

07;12

## Перекрестные помехи, вызванные некогерентностью считывающего света при спектральном мультиплексировании отражательных голограмм

© А.В. Шамрай, В.М. Петров, М.П. Петров

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 25 ноября 1998 г.)

Исследуется влияние некогерентности считывающего света на уровень перекрестных помех при спектральном мультиплексировании отражательных голограмм. Получены теоретические зависимости уровня перекрестных помех от ширины спектра считывающего света, общего числа мультиплексируемых голограмм и расстройки между соседними голограммами. Наблюдается хорошее согласие между теорией и экспериментом для случая двух синусоидальных решеток.

Высокая селективность объемных голограмм позволяет записывать большое количество информации, используя технику спектрального или углового мультиплексирования [1–3]. Техника спектрального мультиплексирования отражательных голограмм имеет ряд преимуществ, прежде всего это низкий уровень перекрестных помех ( $XSR$ ). Как было показано в [4,5], для этого случая

$$XSR = \left( \frac{K_{g\perp}}{K_g} \right)^2. \quad (1)$$

Здесь  $K_g$  — волновой вектор записанной голограммы,  $K_{g\perp}$  — характеризует угловой спектр записываемого сигнала. Данный результат справедлив для случая, когда и запись, и считывание производят абсолютно когерентным светом. Однако на практике это далеко не так. В системах голографической памяти [3,6], использующих спектральное мультиплексирование, в качестве источника считывающего света применяются перестраиваемые лазеры (например, полупроводниковые лазеры), которые имеют относительно низкую степень когерентности.

Перспектива практического применения спектрального мультиплексирования для создания различных систем голографической памяти, а также в системах переключения каналов в волоконно-оптических линиях ( $WDM$ ) [7,8] обуславливает необходимость детального анализа влияния некогерентности считывающего света на степень перекрестных помех.

В настоящей работе проведено исследование влияния ширины спектра временных частот считывающего света на уровень перекрестных помех при спектральном мультиплексировании отражательных голограмм. Показано, что некогерентность считывающего света существенно увеличивает уровень перекрестных помех, а следовательно, ограничивает информационную емкость систем, использующих технику спектрального мультиплексирования.

### Теоретический анализ

В качестве модели рассмотрим голографическую память, где информация записана в фоторефрактивном кристалле [9]. Предположим, что мы записали  $M$  отражательных голограмм при помощи идеально когерентного света на разных временных частотах  $\nu^{(m)}$ . Вариация диэлектрической проницаемости, возникшая в кристалле в результате записи голограмм, может быть представлена в виде

$$\delta\varepsilon \approx \alpha \sum_{m=1}^M R_m^*(\mathbf{r}) S_m(\mathbf{r}) + c.c., \quad (2)$$

где  $S_m$  и  $R_m$  — комплексные амплитуды сигнального и опорного лучей соответственно;  $\alpha$  — константа, описывающая свойства регистрирующей среды.

Предполагается, что динамический диапазон светочувствительной среды достаточный для записи голограмм в линейном режиме.

Допустим, мы хотим восстановить определенную голограмму с номером  $l$  из набора записанных голограмм, причем считывающий свет не идеально когерентный, а имеет некоторый спектр временных частот  $\delta\nu$ . Кроме необходимой нам  $l$ -й голограммы в интенсивность продифрагировавшего света будут давать свой вклад все другие голограммы, записанные в кристалле. Отношение интенсивности света, продифрагировавшего на "нежелательных" голограммах, к интенсивности восстановленной  $l$ -й голограммы выбирается как величина, характеризующая уровень перекрестных помех ( $XSR$ ) [10],

$$XSR = \frac{I - I^{(l)}}{I^{(l)}}, \quad (3)$$

$I$  — полная интенсивность восстановленного света;  $I^{(l)}$  — интенсивность восстановленного света, если бы была записана только одна голограмма с номером  $l$ .

