

01;10

Обратные задачи теории электростатических энергоанализаторов. I

© Ю.К. Голиков, К.Г. Уткин, Д.В. Григорьев

Санкт-Петербургский государственный технический университет,
195257 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 26 июня 1998 г.)

Выведены общие формулы реконструкции двумерных лапласовых полей по заданным характеристикам фокусировки и дисперсии в плоскости симметрии. Определена электродная конфигурация энергоанализатора с идеальной фокусировкой веероподобного пучка. Найдены параметры плоских траекторий, их форма, энергетическая дисперсия.

Постановка задачи

Энергоанализу электронных потоков в электрических полях посвящено множество работ [1]. Как правило, выбор электродных конфигураций диктуется простотой изготовления, соображениями симметрии и инженерно-физическими оценками предполагаемых электронно-оптических свойств на основе аналогий, взятых из литературы. В найденных таким прямым способом системах обычно не удается достичь достаточно высокого качества фокусировки одновременно с большой дисперсией. Например, сферический дефлектор обладает значительной дисперсией, но качество фокусировки недостаточное. Цилиндрическое зеркало с фокусировкой второго порядка не обеспечивает нужной дисперсии, призменные спектрометры имеют большой запас дисперсии, но малую светосилу, сложно устроены и т.п.

В классе полей с плоскостью симметрии можно предложить более гибкий и эффективный подход к выбору структуры поля, взяв за основу теории обратные задачи движения частиц, в которых заданными являются характеристики управляемого потока, а потенциал поля $\varphi(x, y, z)$ искомым. Наиболее просто такая программа синтеза энергоанализирующих систем с заранее заданными параметрами реализуется в классе двумерных лапласовых потенциалов с плоскостью симметрии, вдоль которой стелется веероподобный пучок. Среди этих полей обнаруживаются очень удобные варианты, соединяющие при малых габаритах большую дисперсию и острую фокусировку. В частности, на этом пути легко удается найти системы с наперед заданным порядком фокусировки, а среди них поле с идеальной фокусировкой в одной плоскости. Энергоанализатор на его основе, названный автором [2] "Тутанхамом", изучался в ряде работ [3–5], но полная теория дается впервые. Для общности и математической прозрачности все исследования проводятся в безразмерных переменных [6].

Безразмерная модель

Физический потенциал поля запишем в виде

$$\Phi(X, Y, Z) = \Phi_0 \varphi(x, y, z), \quad (1)$$

где Φ_0 — характерное значение потенциала в обычных единицах измерения, например в вольтах; множитель $\varphi(x, y, z)$ — безразмерный потенциал — структурная функция, зависящая от безразмерных координат x, y, z , которые связаны с реальными декартовыми координатами X, Y, Z соотношениями вида

$$X = l \cdot x, \quad Y = l \cdot y, \quad Z = l \cdot z. \quad (2)$$

Масштабная единица l выбирается обычно в соответствии с габаритами системы. Реальное время t удобно выразить посредством безразмерного параметра τ

$$t = T \cdot \tau. \quad (3)$$

Далее производные по τ будут обозначаться точкой сверху. Если выбор единицы времени T подчинить условию

$$T = l \sqrt{\frac{m}{q \cdot \Phi_0}}, \quad (4)$$

то нерелятивистские уравнения движения частицы с массой m и зарядом q примут вид

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\partial\varphi(x, y, z)/\partial x, & \ddot{y} &= -\partial\varphi(x, y, z)/\partial y, \\ \ddot{z} &= -\partial\varphi(x, y, z)/\partial z. \end{aligned} \quad (5)$$

При условии (4) начальная кинетическая энергия частицы $E_0 = m \cdot v_0^2/2$ заменится безразмерным параметром энергии w с ясным физическим смыслом

$$w = (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 + \dot{z}_0^2)/2 = E_0/q \cdot \Phi_0. \quad (6)$$

Параметр w выражает взаимоотношение начальной энергии частицы E_0 с характерной потенциальной энергией поля $q \cdot \Phi_0$. Очевидно, при $w \gg 1$ частица движется по слабоизогнутым траекториям в области поля, при малых $w \approx 0$ движение происходит вблизи силовой линии поля, проходящей через начальную точку старта x_0, y_0, z_0 , а все основные трансформации потоков частиц малой пространственной плотности должны осуществляться при $w \approx 1$. Функция φ в (1) чаще всего выбирается из условия $0 < |\varphi| < 1$.

