

01;04

## Влияние многократных отражений ионов на структуру ионно-звуковой ударной волны

© И.Р. Смирновский

Научно-исследовательский институт радиофизики Санкт-Петербургского государственного университета, 198904 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 14 ноября 1997 г. В окончательной редакции 13 июля 1999 г.)

Показано, что многократное отражение ионов от ударного фронта, возникающее в результате учета столкновительной диссипации, способно сформировать ионно-звуковую ударную волну с неограниченно большим числом Маха. При экспоненциально малом числе отраженных ионов ионно-звуковая ударная волна "вырождается" в бесстолкновительную квазиударную волну. Обсуждается сравнительная роль вязкости и дисперсии звука при различной начальной неизотермичности плазмы.

Ионно-звуковая ударная волна как асимптотическая форма начальных возмущений в неизотермической бесстолкновительной плазме была исследована в [1]. Возможность формирования стационарной структуры основана на дисперсионных свойствах ионного звука. Именно "конкуренцией" эффектов нелинейности и дисперсии на пространственном масштабе порядка радиуса Дебая  $D$  можно объяснить стабилизацию волнового профиля.

В бесстолкновительной плазме волна, имеющая постоянную скорость распространения  $c > V$  ( $V = \sqrt{T_e/m_i}$  — скорость ионного звука,  $T$  — температура,  $m$  — масса, индексы  $i$  и  $e$  относятся к ионам и электронам), является "квазиударной" [2], если температура ионов  $T_i$  отлична от нуля. Для абсолютно холодных ионов ( $T_i = 0$ ) квазиударная волна вырождается в солитон, состояние плазмы перед и за которым одно и то же. В случае  $T_i \neq 0$  симметрия нарушается из-за отражения от потенциального барьера части ионов, форма волны приобретает сходство с ударной волной. Эта закономерность имеет место несмотря на то, что необратимые процессы диссипации запрещены (интеграл столкновений в кинетическом уравнении равен нулю). Квазиударная волна не вполне стационарна: она включает "убегающее" от фронта подножие, образованное отраженными ионами.

Характерная особенность квазиударной волны — наличие критического числа Маха  $M_{**}$ , ограничивающего "сверху" по интенсивности  $M = c/V$  область формирования ламинарных возмущений [3–5]. В [3] найдено, что для  $M_{**}$  выполняется неравенство  $M_{**} < M_0$ , т.е.  $M_{**}$  оказалось даже меньше критического числа Маха для солитона  $M_0$  ( $M_0 \approx 1.6$  [1]). А в [4,5] показано, что учет "убегающего" подножия растягивает эту область вплоть до  $M_{**} \approx 1.82$  при  $\beta = 0$  ( $\beta = 2T_i/T_e$  — степень неизотермичности плазмы) и до некоторого  $M_*(\beta)$ ,  $M_* < M_{**}$  при конечных  $\beta$ . Был сделан вывод [5], что при  $M > M_{**}$  ламинарные ионно-звуковые ударные волны не существуют.

Исследуем, влияет ли на структуру ударной волны диссипация энергии отраженных ионов. Такое влияние возможно, если время торможения ионов много меньше времени существования волны. При этом отраженные ча-

стицы вновь падают на фронт, тем самым увеличивая эффективность механизма диссипации. Быстрые ионы возбуждают продольное электрическое поле поляризации, которое тормозит их и ускоряет электроны [2]. Столкновительная релаксация последних вызывает увеличение электронной температуры. Процесс передачи энергии от ионов электронам характеризуется двумя временными масштабами: временем торможения быстрого иона  $\tau_d$  и временем затухания колебаний  $\tau_l$ . В двухтемпературной плазме  $\tau_d$  оценивается следующим образом [2]:

$$\tau_d = (2\sqrt{2}/3\sqrt{\pi})\tau\sqrt{m_e/m_i}(v/V)^3, \\ v \approx 2c \geq V, \quad T_e \gg T_i, \quad (1)$$

где  $\tau = l_e m_i / (v_T m_e)$  — характерное время выравнивания электронной и ионной температур,  $v$  — скорость отраженного иона в неподвижной системе координат,  $v_T$  — тепловая скорость,  $l$  — длина свободного пробега.