При считывании некогерентным светом восстановленный свет тоже будет некогерентным. Тогда распределение интенсивности восстановленного света в выходной

плоскости устройства описывается выражением

$$I = \langle S(r_{\perp}, t)S^*(r_{\perp}, t) \rangle. \quad (4)$$

Здесь  $S(r_{\perp}, t)$  — амплитуда восстановленной световой волны;  $\langle \rangle$  — обозначение усреднения по всевозможным реализациям, т.е. одновременно и по времени, и по ансамблю записанных голограмм. Амплитуду восстановленной световой волны запишем в виде спектра временных и угловых частот

$$S(r_{\perp}, t) \sim \iint \Xi(\sigma_{\perp}, \delta\nu) \times \exp(i(\sigma_{\perp} r_{\perp} - \delta\nu \cdot t)) d\sigma_{\perp} d\delta\nu. \quad (5)$$

Фурье-спектр амплитуды восстановленного света ( $\Xi(\sigma_{\perp}, \delta\nu)$ ) выражаем через функции частотного отклика записанных голограмм ( $F_{ml}$ )

$$\Xi(\rho_{\perp}, \delta\nu) = \sum_m F_{ml}(\rho_{\perp}, \delta\nu) P_l(\rho_{\perp}, \delta\nu). \quad (6)$$

Здесь  $P(\rho_{\perp}, \delta\nu)$  — пространственно-временной спектр амплитуды считывающего света;  $\rho_{\perp}$  — составляющая волнового вектора считывающего света, которая описывает направление распространения световой волны и связана с волновым вектором восстановленного света и волновым вектором  $m$ -й голограммы через соотношение

$$\sigma = \rho - \mathbf{K}_g^{(m)}. \quad (7)$$

Функция частотного отклика объемной голограммы  $F_{ml}(\rho_{\perp}, \delta\nu)$  для произвольного спектра пространственных частот при фиксированной временной частоте была получена в [11]. Мы используем частный случай простых синусоидальных решеток

$$F_{ml}(\rho_{\perp}, \delta\nu) \sim A_m(\rho_{\perp}) \exp(i\xi_r^{(ml)}(\rho_{\perp}, \delta\nu)) \times \sin c(\xi_r^{(ml)}(\rho_{\perp}, \delta\nu)),$$

$$\xi_r^{(ml)}(\rho_{\perp}, \delta\nu) = \frac{-K_g^{(m)^2} + 2(\rho \mathbf{K}_g^{(m)})}{4\rho\sqrt{1 - [(\rho_{\perp} - K_{g\perp}^{(m)})/\rho]^2}} T,$$

$$\rho = 2\pi n(\nu^{(l)} + \delta\nu)/c, \quad A_m(\rho_{\perp}) = \delta(\rho_{\perp}), \quad (8)$$

где  $\nu^{(l)}$  — центральная частота считывающего света;  $n$  — показатель преломления среды;  $c$  — скорость света в вакууме;  $T$  — толщина кристалла, в котором производится запись.

$$\mathbf{K}_g^{(m)} = \rho^{(m)} - \sigma^{(m)}, \quad \rho^{(m)} = \sigma^{(m)} = \frac{2\pi n\nu^{(m)}}{c}. \quad (9)$$

Здесь  $\rho^{(m)}$  и  $\sigma^{(m)}$  — волновые векторы записывающего когерентного света. Поскольку уровень перекрестных помех слабо зависит от углового спектра записанного сигнала, то полученные ниже результаты

для простых синусоидальных решеток с разным периодом с точностью до отношения  $(K_{g\perp}^{(m)}/K_g^{(m)})^2$  могут быть перенесены на случай записи сложной голограммы.

Используя приближение квазимонохроматического протяженного источника считывающего света [12] получаем

$$I \sim \iint \sum_m F_{ml}(\rho_{\perp}, \delta\nu) P_l(\rho_{\perp}, \delta\nu) \times \sum_m F_{ml}^*(\rho_{\perp}, \delta\nu) P_l^*(\rho_{\perp}, \delta\nu) d\rho_{\perp} d\delta\nu. \quad (10)$$

Интегрирование осуществляется по угловой апертуре и спектру временных частот источника считывающего света.