Формулы обращения

Рассмотрим движение частицы в плоскости симметрии двумерного поля с потенциалом $\varphi(x, y)$, распределенным вдоль нее по закону

$$\varphi|_{y=0} = f(x), \quad f(0) = 0, \quad \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x>0} \geq 0. \quad (7)$$

Частицы стартуют из точки $x_0 = y_0 = z_0 = 0$ под углом θ к оси z с энергией $w = (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2)/2$, описывают под влиянием поля симметричную дугу (рис. 1) и возвращаются на ось z в точке P . Уравнения движения в этом случае имеют вид

$$\ddot{x} = -\partial f / \partial x, \quad \ddot{z} = 0. \quad (8)$$

При $y_0 = 0, \dot{y}_0 = 0$ вся траектория лежит в плоскости симметрии. Интеграл энергии для движения вдоль x имеет выражение

$$\dot{x}^2/2 + f(x) = A, \quad (9)$$

где

$$A = \dot{x}_0^2/2 = w \sin^2 \theta. \quad (10)$$

Время полета частицы от старта до точки P составляет удвоенное время полета до вершины, где $\dot{x} = \sqrt{2(A-f)} = 0$. Из (9) находим это время квадратурой [7]

$$\tau_P = \sqrt{2} \int_0^{x_m} \frac{dx}{\sqrt{A-f(x)}}. \quad (11)$$

Вдоль оси z имеет место дрейф

$$z = \dot{z}_0 \cdot \tau = \sqrt{2w} \cos \theta \cdot \tau. \quad (12)$$

В классе монотонных потенциалов $f(x)$ интеграл (11) выгодно преобразовать к переменной интегрирования f , задавая связь f и x неявной зависимостью

$$x = F(f), \quad F(0) = 0. \quad (13)$$

С помощью условий (7), (11)–(13) вычисляем функцию прилета частицы P

$$P = 2\sqrt{w} \cos \theta \int_0^A \frac{F'(f)df}{\sqrt{A-f}}. \quad (14)$$

Выражение (14) позволяет исследовать качество фокусировки и величину дисперсии в любом заданном поле $f(x)$, по гораздо больше конструктивного физического смысла в другом варианте ее использования. Пусть пучок моноэнергетичен, $w = w_0 = \text{const}$. Выразим $\cos \theta$ через A из (10) и придадим соотношению (14) форму

$$\frac{P(A)}{2\sqrt{w_0-A}} = \int_0^A \frac{F'(f)df}{\sqrt{A-f}}. \quad (15)$$

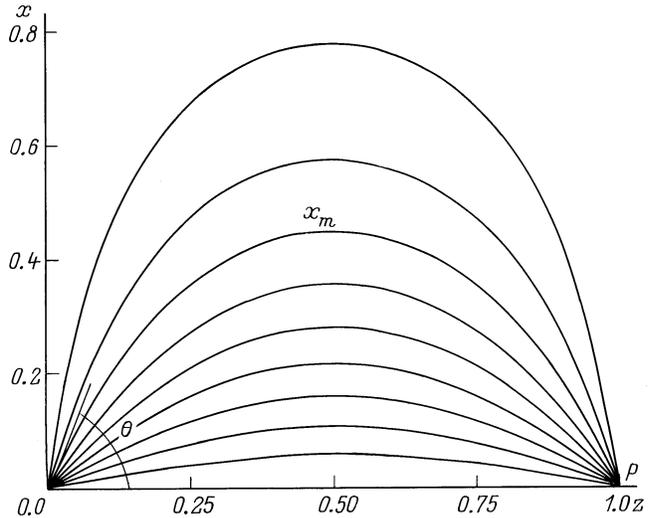


Рис. 1. Траектории частиц в идеально фокусирующем поле.

