

03;04;12

Влияние смазки на движение тела в рельсовом электромагнитном ускорителе.

I. Распределение электрического тока в ускоряемом теле и рельсе

© Э.М. Дробышевский, Э.Н. Колесникова, В.С. Юферев

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 21 января 1998 г.)

Исследуется влияние жидкой проводящей пленки, введенной в зазор между ускоряемым металлическим поршнем и рельсом в рельсовом ускорителе, на распределение плотности тока и магнитной индукции в рельсе и поршне. Пленка считается достаточно тонкой, что позволяет пренебречь изменением магнитной индукции поперек пленки. Задача рассматривается в плоской геометрии. Получены приближенные выражения для толщины скоростного скин-слоя в зависимости от толщины и проводимости пленки. Выполнено численное интегрирование уравнений диффузии магнитного поля в рельсе и поршне. Показано, что наличие жидкой проводящей пленки позволяет заметно ослабить скоростной скин-эффект. Тем не менее даже при использовании довольно толстых пленок с достаточно высоким удельным сопротивлением неравномерность в распределении плотности электрического тока в поршне при магнитных числах Рейнольдса, представляющих практический интерес, остается весьма высокой.

Введение

Хорошо известно, что в электромагнитных ускорителях с металлическим поршнем (арматурой) до сих пор не удается достичь скоростей, существенно превышающих $1\text{--}2\text{ km/s}$. Причина этого заключается в том, что при таких скоростях металлический контакт между рельсом и поршнем исчезает и заменяется дуговым разрядом, в результате чего основная энергия электрического тока расходуется не на ускорение тела, а на поддержание электрической дуги и эрозию контактирующих поверхностей. В настоящее время считается, что существуют две основные причины такого перехода. Первая связана с возникновением скоростного скин-эффекта [1–18], а вторая — с особенностями протекания тока через границу контакта между двумя проводниками и износом скользящего контакта [5,6,19–23]. Явление скоростного скин-эффекта заключается в том, что при больших скоростях движения тела магнитное поле и электрический ток, протекающий через ускоряемое тело, концентрируются в его задней части, что вызывает резкое увеличение джоулева тепловыделения в области контакта и появление волны плавления, которая распространяется вперед по ходу движения по поверхности ускоряемого тела. Когда эта волна достигает передней кромки движущегося тела, металлический контакт между телом и рельсом исчезает и заменяется дуговым разрядом.

Для описания скоростного скин-эффекта были предложены различные подходы. Лишь некоторые из них (например [14,15]) основаны на прямом численном интегрировании уравнений диффузии магнитного поля и переноса тепла в рельсе и движущемся теле, в то время как в большинстве случаев использовались приближенные полуаналитические модели, основанные на различного рода допущениях. Расчеты скорости перехода от метал-

лического контакта к дуговому в разных моделях дают величины $0.5\text{--}2\text{ km/s}$ в зависимости от конструкции поршня и проводимости рельсов. В работах [4,11,13,17] было показано, что при использовании высокоомного материала поршня в зоне контакта можно достигнуть скоростей перехода, превышающих 2.5 km/s . Увеличение скорости перехода может быть получено также при нанесении на поверхность рельсов высокоомного слоя [7,9,15]. Однако, как указывается в [7], удельное сопротивление этого слоя должно на 3–4 порядка превосходить сопротивление меди.

При исследовании скоростного скин-эффекта обычно предполагается, что контакт между рельсом и движущимся телом является идеальным. Однако реальная картина протекания тока через границу скользящего контакта твердых поверхностей сильно отличается от идеальной, что и является второй причиной его перехода в плазменный режим. Кроме того, из-за шероховатости соприкасающихся поверхностей протекание тока через контакт происходит не по всей номинальной контактной зоне, а в так называемых альфа-пятнах, где обе поверхности сближаются на расстояния, сравнимые с межатомными, и происходит концентрация линий электрического тока. При больших плотностях тока будет происходить разогрев альфа-пятен и их плавление, что в свою очередь может приводить к нарушению контакта и переходу к дуговому режиму. В частности, в работе [6] на основании экспериментальных данных было показано, что по крайней мере до скоростей 1850 m/s указанный переход практически не зависит от скорости, а зависит только от номинальной площади контакта, сжимающей контакт силы и электрического действия ($\int I^2 dt$).