Для минимизации перекрестных помех набор синусоидальных решеток записывается в кристалле в соответствии с критерием Рэля [5,10], т.е. с таким шагом во временной частоте, что параметр расстройки  $(\xi_r^{(m,m+1)})$  в формуле Когельника [13] равен  $s\pi$ , где  $s$  — целое, а дифракционная эффективность обращается в нуль, этим обеспечивается минимальный уровень перекрестных помех при считывании идеально когерентным светом. Расстройка по частоте считывающего света, при которой дифракционная эффективность достигает первого нуля, определяется нами как спектральная селективность голограммы ( $\Delta\nu_0$ ).

Предположим, что считывание осуществляется при помощи источника света, имеющего прямоугольный спектр временных частот с центральной частотой ( $\nu^{(l)}$ ), равной частоте, на которой была записана  $l$ -я голограмма. Очень узкий, близкий к дельта-функции угловой спектр считывающего света может быть получен с помощью коллимирующего объектива

$$P(\rho_{\perp}, \delta\nu) = \begin{cases} \delta(\rho_{\perp}); & -\Delta \leq \delta\nu \leq \Delta, \\ 0; & \delta\nu \notin [-\Delta; \Delta]. \end{cases} \quad (11)$$

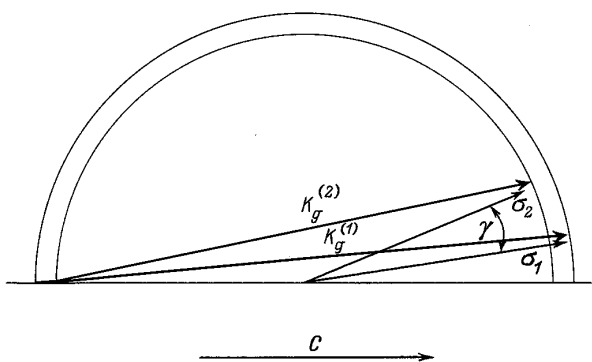
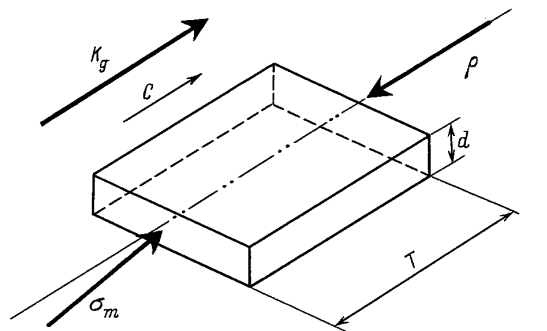
Предположим, что голограммы имеют случайную фазу, в случае спектрального мультиплексирования так оно и есть на самом деле, если не приняты специальные меры. Тогда при усреднении по большому числу голограмм перекрестные помехи складываются некогерентно. Подставляя в (10) выражение для функции частотного отклика (8) и вид спектра считывающего света (11), получим окончательную формулу, описывающую уровень перекрестных помех, вызванных некогерентностью считывающего света,

$$XSR = \frac{\int_{-\Delta}^{\Delta} \sum_{m \neq l} \sin^2 c^2 [2\pi n/c(\Delta\nu_0 s(l-m) + \delta\nu) \times T(1 - \Delta\nu_0 s(l-m) - \delta\nu/\nu^{(l)})] d\delta\nu}{\int_{-\Delta}^{\Delta} \sin^2 c^2 [2\pi \delta\nu n/c T(1 - \delta\nu/\nu^{(l)})] d\delta\nu}. \quad (12)$$

При выводе формулы (12) члены, связанные с угловым спектром записанных голограмм  $((K_{g\perp}/K_g)^2)$ , были отброшены из-за малости. Действительно, для характерных величин, используемых на практике  $(K_{g\perp}^{(m)}/K_g^{(m)} = 5 \cdot 10^{-2})$ , что позволяет записывать порядка 300 pixels/mm, поправка, вносимая в XSR угловым спектром голограмм, составит около  $10^{-3}$ .