Для  $\tau_l$  при  $T_e \gg T_i$  и достаточно частых электронных соударениях имеем следующую оценку [2]:

$$\tau_l = \sqrt{m_i/m_e} \omega_s^{-1}(k) \sqrt{8/\pi} \\ \ll \nu_{ii}^{-1} \sqrt{m_i/m_e} = \tau(T_i/T_e)^{3/2}, \quad (2)$$

где  $\omega_s, k$  — частота и волновое число ионного звука,  $\nu_{ii}$  — частота столкновений ионов друг с другом.

В (1) не учтен эффект рассеяния иона на равновесных флуктуациях электрического поля, поскольку соответствующий вклад порядка  $m_e/m_i$  [2]. На подножии не происходит сколько-нибудь значительное увеличение уровня "шумов", так как ионно-звуковой спектр является нераспадаемым, а влияние анизотропной неустойчивости, обсуждаемое в [1], существенно только в достаточно разреженной плазме.

Время разогрева электронов определяется наибольшим из времен  $\tau_d$  и  $\tau_l$ , но в любом случае оказывается меньше времени выравнивания электронной и ионной температур. Таким образом, отраженные ионы рассеиваются на электронах. Этот вывод согласуется с результатом [6], объясняющим известный эффект преимущественного нагрева электронов в термоядерных

установках. В результате возможно формирование стационарной ударной структуры, в которой диссипация осуществляется за счет многократных отражений ионов и их рассеяния на электронах.

Столкновения обуславливают высокочастотную ионную вязкость, вызывающую затухание ионно-звуковых волн в линейном приближении [7]. Вязкость также способна сформировать структуру фронта ионно-звуковой волны, что показано на основе газодинамического описания [8]. Известно, однако [2], что для сильных ударных волн строгое доказательство этого требует кинетического подхода. Ионно-звуковые волны затухают и диспергируют. Представляет интерес сравнительная оценка влияния этих эффектов на структуру ударного перехода в плазме. Для этого используем газодинамические уравнения для электронной и ионной компонент с учетом ионной вязкости. Выясним, при каком условии вязкое затухание малых возмущений за фронтом ударной волны мало вплоть до масштабов  $L \sim D$ . Условие малости слагаемого с вязкостью по сравнению с инерционным членом в уравнении движения дает

$$D \gg (v_{Ti}/c)l_i. \quad (3)$$

Для сильноионизированной плазмы (вязкость обусловлена столкновениями ионов друг с другом) из (3) имеем

$$T_e/T_i \gg (v_{Ti}/c)^2 \Lambda^{-2} g^{-3} (9/4), \quad (4)$$

где  $\Lambda$  — кулоновский логарифм ( $\Lambda \sim 10-20$ ),  $g = e^2 n_i^{1/3} / T_i \ll 1$  — плазменный параметр,  $e$  — абсолютная величина электронного заряда,  $n$  — концентрация.

Если нейтральный компонент достаточно плотный, вязкость определяется столкновениями ионов с нейтралами [9], тогда неравенство (3) дает

$$T_e/T_i \gg (v_{Ti}/c)^2 (n_i/N_e)^2 g a^{-2} n_i^{-2/3}, \quad (5)$$

где  $a$  — молекулярный радиус, индекс  $n$  помечает концентрацию нейтрального компонента.

Таким образом, ударный фронт может стабилизироваться и без участия вязкости за счет дисперсии ионного звука. В плазме газового разряда ( $g \leq 10^{-2}$ ) это происходит практически при любой интенсивности ударной волны. Дисперсия может быть существенна только для волн достаточно большой интенсивности  $v_{Ti}/c < 10^{-3}$  в верхней ионосфере ( $g \leq 10^{-4}$ ).

Рассмотрим изотропную двухтемпературную сильноионизированную плазму с максвелловскими распределениями частиц и однократно заряженными ионами. На масштабе меньших  $l_i$  плазма описывается кинетическими уравнениями Власова для ионов и электронов. В этой части постановка задачи соответствует [5]. Ионы предполагаются достаточно "холодными", а электроны — "горячими", так что выполняются неравенства

$$v_{Ti} \ll c \ll v_{Te}. \quad (6)$$

Функции распределения частиц в этом случае зависят от декартовой координаты  $r$  и времени  $t$  неявно, посредством потенциала самосогласованного электрического поля  $\varphi(r, t)$  (рассматриваются плоские, одномерные волны). Функцию распределения электронов в силу (6) можно проинтегрировать и получить распределение Больцмана для концентрации электронов, отнесенной к невозмущенному значению при  $\varphi = 0$ ;  $N_e = \exp(\Phi)$ , где  $\Phi \equiv e\varphi/T_e$ .