Еще одним фактором, влияющим на качество контакта, являются фрикционный нагрев и износ контактов. Влияние фрикционного нагрева в рельсотронных уско-

рителях изучалось в работах [5,6,22–24]. При больших скоростях скольжения поверхности трущихся тел будут оплаиваться, что будет приводить к появлению пленки расплава [25–27] и дополнительному износу контактирующих поверхностей. Оценки показывают, что оплавление контактной границы поршня под действием фрикционного нагрева может начинаться примерно при тех же скоростях, что и под действием омического нагрева в результате скоростного скин-эффекта.

Таким образом, как показывает проведенный анализ, в существующих конструкциях электромагнитных ускорителей достижение высоких скоростей движения тел ограничивается одновременным действием обоих факторов: 1) скоростным скин-эффектом и 2) локальным разрушением контактной поверхности вследствие протекания электрического тока и фрикционного нагрева. Скоростной скин-эффект является фундаментальным ограничением, связанным с самим принципом электромагнитного ускорения тел, и его преодоление требует разработки специальных конструкций поршня. Однако едва ли можно ожидать значительного успеха в этом направлении, если не решить вторую задачу и не обеспечить хороший электрический контакт между поршнем и рельсами. Более того, можно думать, что лишь в этом случае ограничение по скоростному скин-эффекту начнет играть решающую роль.

Существенного улучшения электрического контакта между рельсом и металлическим поршнем можно добиться, если специально ввести в зазор между ними жидкую проводящую смазку. В этом случае, во-первых, исчезает проблема концентрации тока в альфа-пятнах, а во-вторых, благодаря замене сухого трения на вязкую диссипацию появляется возможность заметно уменьшить локальный фрикционный нагрев на границе рельс-арматура. На первый взгляд кажется, что в качестве жидкой пленки можно было бы использовать пленку расплава, которая образуется в результате оплавления контактирующих поверхностей при движении поршня в рельсотроне. Однако обеспечить устойчивое создание и поддержание сплошной жидкой пленки между поршнем и рельсом путем расплавления поршня едва ли представляется возможным. Кроме того, подобная пленка не сможет ослабить скоростной скин-эффект, поскольку ее удельное сопротивление будет мало отличаться от сопротивления поршня. Поэтому для получения реального эффекта от использования смазки необходимо преднамеренно вводить в зазор инородную электропроводящую жидкость извне. Ясно, конечно, что наличие жидкой пленки может оказывать не только положительное, но и отрицательное влияние. В частности, высокое электрическое сопротивление пленки приведет к ее дополнительному нагреву за счет джоулева тепловыделения.

С учетом вышесказанного в настоящей работе было предпринято детальное теоретическое и численное исследование воздействия жидкой проводящей смазки на различные стороны процесса разгона металлического поршня. Были рассмотрены следующие проблемы: влия-

ние жидкой пленки на распределение магнитного поля и электрического тока в арматуре и рельсе, течение смазки в зазоре рельс-ускоряемое тело, влияние пленки на нагрев ускоряемого тела. Первая проблема рассматривается в данной работе, остальные — в последующих двух работах, посвященных данной проблеме. Конкретные способы ввода смазки в зазор между рельсом и поршнем не обсуждаются. В принципе это может быть сделано либо путем нанесения соответствующего слоя на поверхность рельса, либо подачей смазки из поршня. В данной же работе просто предполагается, что рельс и металлический поршень разделены зазором, заполненным жидкой проводящей смазкой. Все перечисленные проблемы рассматриваются в плоской геометрии.