## Эксперимент

Для проверки полученных теоретических результатов был проведен следующий эксперимент. В кристалле Fe:LiNbO<sub>3</sub> 0.05% mol толщины  $T = 5$  mm были записаны две голограммы с волновыми векторами  $K_g^{(1)}$  и  $K_g^{(2)}$  (рис. 1). Запись производилась во встречной геометрии при помощи двух лучей от He-Ne лазера. Период первой голографической решетки был равен  $\Lambda_1 \approx 137.61$  nm, второй  $\Lambda_2 \approx 138.04$ . Если для первой голограммы условия Брэгга точно выполняются ( $\xi_r = 0$ ) при нормальном падении считывающего света с длиной волны 633 nm, то для голограммы с номером два  $\xi_r \approx 10\pi$ . Для того чтобы условия Брэгга выполнялись для второй голограммы при том же самом угле падения считывающего луча, необходимо изменить длину волны света. Таким образом, данные голограммы эквивалентны двум решеткам, записанным при разных временных частотах считывающего света с шагом  $s \approx 10$ .



**Рис. 1.** Геометрия спектрального мультиплексирования отражательных голограмм в кристалле LiNbO<sub>3</sub>, использовавшаяся в эксперименте ( $T = 5$  mm).

Время стирания голограмм в допированных кристаллах LiNbO<sub>3</sub> значительно превосходит время записи. В нашем случае оно составляло несколько десятков часов, поэтому не было необходимости в процессе фиксации.

Для восстановления был использован свет от ртутной лампы (рис. 2). Степень когерентности регулировалась при помощи монохроматора. Центральная частота устанавливалась равной частоте излучения He-Ne лазера  $\nu^{(l)} = 4.74 \cdot 10^{14}$  Hz. При ширине выходной щели монохроматора значительно меньше ширины входной щели спектр временных частот считывающего света будет близок к прямоугольному. Изменяя ширину выходной щели, мы будем изменять ширину спектра временных частот считывающего света, тем самым управляя степенью когерентности.

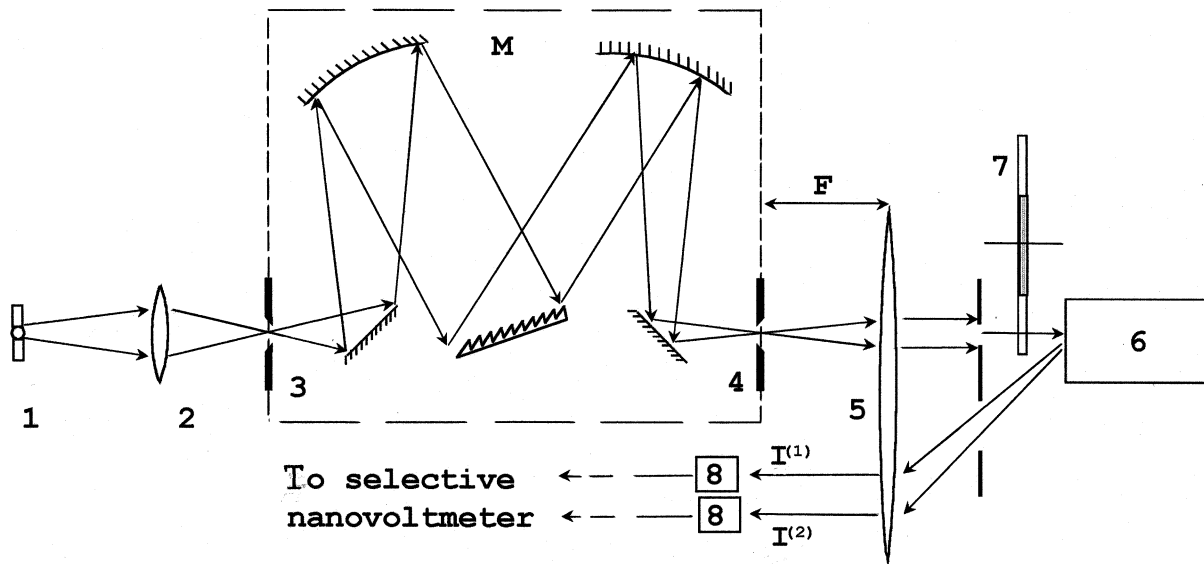
Другое предположение, сделанное при теоретическом анализе, а именно очень узкий, близкий к дельта-функции угловой спектр считывающего света, также выполнено. Ширина углового спектра может быть оценена как отношение  $d/F \approx 5 \cdot 10^{-4}$ , где  $d$  — ширина выходной щели,  $F$  — фокусное расстояние коллимирующего объектива.