Для ионов задано граничное условие на подножии — квазигоризонтальном участке профиля ударной волны. Функция распределения ионов имеет двугорбый вид, соответствующий представлению о падающем на фронт и отраженном от фронта потоках ионов. Структура скачка полей, обусловленного пространственным разделением заряда на масштабе  $D$ , описывается уравнением для потенциала электрического поля [5]

$$(d\Phi/d\xi)^2 = -2U(\Phi), \quad (7)$$

$$-U(\Phi) = \exp(\Phi)$$

$$+ N_f \left( \int_{\sqrt{2(\Phi-\Phi_f)}}^{\sqrt{2(\Phi_A-\Phi_f)}} F(W) W \sqrt{W^2 - 2(\Phi - \Phi_f)} dW \right.$$

$$\left. + \int_{\sqrt{2(\Phi-\Phi_f)}}^{\infty} F(W) W \sqrt{W^2 - 2(\Phi - \Phi_f)} dW \right) + C, \quad \xi < 0,$$

$$-U(\Phi) = \exp(\Phi)$$

$$+ N_f \int_{\sqrt{2(\Phi_A-\Phi_f)}}^{\infty} F(W) W \sqrt{W^2 - 2(\Phi - \Phi_f)} dW + C, \quad \xi \geq 0.$$

$$F(W) = \exp(-(-W - M_f)^2/\beta) / \sqrt{\pi\beta},$$

$$W = \sqrt{v^2/V^2 + 2(\Phi - \Phi_f)},$$

$$C = -N_f(M_f^2 + \beta/2) - \exp(\Phi_f) - N_f \int_0^{\sqrt{2(\Phi_A-\Phi_f)}} F(W) W^2 dW.$$

Здесь  $\xi = -(r - ct)/D$ ,  $\beta = 2T_{i0}/T_e$ ,  $v$  — скорость частицы. Индекс 0 используется для обозначения полей в невозмущенной плазме,  $\Phi_A$  — значение потенциала в максимуме при  $\xi = 0$ . Система координат движется вместе с волной, расположена так, что  $\xi < 0$  перед фронтом ударной волны. Индексом  $f$  помечены значения полей на подножии;  $v_f > 0$  — скорость потока падающих на фронт ионов,  $M_f = v_f/V$  — число Маха;  $N_f$  равна концентрации ионов в падающем потоке, отнесенной к невозмущенному значению при  $\Phi = 0$ .

Пространственный масштаб изменения  $T_e$ , обусловленный электронной теплопроводностью, оценивается следующим образом [10]:

$$\Delta = (v_{Te}/c)l_e. \quad (8)$$

Изменением температуры ионов в области перед фронтом ударной волны пренебрежем  $T_i \approx T_{i0}$ . Характерная длина подножия  $l_d$  определяется длиной релаксации импульса ионов. Из (1) находим  $l_d = 8l_e(c/V)^4$ .

Таким образом, получаем следующее неравенство для пространственных масштабов:  $l_d \ll \Delta$ . Это позволяет представить фронт подножия как изотермический скачок. Уравнения сохранения потоков частиц, импульса и энергии дают искомые граничные соотношения, связывающие невозмущенное состояние плазмы с состоянием на подножии,

$$M = M_f(N_f - N_r),$$

$$M^2 + \beta(\beta_0^{-1} + 1/2) = (1 + M_f^2 + \beta/2)(N_f + N_r),$$

$$M^2/2 + \beta/\beta_0 = M_f^2/2 + \Phi_f + 1, \quad (9)$$

где

$$N_r = N_f \int_0^{\sqrt{2(\Phi_A - \Phi_f)}} F(W) dW$$

— концентрация отраженных ионов на подножии,  $N_r + N_f = \exp(\Phi_f)$  — условие квазинейтральности плазмы на подножии,  $\beta_0 = 2T_{i0}/T_{e0}$  — начальная степень неизомеричности.

Первые два неравенства в (9) связывают потоки на подножии с невозмущенными, перед прогревной зоной, а последнее получено из условия непрерывности потока энергии при переходе из состояния непосредственно перед изотермическим скачком к состоянию на подножии.

Различие нашей задачи (7), (9) от [5] заключается только в граничном условии: на бесконечности скорость плазмы в лабораторной системе отсчета равна нулю.