Постановка задачи

Для упрощения задачи ограничимся простейшей формой поршня — прямоугольником. Схема задачи показана на рис. 1. Система координат связана с поршнем, так что рельсы движутся со скоростью U в положительном направлении оси Ox . Поскольку задача плоская, то отличной от нуля оказывается только y -компонента магнитной индукции, распределение которой в арматуре и рельсе определяется следующими уравнениями и граничными условиями: в арматуре

$$\frac{\partial B_a}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_a \frac{\partial B_a}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_a \frac{\partial B_a}{\partial z} \right), \quad (1A)$$

$$\text{при } x = 0 \quad B_a = 0, \quad \text{при } x = l \quad B_a = B_0,$$

$$\text{при } z = d \quad \frac{\partial B_a}{\partial z} = 0, \quad (1B)$$

в рельсе

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} + U \frac{\partial B_r}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_r \frac{\partial B_r}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_r \frac{\partial B_r}{\partial z} \right), \quad (2A)$$

$$\text{при } x = 0 \quad B_r = 0, \quad \text{при } z = -\infty \quad B_r = 0,$$

$$\text{при } z = 0 \text{ и } x \geq l \quad B_r = B_0, \quad (2B)$$

где B_0 — магнитная индукция в пространстве между рельсами за ускоряемым телом, которая в принятой геометрии зависит только от времени; d — половина расстояния между рельсами; l — длина поршня, D — коэффициент диффузии магнитного поля; индексы a и r относятся к арматуре (поршню) и рельсу соответственно.

Задачи (1), (2) должны быть дополнены двумя условиями сопряжения на линии контакта рельс-арматура (т.е. при $z = 0$ и $0 \leq x \leq l$) с учетом того, что в зазоре между рельсом и арматурой находится жидкая проводящая пленка. При выводе этих условий мы предполагали, что пленка является настолько тонкой, что изменением магнитной индукции по толщине пленки можно пренебречь. Указанное допущение справедливо до тех пор, пока толщина скоростного скин-слоя остается

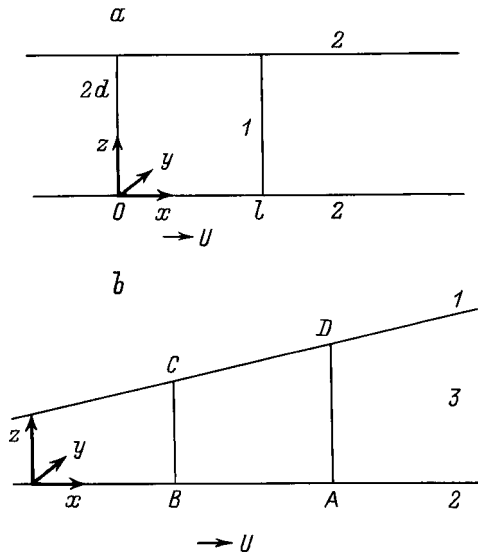


Рис. 1. Схема рельсового ускорителя (а) и зазора между рельсом и поршнем (б): 1 — поршень (арматура), 2 — рельс, 3 — жидкая пленка.