Его можно рассматривать как интегральное уравнение Абеля относительно неизвестной функции $F'(f)$, если функцию $P(A)$ при $w = w_0$ считать заданной. Решая (15) стандартным методом [7] и интегрируя по f , приходим к следующей ключевой формуле теории анализаторов:

$$x = F(f) = \frac{1}{2\pi} \int_0^f \frac{P(A)dA}{\sqrt{(w_0-A)(f-A)}}. \quad (16)$$

Она позволяет решать разнообразные задачи фокусировки веерного пучка в плоскости симметрии поля, однозначно определяя структуру потенциала в плоскости симметрии по заданной угловой зависимости функции прилета $P(A)$, где $A = w_0 \sin^2 \theta$ в данном случае служит угловым параметром.

Предположим далее, что в потоке выделен угол θ_0 и рассматривается вариация функции прилета P в зависимости от энергии w и тем самым изучаются дисперсионные свойства поля. В качестве основного параметра удобно по-прежнему удерживать в уравнениях параметр $A = w \sin^2 \theta_0$, считая его меняющимся за счет энергии w . Тогда уравнение (14) следует преобразовать к новой форме, выражая w через A при $\theta = \theta_0 = \text{const}$,

$$\frac{\text{tg } \theta_0 P(A)}{2\sqrt{A}} = \int_0^A \frac{F'(f)df}{\sqrt{A-f}}. \quad (17)$$

Решая это уравнение относительно F' и интегрируя по f при условии $F(0) = 0$, мы получим вторую ключевую формулу обращения теории анализаторов

$$x = F(f) = \frac{\text{tg } \theta_0}{2\pi} \int_0^f \frac{P(A)dA}{\sqrt{A(f-A)}}. \quad (18)$$

Теперь мы имеем возможность однозначно определить двумерное поле по заданной зависимости функции прилета P от энергии w посредством параметра $A = w \sin^2 \theta_0$, теперь энергетического, т.е. фактически по величине дисперсии

$$D = w \frac{\partial P}{\partial w} = A \frac{\partial P}{\partial A}. \quad (19)$$

Если мы намерены задать ход дисперсии $D(A)$ при фиксированном угле влета θ_0 , то из (19) нужно сначала восстановить функцию $P(A)$ интегрированием и затем воспользоваться формулой (19)

$$P(A) = \int \frac{D(A)dA}{A}. \quad (20)$$

В обоих случаях пространственное распределение потенциала легко найти явно посредством комплексного потенциала $\Omega = \psi(x, y) + i\varphi(x, y)$ по очевидной формуле

$$\Omega = if(x + iy) \quad (21)$$

либо в неявной записи

$$x + iy = F(-i\Omega) = F(\varphi - i\psi). \quad (22)$$

Из (22) мы получаем удобное вещественное представление эквипотенциалей в параметрической форме

$$x = F_1(\psi, \varphi), \quad y = F_2(\psi, \varphi), \quad (23)$$

где при фиксации $\varphi = \text{const}$ следует менять ψ как параметр.

Поле с идеальной фокусировкой

Положим в (16) $w_0 = 1$, что несколько не снижает общности, и выберем P в виде постоянной, например, $P = 1$. Тогда из (16) немедленно найдем ход потенциала, обеспечивающий полную независимость функции прилета P от угла θ , т.е. идеальную фокусировку моноэнергетического потока $w = 1$. Интегрирование (16) дает выражение

$$x = F(f) = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1 + \sqrt{f}}{1 - \sqrt{f}} \quad (24)$$

и соответственно

$$f = \text{th}^2 \pi x. \quad (25)$$

Выражение (25) содержится в несколько скрытой форме как частность в интереснейших работах [8,9], не оказавших на электронную оптику должного влияния, по-видимому, из-за некоторой излишне абстрактной начальной посылки. Здесь мы ассоциируем (25) с ходом потенциала в реальном двумерном лапласовом поле, в его средней плоскости, и все построение приобретает ясный и четкий физический смысл.