Кроме разницы в периоде решеток, существовал небольшой угол между волновыми векторами записанных голограмм. Благодаря этому мы разделили свет, протифрагировавший на первой и второй голограмме. Угол между лучами, восстановленными на 1-й и 2-й голограммах, составлял  $\gamma = 12'$ , что было меньше угловой селективности  $\Delta\theta \approx 1^\circ$  (угол при отклонении, на который от условий Брэгга дифракционная эффективность обращается в нуль), но этого было достаточно для разрешения этих двух сигналов в плоскости фотоприемника с учетом ширины углового спектра и дифракционной расходимости, вызванной конечностью апертуры.

Отношение интенсивности света, восстановленного на 1-й голограмме ( $I^{(1)}$ ), для которой центральная частота монохроматора является частотой записывающего света, к интенсивности света, восстановленного на 2-й голограмме ( $I^{(2)}$ ), и есть уровень перекрестных помех, описанный формулой (9).

## Обсуждение результатов

Количественные теоретические оценки уровня перекрестных помех, вызванных некогерентностью считывающего света, были сделаны при следующих параметрах системы. Голограммы записаны в заданном диапазоне частот при фиксированном шаге перестройки  $s = 1$ . Частота, на которой была записана  $l$ -я голограмма, равна частоте излучения He-Ne лазера. Толщина кристалла  $T = 5$  mm, при этом  $\Delta\nu_0/\nu^{(l)} \approx 3 \cdot 10^{-5}$ . На рис. 3 приведены зависимости XSR от общего числа записанных голограмм и порядкового номера восстанавливаемой голограммы для нескольких значений ширины спектра временных частот считывающего света ( $\Delta$ ). Из графиков видно, что основной вклад вносят ближайšie



**Рис. 2.** Экспериментальная установка для считывания голограмм частично когерентным светом: 1 — ртутная лампа, 2 — фокусирующая линза, *M* — монохроматор, 3 — входная щель, 4 — выходная щель, 5 — коллимирующий объектив с фокусным расстоянием  $F = 350$  мм, 6 — кристалл  $\text{Fe}:\text{LiNbO}_3$ , 7 — вертушка, 8 — фотоприемник (ФЭУ).