На масштабе больших длин свободного пробега частиц ударная волна представляет собой разрыв, поля на котором удовлетворяют следующим соотношениям Гюгонио:

$$N_1 M_1 = M_0,$$

$$N_f(T_1/T_0 + M_1^2) = M_0^2 + 1,$$

$$(T_1/T_0)\bar{\gamma}/(\bar{\gamma} - 1) + M_1^2/2 = M_0^2/2 + \bar{\gamma}/(\bar{\gamma} - 1),$$

$$T_1 \equiv T_{e1} + T_{i1}, \quad T_0 \equiv T_{e0} + T_{i0}, \quad (10)$$

где  $M_0 = c/V_0$ ,  $V_0 = \sqrt{T_0/m_i}$  — изотермическая скорость звука в невозмущенной плазме,  $\bar{\gamma}$  — эффективный показатель адиабаты, индексом 1 помечены поля за фронтом ударной волны.

Здесь предполагается, что длинноволновые малые возмущения распространяются с фазовой скоростью  $\bar{V} \equiv V\sqrt{\bar{\gamma}}$ ,  $\bar{\gamma} > 1$ . Это связано с особенностями теплопроводности плазмы [9]. Из (10) для отношения температур получаем выражение

$$T_1/T_0 = (\bar{\gamma} + 1)^{-2} M_0^{-2} \left[ 2M_0^2 - \bar{\gamma} + 1 \right] \times \left[ M_0^2(\bar{\gamma} - 1) + 2\bar{\gamma} \right], \quad (11)$$

которое в отличие от известного [11] содержит число Маха, равное отношению скорости волны  $c$  к изотермической скорости звука. Левая часть (11) равна единице при  $M_0^2 = \bar{\gamma}$ .

Итак, структура невязкой ионно-звуковой ударной волны определяется решением уравнения (7), непрерывным в точке максимума  $\Phi(\xi)$  при  $\xi = 0$  и удовлетворяющим граничным соотношениям (9), (10) с учетом

$$T_e + T_{i0} = T_1. \quad (12)$$

Частный случай  $\beta = 0$  и  $T_{e0} = T_{i0}$  исследовался в [12] на основе уравнений для потоков без учета структуры фронта.

Следующие условия необходимы для наличия требуемого решения уравнения (7). Существуют такие  $\Phi_A$ ,  $\Phi_f$  и  $\Phi_-$ , что

$$U(\Phi_A), U(\Phi_f) = 0 \quad \text{для} \quad \xi \leq 0,$$

$$U(\Phi_A), U(\Phi_-) = 0 \quad \text{для} \quad \xi > 0,$$

$$N_{iA} \geq N_{eA}, \quad (13)$$

где

$$N_{iA} = N_f \int_0^{\infty} F(W) \frac{W dW}{\sqrt{W^2 - 2(\Phi_A - \Phi_f)}},$$

$$N_{eA} = \exp(\Phi_A)$$

— концентрация ионов и электронов при  $\xi = 0$ .

При этом соотношения (9) определяют неизвестные значения  $M$ ,  $M_f$  и  $\Phi_f$ . Следовательно,  $T_e$  в окрестности скачка а priori неизвестна. Ее величина обусловлена рассеянием потока отраженных ионов на электронах.

На рис. 1, a–d приведены зависимости параметров невязкой ионно-звуковой ударной волны от ее интенсивности  $M_0$  при различной начальной неизомеричности;  $\langle \Phi \rangle$  — ”среднее” значение осциллирующего потенциала за фронтом волны, решение уравнения

$$dU(\Phi)/d\Phi = 0 \quad \text{для} \quad \xi > 0. \quad (14)$$

Расчет структуры такой ударной волны для равновесной сильно и слабо ионизированной плазмы содержится в [13].

Квазиударное возмущение бесстолкновительной плазмы, исследованное в [4,5], не является ионно-звуковой ударной волной в строгом смысле слова. В квазиударном переходе не происходит превращения энергии во внутреннюю энергию газа и энтропия там не возрастает. Можно сказать, что область ”диссипации” расположена на бесконечности.