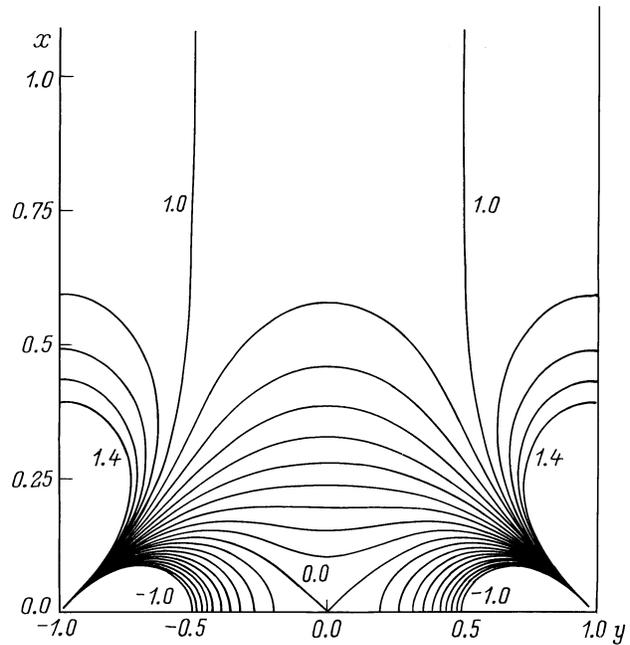


Рис. 2. Линии равного потенциала поля с идеальной фокусировкой.

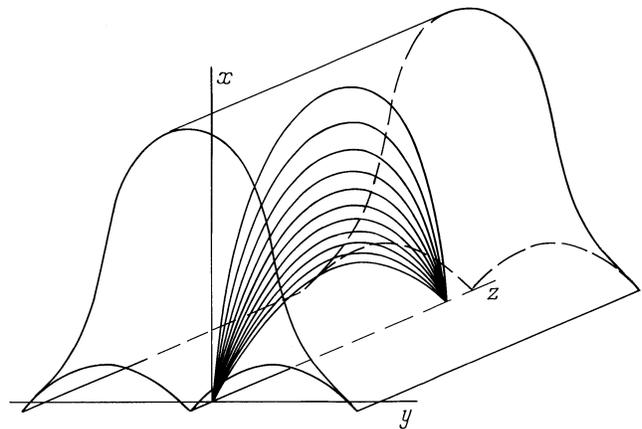


Рис. 3. Возможная конструкция электростатического энергоанализатора с идеальной фокусировкой в одной плоскости (xOz).

Отделяя в комплексном потенциале Ω

$$\Omega = \psi + i\varphi = i\text{th}^2 \pi(x + iy) \quad (26)$$

мнимую часть, получим обычный скалярный потенциал

$$\varphi(x, y) = \frac{\text{sh}^2 2\pi x - \sin^2 2\pi y}{(\cos 2\pi x + \cos 2\pi y)^2}. \quad (27)$$

Его эквипотенциальный портрет весьма сложен (рис. 2), может быть многообразно использован в оптике пучков, в частности, там имеется удобный замкнутый фрагмент (рис. 2 и 3) как основа энергоанализатора.

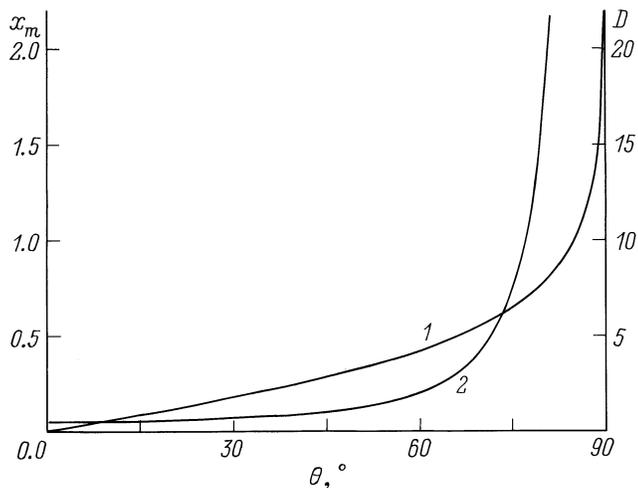


Рис. 4. Зависимость высоты подъема траекторий (1) и энергетической дисперсии (2) от угла влета в поле θ .