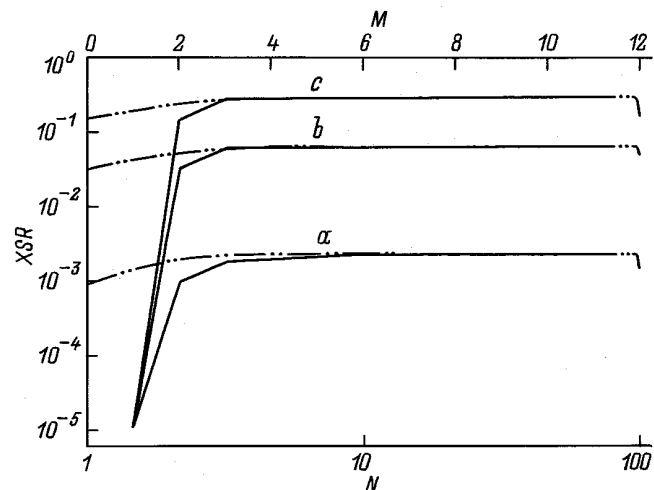
соседние голограммы и при общем количестве голограмм, большем пяти, уровень перекрестных помех не изменяется с увеличением числа голограмм. Поэтому рассмотренный при экспериментальном исследовании случай записи только двух голограмм, хоть и не дает исчерпывающей картины, позволяет оценить порядок величины перекрестных помех. Сопоставление теоретической зависимости  $XSR$  от ширины спектра считывающего света, вычисленной по (12) с учетом условий эксперимента ( $M = 2$ ,  $s = 10$ ,  $T = 5$  мм), представлено на рис. 4. Здесь же приведена теоретическая зависимость  $XSR$  от ширины спектра считывающего света при общем числе голограмм, большем, чем пять, и  $s = 1$ .

Уровень перекрестных помех, вызванных некогерентностью считывающего света, значительно превосходит уровень помех, связанных со сложностью записываемого сигнала. Поэтому при создании практических систем, имеющих максимально возможную информационную емкость, должны предъявляться высокие требования к когерентности источника считывающего света.

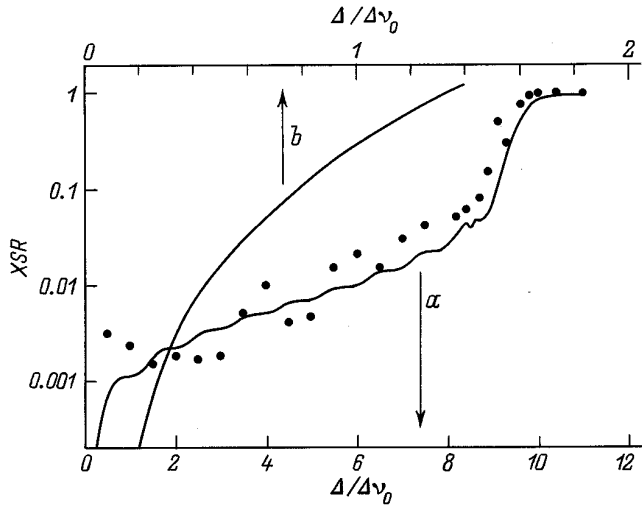
Возможным способом уменьшения уровня перекрестных помех является мультиплексирование голограмм с шагом, превышающим их спектральную селективность, т.е. с  $s > 1$ . Однако при этом для сохранения емкости необходимо существенно увеличить диапазон перестройки частот источника света. Теоретические зависимости уровня перекрестных помех от шага при спектральном мультиплексировании для разной ширины спектра считывающего света представлены на рис. 5.

С увеличением шага  $s$  уровень перекрестных помех снижается, при этом стоит отметить, что для некогерентного считывающего света минимумы зависимости

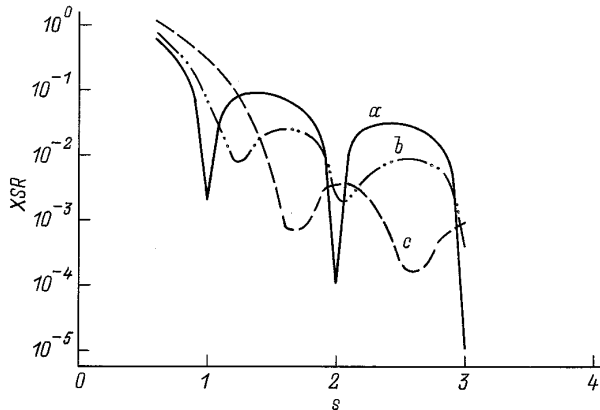
не совпадают с условиями минимальности перекрестных помех при считывании абсолютно когерентным светом ( $s$  — целое [10]). Кроме того, с уширением спектра временных частот снижаются требования к точности позиционирования центральной частоты считывающего света. Задавшись определенным уровнем перекрестных помех системы, из выражения (12) мы можем получить связь между шириной спектра считывающего света, спектральной селективностью записанных голограмм и шагом