Локализация области диссипации потока отраженных ионов на конечном расстоянии от фронта приводит к возможности многократного отражения частиц. При каждом отражении ион отбирает энергию от волны и передает ее плазме. Таким образом, всякий ион в конце концов может преодолеть потенциальный барьер

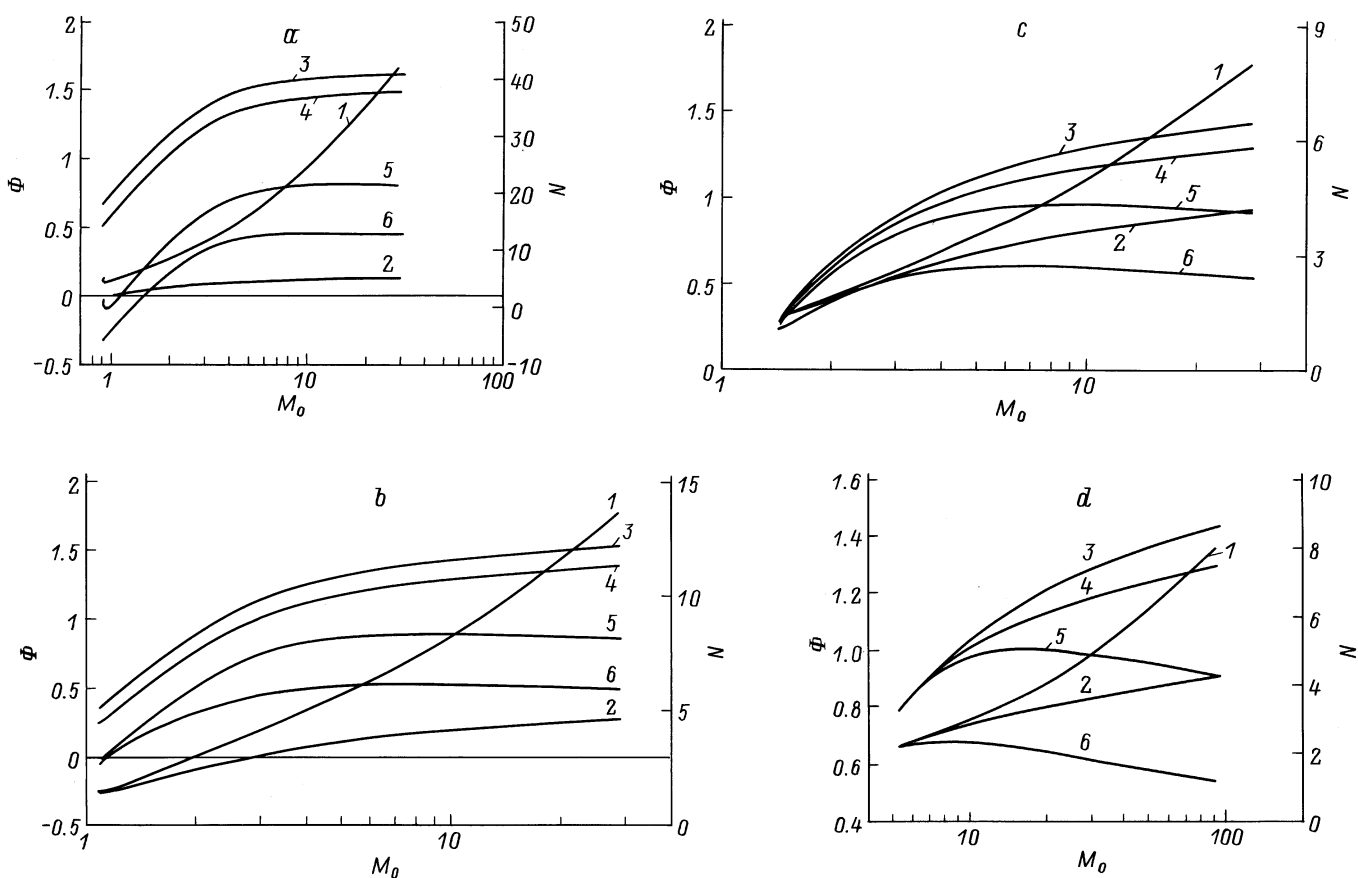


Рис. 1. Зависимость  $N_{iA}$  (1),  $N_{eA}$  (2),  $\Phi_A$  (3),  $\langle \Phi \rangle$  (4),  $\Phi_-$  (5),  $\Phi_f$  (6) от  $M_0$ .  $\beta_0$ : a —  $10^{-4}$ , b —  $10^{-2}$ , c — 0.1, d — 2.

