T_1/2)} \right] \right. \\ &\times [f_1(t) - f_2(t)] + \left. \frac{x_0[q_1(t) - q_2(t)]}{1 + (\sigma^2 T_1/2)} \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} P'_l(t) &= \frac{2x_0}{T_1(\lambda_2 - \lambda_1)} \left\{ \left[\langle x_3(t_0) \rangle - \frac{x_0}{1 + (\sigma^2 T_1/2)} \right] \right. \\ &\times [\lambda_2 f_1(t) - \lambda_1 f_2(t)] + \left. \frac{x_0[\lambda_2 q_1(t) - \lambda_1 q_2(t)]}{1 + (\sigma^2 T_1/2)} \right\}, \end{aligned}$$

$$f_1(t) = \frac{\exp[r_1(t - t_0)] - \exp[-(T_1^{-1} + (\sigma^2/2))(t - t_0)]}{r_1 + T_1^{-1} + (\sigma^2/2)},$$

$$f_2(t) = \frac{\exp[r_2(t-t_0)] - \exp[-(T_1^{-1} + (\sigma^2/2))(t-t_0)]}{r_2 + T_1^{-1} + (\sigma^2/2)},$$

$$q_1(t) = \frac{\exp[r_1(t-t_0)] - 1}{r_1},$$

$$q_2(t) = \frac{\exp[r_2(t-t_0)] - 1}{r_2}. \quad (26)$$

Обсуждение результатов

Для анализа динамических и нелинейных свойств рассматриваемых двухуровневых систем, находящихся в условиях импульсного стохастического резонанса, рассмотрим пример, в котором перед действием импульса возбуждения в момент времени $t_0 = -\tau/2$ система находится в состоянии термодинамического равновесия. При этом начальные условия для вектора состояния являются детерминированными величинами

$$\langle x_1(-\tau/2) \rangle = x_1(-\tau/2) = 0,$$

$$\langle x_2(-\tau/2) \rangle = x_2(-\tau/2) = 0,$$

$$\langle x_3(-\tau/2) \rangle = x_3(-\tau/2) = x_0. \quad (27)$$

Следовательно,

$$P_i(-\tau/2) = 0; \quad P_i(-\tau/2) = x_0^2. \quad (28)$$

В соответствии с (21)–(28) для момента окончания импульса возбуждения $t = \tau/2$ мощность комплексной амплитуды поперечной компоненты вектора состояния, определяющей отклик системы, будет равна

$$P_t\left(\frac{\tau}{2}\right) = \frac{\sigma^2 x_0^2 [\exp(r_1\tau) - \exp(r_2\tau)]}{2\beta}$$

$$+ \frac{\sigma^2 x_0^2}{T_1\beta} \left\{ \left[1 - \left(1 + \frac{\sigma^2 T_1}{2} \right)^{-1} \right] [f_1(\tau) - f_2(\tau)] \right.$$

$$\left. + \left(1 + \frac{\sigma^2 T_1}{2} \right)^{-1} [q_1(\tau) - q_2(\tau)] \right\}. \quad (29)$$

На рис. 1 представлена зависимость нормированной мощности поперечной компоненты $P_N = P_t(\tau/2)/x_0^2$ от длительности импульса возбуждения τ . При этом спектральная плотность мощности белого шума $N_0 = \sigma^2$ для кривых 1–3 соответственно равна $5 \cdot 10^4$, 10^5 и $2 \cdot 10^5 \text{ rad}^2/\text{s}$, а времена релаксации $T_1 = 100 \mu\text{s}$, $T_2 = 25 \mu\text{s}$, что соответствует параметрам ядерного магнитного резонанса ядер Co^{59} в тонких магнитных пленках кобальта [12].