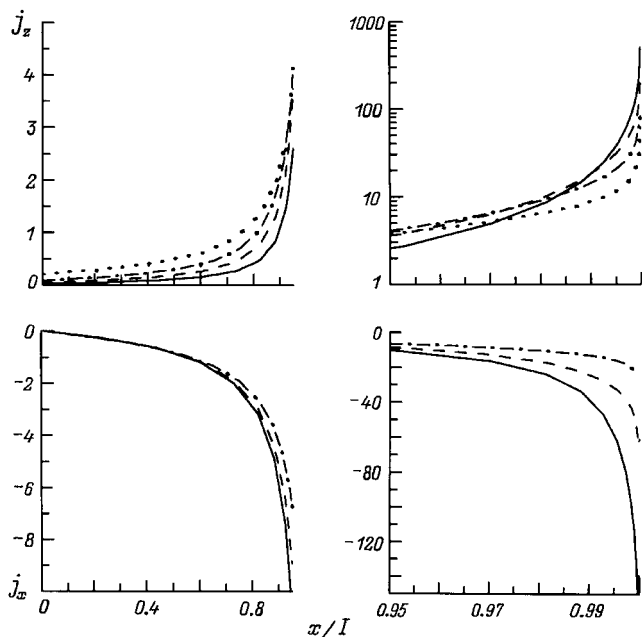


Рис. 2. Распределение x - и z -компонент плотности электрического тока на границе рельс–поршень при отсутствии жидкой пленки (вариант 1А). $Re = 1000$ (сплошные кривые), 300 (штриховые), 100 (штрихпунктир) и 30 (пунктир).

существенно больше толщины жидкой пленки. Последнее условие в первом приближении может быть записано в виде $h \ll D_a^2/D_r U$, где h — толщина пленки. Таким образом, первое условие на границе рельс–ускоряемое тело принимает вид

$$\text{при } z = 0 \text{ и } 0 \leq x \leq l \quad B_r = B_a. \quad (3)$$

Для получения второго условия поступаем обычным образом. Проинтегрируем уравнение Максвелла

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}$$

по области $ABCD$ на рис. 2. Поскольку

$$\int_{ABCD} (\nabla \times \mathbf{E}) ds = - \oint_{ABCD} (E_z dz + E_x dx),$$

то, учитывая, что касательная составляющая электрического поля на границах раздела рельс–пленка и пленка–арматура остается непрерывной, и принимая во внимание, что интеграл $\int E_z dz$ по участку контура CD (граница пленка–арматура) отличен от нуля и равен $-E_{z,a}(h(x_A) - h(x_B))$, получим

$$\begin{aligned} & -(E_{x,r} - E_{x,a})dx + (h(x_A) - h(x_B))E_{z,a} \\ & + \int_0^{h(x_B)} E_{z,f} dz - \int_0^{h(x_A)} E_{z,f} dz = - \left(h \frac{\partial B}{\partial t} - B \frac{\partial h}{\partial t} \right) dx. \quad (4) \end{aligned}$$

С другой стороны,

$$\begin{aligned} E_{x,r} &= \frac{j_{x,r}}{\sigma_r} = -D_r \frac{\partial B_r}{\partial z}, & E_{z,a} &= \frac{j_{z,a}}{\sigma_a} = -D_a \frac{\partial B_a}{\partial z}, \\ E_{z,a} &= \frac{j_{z,a}}{\sigma_a} = D_a \frac{\partial B_a}{\partial x}, \\ E_{z,f} &= \frac{j_{z,f}}{\sigma_f} = -uB = D_f \frac{\partial B}{\partial x} - uB, \quad (5) \end{aligned}$$

где индекс f относится к пленке, σ есть проводимость, $D = 1/\mu_0 \sigma$ и u — скорость течения жидкости в пленке.

Подставляя (5) в (4), деля на dx и устремляя разность $|x_A - x_B|$ к нулю, будем иметь

$$\begin{aligned} D_r \frac{\partial B_r}{\partial z} - D_a \frac{\partial B_a}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(D_f h \frac{\partial B_a}{\partial x} \right) - Q \frac{\partial B_a}{\partial x} \\ &\quad - D_a \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial B_a}{\partial x} - h \frac{\partial B_a}{\partial t} + B_a \frac{\partial h}{\partial t}. \quad (6) \end{aligned}$$

В правой части выражения (6) магнитная индукция в пленке была заменена на магнитную индукцию в арматуре, поскольку по предположению изменение индукции по толщине пленки является малым. Последними двумя слагаемыми в (6) можно пренебречь, поскольку время диффузии магнитного поля в пленке существенно меньше характерного времени изменения магнитного поля под действием внешних факторов, например, ускорения арматуры. Можно также пренебречь и третьим членом в правой части (6), поскольку предполагается, что сопротивление пленки существенно больше сопротивления рельса и арматуры. В противном случае влияние пленки оказывается вообще несущественным.