Динамика частиц в плоскости симметрии

С помощью интеграла (9) при потенциале (25) легко найти форму траекторий и функцию прилета $P(w, \theta)$ с произвольной энергией w , но при условии

$$A = w \sin^2 \theta < 1. \quad (28)$$

Тогда

$$x = \frac{1}{\pi} \ln \frac{\sqrt{2 - A \cdot (1 + \cos kz)} + \sqrt{A(1 - \cos kz)}}{\sqrt{2(1 - A)}}, \quad (29)$$

где

$$k = 2\pi \sqrt{\frac{1 - A}{w - A}}.$$

Структура сфокусированного потока ($w = 1$) приведена на рис. 1. По формуле (14) находим функцию прилета $P(w, \theta)$

$$P(w, \theta) = \cos \theta \sqrt{\frac{w}{1 - w \sin^2 \theta}}. \quad (30)$$

Соответствующая ей линейная энергетическая дисперсия вдоль оси z

$$D = w \frac{\partial P}{\partial w} = \frac{\cos \theta}{2} \sqrt{\frac{w}{(1 - w \sin^2 \theta)^3}}. \quad (31)$$

В условиях идеальной фокусировки при $w = 1$

$$D = \frac{1}{2 \cos^2 \theta}. \quad (32)$$

Максимальный размах траектории вдоль оси x определяется формулой для координаты вершины x_m (рис. 1)

$$x_m = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}. \quad (33)$$

Кривые $x_m(\theta)$, $D(\theta)$ (рис. 4) обнаруживают замечательное свойство этого поля, оптимальное для энергоанализа, а именно совмещение небольших габаритов траектории с высоким уровнем дисперсии, и все это в условиях идеальной фокусировки по крайней мере в одной плоскости. Например, в интервале углов $78 < \theta < 88^\circ$, дисперсия изменяется в пределах $11.56 < D < 410$, так что минимальная дисперсия уже на порядок больше, чем у плоского и цилиндрического зеркал аналогичных размеров. Высота же подъема $x_m < 1.29$. Реальный прибор с габаритами $100 \times 100 \times 130$ мм при выходной щели 0.1 мм позволяет получить разрешающую способность $\Delta E/E = 0.01\%$.

Конфигурация энергоанализатора "Тутанхамон"

Из общего эквипотенциального портрета (рис. 2) можно вырезать фрагмент, окаймленный эквипотенциалами $\varphi = 0$ и, например, $\varphi = 0.95$. В пространстве образуется вытянутая коробка, изящные очертания которой напоминают египетский саркофаг, что и навело на мысль назвать данный анализатор "Тутанхамоном" (рис. 3).

Большим удобством этой конфигурации является то, что входная и выходная щели лежат на оси z во впадине заземленного электрода, где поле практически отсутствует, и отверстия можно не затягивать сеткой.

Прочие электронно-оптические характеристики описаны в части II данной работы.

Список литературы

- [1] Афанасьев В.П., Явор С.Я. Электростатические энергоанализаторы для пучков заряженных частиц. М.: Наука, 1978. С. 224.
- [2] Голиков Ю.К. // Тез. докл. II Всесоюз. конф. по масс-спектрометрии. М., 1974. С. 324.
- [3] Галль Л.Н., Галль Р.Н., Голиков Ю.К., Уткин К.Г. // А.С. № 544307. 1976. БИ. 1977. № 3.
- [4] Голиков Ю.К., Давыдов С.Н., Кораблев В.В., Уткин К.Г. // А.С. № 1365987. 1987. БИ. 1988. № 1.
- [5] Давыдов С.Н., Сугаитов М.Ш., Кораблев В.В., Кудинов Ю.А. // Тез. докл. VII симпозиума по вторично-электронной, фотоэлектронной эмиссии и спектроскопии поверхности твердого тела. Ташкент, 1990. С. 14–15.
- [6] Голиков Ю.К., Уткин К.Г., Чепарухин В.В. Расчет элементов электростатических электронно-оптических систем. Л.: ЛПИ им. М.И. Калинина, 1984. 80 с.
- [7] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М.: ИФМЛ, 1958. 206 с.
- [8] Геронимус Я.Л. // ЖТФ. 1962. Т. 32. Вып. 1. С. 3–14.
- [9] Геронимус Я.Л. // ЖТФ. 1962. Т. 32. Вып. 7. С. 848–858.