Начальные участки кривых носят линейный характер. По мере возрастания длительности импульса τ рост мощности замедляется, она достигает максимума, после

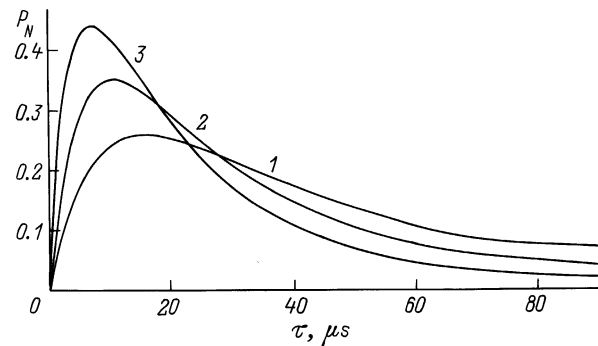


Рис. 1. Зависимость нормированной мощности P_N поперечной компоненты вектора состояния от длительности шумового импульса возбуждения τ .

чего монотонно спадает, стремясь к стационарному значению при $\tau \rightarrow \infty$. Отметим, что это значение равно

$$P_N = \frac{P_t(\infty)}{x_0^2}$$

$$= \frac{T_2\sigma^2}{2[1 + (\sigma^2 T_1/2)][1 + (\sigma^2 T_2/4) + (\sigma^2 T_1/2)]}, \quad (30)$$

что согласуется с суммарной мощностью двух поперечных компонент в стационарном режиме в работе [5].

По существу представленные на рис. 1 графики иллюстрируют переходный процесс для средней мощности отклика двухуровневой системы. Как видно из рис. 1, чем больше значение N_0 , тем больше максимальная мощность P_N и тем меньше соответствующая ей длительность импульса τ . Однако в установившемся режиме большим значениям N_0 соответствует меньшая мощность P_N . Отметим, что практически установившееся стационарное значение наблюдается в импульсном режиме при $\tau \geq 3T_1$.

Отметим также, что максимальная мощность P_N в импульсном режиме более чем на порядок превосходит соответствующую мощность отклика в стационарном режиме. Так, при $N_0 = 10^5 \text{ rad}^2/\text{s}$ максимальная мощность достигается при $\tau = 11 \mu\text{s}$ и составляет $3.5 \cdot 10^{-1}$, в то время как стационарному режиму соответствует мощность $3.14 \cdot 10^{-2}$. Это обстоятельство может быть важным в спектроскопии при регистрации слабых откликов. Тогда при импульсном стохастическом резонансе процессы возбуждения системы и регистрации ее отклика разделены во времени и отпадает проблема регистрации слабого отклика на фоне сильного возбуждающего процесса, имеющая место при использовании стационарных методов. В последнем случае применяют различные мостовые схемы, требующие балансировки [9]. В этом плане интерес представляет квазистационарный режим импульсного стохастического резонанса, возникающий при $\tau \geq 3T_1$.

По окончании импульса возбуждения мощность комплексной амплитуды поперечной составляющей затухает

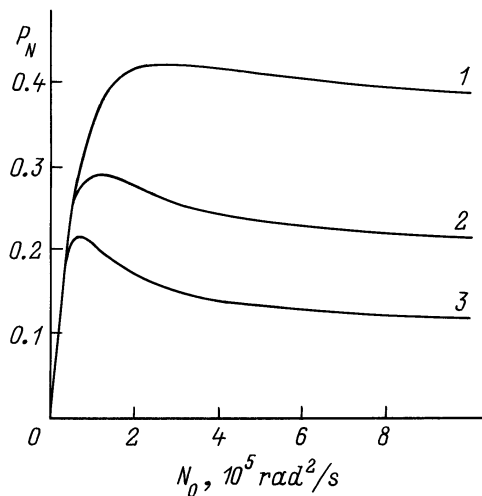


Рис. 2. То же, что на рис. 1, в зависимости от $N_0 = \sigma^2$. $T_1 = 100 \mu\text{s}$; $T_2 = 25 \mu\text{s}$.

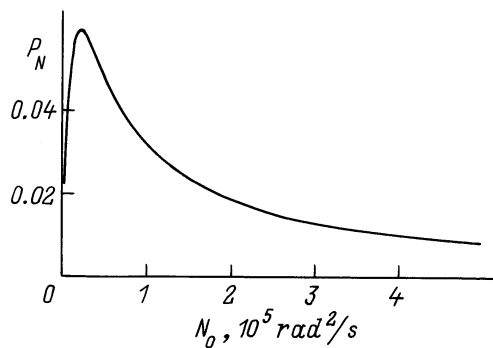


Рис. 3. То же, что на рис. 1, в зависимости от $N_0 = \sigma^2$ в стационарном режиме. $T_1 = 100 \mu\text{s}$, $T_2 = 25 \mu\text{s}$.