и оказаться за фронтом. Эта ситуация напоминает ту, которая имеет место для магнитозвуковой ударной волны, распространяющейся поперек магнитного поля. В этом случае отраженные ионы возвращаются назад при "закручивании" траектории в магнитном поле [1]. Оба случая (бесстолкновительный ионно-звуковой и магнитозвуковой) становятся аналогичными, если не учитывать действие магнитного поля на времена  $t < \omega_{Hi}^{-1}$  ( $\omega_{Hi}$  — гирочастота ионов) [5]. Принципиальная возможность прохождения любой частицы из состояния перед фронтом за фронт связана с наличием диссипации в ударном слое. В бесстолкновительной магнитозвуковой ударной волне при  $t > \omega_{Hi}^{-1}$  ускоренные частицы теряют энергию на излучение. В нашем случае отраженные ионы рассеиваются на электронах.

Вследствие эффекта многократного отражения ионов ламинарная ударная волна может иметь сколь угодно большую интенсивность  $M_0$ , а критического числа Маха  $M_{**}$  не существует.

Сильная ударная волна формируется при любой начальной неизотермичности. Даже в случае равновесной плазмы ( $T_{e0} = T_{i0}$ ), когда ионно-звуковые волны малой амплитуды испытывают сильное поглощение. Это оказывается возможным благодаря возрастанию электронной

температуры перед ударным фронтом в области с пространственным масштабом порядка  $\Delta$ .

"Снизу" область существования невязкой ударной волны ограничена неравенством (3). Предположим, что оно выполняется при сколь угодно малых интенсивностях ударной волны. При сильной начальной неизотермичности в области  $M_0 \sim 1$  число отраженных ионов  $N_r$  становится экспоненциально малым. Параметры волны приближаются к соответствующим значениям для бесстолкновительной квазиударной волны [3]. Это объясняется пренебрежимо малым влиянием диссипации энергии отраженного потока при  $N_r \rightarrow 0$ .

В области  $\beta_0 < 10^{-2}$ ,  $M_0 \sim 1$  существует и другая ветвь решения системы уравнений (9), (13), на которой  $T_e < T_{e0}$  и  $\Phi_f < 0$ . На рис. 2 приведены расчетные данные о поведении  $\Phi_f(M_0)$  в окрестности точки  $\Phi_f = 0$  при  $\beta_0 = 10^{-4}$ . При некотором  $M_0^+$  решение скачком переходит с одной ветви на другую. В масштабе рис. 1, a, b (кривая б) незаметно скачкообразного характера этого перехода. В действительности кривая  $\Phi_f(M_0)$  не может пересечь ось абсцисс в точке  $M_0 = M_0^+$ . В самом деле, подставляя в (9) значения  $\Phi_f = 0$ ,  $\beta = \beta_0$ , получаем  $N_r = 0$ , что может быть только при  $\Phi_A = 0$ . Следовательно, при  $M_0 < M_0^+$  имеются три решения для (9), (13). Два из них примерно симметричны относительно

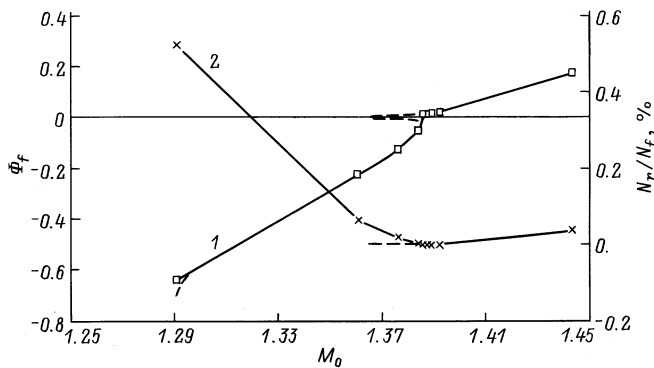


Рис. 2. Поведение кривых  $\Phi_f(M_0)$  (1) и  $N_r(M_0)$  (2) вблизи  $\Phi_f = 0$  при  $\beta_0 = 10^{-4}$ .

оси абсцисс, отличаясь от нее на экспоненциально малую величину. Третье имеет конечные значения  $\Phi_f < 0$  и  $N_r \neq 0$ . Обе ветви выходят из одной точки, в которой  $\Phi_A = 0$ ,  $M_0 = 1$ . Вероятное поведение ветвей отражено на рис. 2 штриховыми линиями.