**Рис. 3.** Теоретические зависимости  $XSR$  от общего числа голограмм  $M$  (сплошная линия,  $l = M/2$ ) для  $s = 1$ ,  $\nu^{(l)} = 4.74 \cdot 10^{14}$  Гц,  $\Delta\nu_0 = 1.4 \cdot 10^{10}$  Гц, а также от порядкового номера голограммы  $l$  (штрихпунктир,  $M = 100$ ) при различной относительной ширине спектра временных частот считывающего света ( $\Delta/\Delta\nu_0$ ):  $a - 0.3$ ,  $b - 0.7$ ,  $c - 1$ .



**Рис. 4.** Зависимости  $XSR$  от относительной ширины спектра временных частот считывающего света:  $a$  — сопоставление теории (сплошная линия) с экспериментом ( $\bullet$ );  $b$  — теоретическая зависимость, полученная при  $s = 1$ ,  $M = 100$ .



**Рис. 5.** Теоретические зависимости  $XSR$  от шага между мультиплексируемыми голограммами при различной относительной ширине спектра временных частот считывающего света ( $\Delta/\Delta\nu_0$ ):  $a$  — 0.3,  $b$  — 0.7,  $c$  — 1.

при спектральном мультиплексировании. Так, для того чтобы получить  $XSR \leq 0.1$ , необходимо выполнение следующего неравенства:

$$\frac{s\Delta\nu_0 - \Delta}{\Delta\nu_0} \geq 0.3. \quad (13)$$

## Заключение

Таким образом, было показано, что уровень перекрестных помех существенно зависит от степени когерентности считывающего света. Перекрестные помехи, вызванные немонахроматичностью считывающего света, существенно превосходят перекрестные помехи, вызванные сложностью записываемых изображений. Основные

помехи создают ближайшие соседние с восстанавливаемой голограммы, поэтому уровень перекрестных помех, вызванных некогерентностью света, слабо зависит от общего числа голограмм. Величина  $XSR$  зависит от соотношения между шириной спектра считывающего света, шагом между голограммами и спектральной селективностью отдельной голограммы. Выполнение условия (13) гарантирует уровень перекрестных помех не более чем 0.1.

## Список литературы

- [1] Mok F.H. // Opt. Lett. 1993. Vol. 18. P. 915–917.
- [2] Yin S., Zhou H., Zhao F. et al. // Opt. Commun. 1993. Vol. 101. P. 317–320.
- [3] Hesselink L., Bashaw M.C. // Opt. and Quant. Electron. 1993. Vol. 25. P. S611–S636.
- [4] Rakuljic C.A., Leyva V., Yariv A. // Opt. Lett. 1992. Vol. 17. P. 1471–1473.
- [5] Curtis K., Gu C., Psaltis D. // Opt. Lett. 1993. Vol. 18. P. 1001–1003.
- [6] Hong J.H., McMichael I., Chang T.Y. et al. // Opt. Eng. 1995. Vol. 34. N 8. P. 2193–2201.
- [7] James R.T.B., Wah C., Iizuka K., and Shimotahira H. // Appl. Opt. 1995. Vol. 34. P. 8230–8235.
- [8] Ziolkovski R.W. et al. // Opt. Lett. 1997. Vol. 22. P. 1033–1035.
- [9] Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике. СПб.: Наука, 1992. 317 с.
- [10] Bashaw M.C., Heanue J.F., Aharoni A. et al. // J. Opt. Soc. Am. B. 1994. Vol. 11. P. 1820–1833.
- [11] Корзинин Ю.Л., Суханов В.И. // Опт. и спектр. 1984. Т. 56. С. 763–766.
- [12] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 719 с.
- [13] Kogelnik H.W. // Bell Syst. Tech. J. 1969. Vol. 48. P. 2909–2927.