по экспоненциальному закону вследствие поперечной релаксации

$$P_i(t) = P_i(\tau/2) \exp[(-2/T_2)(t - (\tau/2))], \quad t \geq \tau/2. \quad (31)$$

Зависимость P_N от спектральной плотности мощности возбуждающего процесса $N_0 = \sigma^2$ при фиксированной длительности импульса τ представлена на рис. 2. При этом длительность импульса τ для кривых 1–3 соответственно равна 10, 20 и 30 μs . Для сравнения на рис. 3 аналогичная зависимость представлена для стационарного режима, соответствующего (30). Обратим внимание на отличие этой характеристики от характеристики ограничителя мощности гармонических составляющих спектра детерминированного сигнала, приведенной в работе [9].

Как видно из рис. 2, при малых уровнях N_0 система ведет себя как линейная. По мере возрастания N_0 вследствие эффекта насыщения начинают проявляться нелинейные свойства системы. Вид характеристики в достаточно большом диапазоне значений N_0 близок к

характеристике идеального ограничителя. Причем эта близость лучше проявляется при малых значениях длительности импульса τ . По мере увеличения τ вид характеристики приближается к стационарной, представленной на рис. 3. Меньшим значениям τ соответствует больший уровень ограничения (рис. 2).

Полученные результаты могут быть использованы в импульсной стохастической спектроскопии, а также при анализе и расчете характеристик нелинейных фильтров и ограничителей мощности шумов и помех радиочастотного и светового диапазонов.

Список литературы

- [1] Ernst R.R. // J. Magn. Res. 1970. Vol. 3. P. 10–27.
- [2] Kaiser R. // J. Magn. Res. 1970. Vol. 3. P. 28–35.
- [3] Эрнст Р., Боденхаузен Дж., Вокаун А. ЯМР в одном и двух измерениях. М.: Мир, 1990. 709 с.
- [4] Bartholdi E., Wokaun A., Ernst R.R. // Chemical Physics. 1976. Vol. 18. P. 57–84.
- [5] Knight W.R., Kaiser R. // J. Magn. Res. 1982. Vol. 48. P. 293–301.
- [6] Asaka S., Nakatsuka N., Fujiwara M., Matsuoka M. // Phys. Rev. A. 1984. Vol. 29. P. 2286–2289.
- [7] Баруздин С.А. // ЖЭТФ. 1997. Т. 112. Вып. 1(7). С. 63–77.
- [8] Баруздин С.А. // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 10. С. 100–104.
- [9] Джексон Д.Р., Орт В. // ТИИЭР. 1967. Т. 55. № 1. С. 40–51.
- [10] Петров М.П., Паугурт А.П., Иванов А.В. и др. // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. Вып. 4. С. 833–837.
- [11] Дудкин В.И., Петрунькин В.Ю., Тарханов В.И. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 9. С. 1738–1743.
- [12] Баруздин С.А., Егоров Ю.В., Калиникос Б.А. и др. Функциональные устройства обработки сигналов (основы теории и алгоритмы). М.: Радио и связь, 1997. 288 с.
- [13] Иванов А.В., Голощанов С.И., Паугурт А.П. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 11. С. 2171–2177.
- [14] Голощанов С.И., Паугурт А.П. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 12. С. 2361–2367.
- [15] Баруздин С.А. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1998. Т. 41. № 5. С. 9–17.
- [16] Вахрушев В.П., Липатов А.А., Погорелый А.Н. и др. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1986. Т. 29. № 12. С. 36–39.
- [17] Рассветалов Л.А. // РиЭ. 1986. Т. 34. № 5. С. 997–1001.
- [18] Ковалевский М.М., Рассветалов Л.А. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1989. Т. 53. № 12. С. 2322–2325.