Если бы соотношения (10) были точными, из них следовало бы, что ударная волна сжатия возможна только при выполнении неравенств

$$M_0^2 > \bar{\gamma} > 1. \quad (15)$$

Однако решение для структуры ударной волны имеет место и при менее сильном условии  $M_0 > 1$ . В действительности, соотношения (10) приближенные. Они не учитывают потоки излучения и более "тонкие" процессы релаксации в двухтемпературной плазме. Поэтому свободный параметр  $\bar{\gamma}$  не имеет ясного физического смысла и для формального соблюдения (10) и (12) нужно положить  $\bar{\gamma} = \bar{\gamma}(\beta_0, M_0^2)$  — медленная функция своих аргументов. Тем не менее расчет показал примерно 5%-ное совпадение для (12) при  $\bar{\gamma} = 5/3$ . Это свидетельствует о том, что в релаксационной зоне за фронтом внутренняя энергия плазмы остается примерно постоянной и необходимый нагрев ионов осуществляется главным образом за счет теплообмена между плазменными компонентами.

Равенство (12) с той же степенью точности выполняются и для ударной волны с  $T_e < T_{e0}$ . Такая волна может эволюционировать при условии существования релаксационных процессов рассеяния отраженных ионов, идущих с понижением  $T_e$ . Например, в связи с перезарядкой ионов могут образовываться вторичные электроны с меньшей энергией. Такое явление косвенно подтверждается экспериментальными наблюдениями свечения газа в области перед фронтом ударной волны [14].

При небольшой начальной неизотермичности ( $\beta_0 \geq 0.1$ ) появляется характерное число Маха  $M_-(\beta_0)$ , меньше которого невязкая ударная волна не формируется. Это отчетливо видно на рис. 1, d для случая первоначально равновесной плазмы  $\beta_0 = 2$ , в которой  $M_- \approx 7$ . Очевидно, что структура скачка при  $M_0 < M_-$  определяется ионной вязкостью.

Невязкая ионно-звуковая ударная волна имеет колебательную структуру фронта, за исключением случая  $M_0 = M_-$  в равновесной плазме, где профиль волны монотонный.

Таким образом, благодаря многократному отражению ионов необходимый уровень диссипации во фронте ионно-звуковой ударной волны обеспечивается при значительно меньших концентрациях частиц в отраженном потоке, чем это имеет место в квазиударной волне [5]. Вследствие этого не существует критическое число Маха ламинарной ионно-звуковой ударной волны, при котором число отраженных ионов становится равным числу падающих (критическое число Маха примерно равно 1.82 согласно [5]). Ионно-звуковая ударная волна формируется благодаря наличию необратимых диссипативных процессов, связанных со столкновениями частиц, и имеет строго стационарный ударный профиль, который является асимптотой произвольного начального возмущения.

Автор выражает признательность В.А. Павлову за внимание к работе и ценные замечания.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 96-05-64723).

## Список литературы

- [1] Сагдеев Р.З. // Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1964. Вып. 4. С. 4–83.
- [2] Электродинамика плазмы / Под ред. А.И. Ахиезера. М.: Наука, 1974. 720 с.
- [3] Алиханов С.Г., Белан В.Г., Кичигин Г.Н., Чеботаев П.З. // ЖЭТФ. 1971. Т. 60. Вып. 3. С. 982–992.
- [4] Forslund D.W., Freiberg J.P. // Phys. Rev. Lett. 1971. Vol. 27. N 18. P. 1189–1192.
- [5] Бардаков В.М., Морозов А.Г., Шухман И.Г. // Физика плазмы. 1975. Т. 1. Вып. 6. С. 955–962.
- [6] Сивухин Д.В. // Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1964. Вып. 4. С. 84–161.
- [7] Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа, 1978. 407 с.
- [8] Павлов В.А. // Физика плазмы. 1996. Т. 22. № 2. С. 182–187.
- [9] Гершман Б.Н., Ерухимов Л.М., Яшин Ю.Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. М.: Наука, 1984. 392 с.
- [10] Великович А.Л., Либерман М.А. Физика ударных волн в газах и плазме. М.: Наука, 1987. 295 с.
- [11] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
- [12] Леднев В.Г. // ПМТФ. 1990. Т. 30. № 2. С. 17–20.
- [13] Смирновский И.Р. // ПМТФ. 1998. Т. 39. № 3. С. 14–21.
- [14] Covault C. // Aviation Week and Space Technology. 1991. Vol. 134. N 18. P. 18–21.