Таким образом, окончательно второе условие на границе рельс–арматура принимает вид

при $z = 0$ и $0 \leq x \leq l$

$$D_r \frac{\partial B_r}{\partial z} - D_a \frac{\partial B_a}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_f h \frac{\partial B_a}{\partial x} \right) - Q \frac{\partial B_a}{\partial x}, \quad (7)$$

где

$$Q(x) = \int_0^h u dz$$

— расход жидкости в пленке.

Условие (7) отличается от обычно используемых условий на границе рельс–арматура вторым членом в правой части, учитывающим распределение скорости в сечении пленки.

Поскольку ускорение арматуры достаточно велико, то задача (1)–(3) и (7) является, вообще говоря, нестационарной. Тем не менее при расчете распределения магнитного поля и электрического тока в настоящей работе мы пренебрегли временными производными, полагая задачу квазистационарной. Указанное допущение справедливо, если характерное время диффузии магнитного поля t_{dif} существенно меньше характерного времени изменения скорости движения ускоряемого тела t_{mov} . Оценки показывают, что в случае рельса это условие выполняется достаточно хорошо. И наоборот, в арматуре оно, как правило, не выполняется. Тем не менее мы использовали это приближение и в этом случае по следующим причинам. Во-первых, основная цель расчетов состояла в исследовании влияния жидкой пленки на движение тела в рельсотроне. Использование квазистационарного приближения не препятствует решению этой задачи, поскольку существенно не исказит характер этого влияния. Во-вторых, квазистационарный подход сильно упрощает получение численного решения задачи. Действительно, для корректного описания скоростного скин-слоя необходимо использовать сетки, чрезвычайно сильно сгущающиеся к задней кромке арматуры. Поэтому при нестационарном подходе пришлось бы использовать нестационарные сетки, сгущение которых увеличивается в процессе решения задачи. И наконец, в-третьих, в подавляющем большинстве работ, посвященных скоростному скин-эффекту, скорость движения тела предполагалась постоянной и нестационарными эффектами также пренебрегалось. Таким образом, далее в этом разделе рассматривается стационарный вариант задачи (1), (2).

Приведение к безразмерному виду

Перейдем в уравнениях (1), (2) и граничных условиях (3), (7) к безразмерным переменным (знак “~” в дальнейшем опускается)

$$\tilde{B} = B/B_0, \quad \tilde{D} = D/D_*, \quad \tilde{h} = h/h_0, \quad \tilde{x} = x/l, \quad \tilde{\mathbf{j}} = \mathbf{j} \frac{l}{\mu_0 B_0},$$

в арматуре

$$\tilde{z} = z/l, \quad \tilde{j}_x = -\frac{\partial \tilde{B}}{\partial \tilde{z}}, \quad \tilde{j}_z = \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \tilde{x}},$$

в рельсе

$$\tilde{z} = z\sqrt{\text{Re}}/l, \quad \tilde{j}_x = -\sqrt{\text{Re}} \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \tilde{z}}, \quad \tilde{j}_z = \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \tilde{x}}, \quad (8)$$

где Re — магнитное число Рейнольдса $\text{Re} = Ul/D_*$, h_0 — высота зазора при $x = 0$, D_* — характерное значение коэффициента диффузии магнитного поля.

В результате будем иметь в арматуре

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D_a \frac{\partial B_a}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_a \frac{\partial B_a}{\partial z} \right) = 0, \quad (9A)$$

$$\text{при } x = 0 \quad B_a = 0, \quad \text{при } x = 1 \quad B_a = 1,$$

$$\text{при } z = d \quad \frac{\partial B_a}{\partial z} = 0, \quad (9B)$$

в рельсе

$$\frac{\partial B_r}{\partial x} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x} \left(D_r \frac{\partial B_r}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_r \frac{\partial B_r}{\partial z} \right), \quad (10A)$$

$$\text{при } x = 0 \quad B_r = 0, \quad \text{при } z = -\infty \quad B_r = 0,$$

$$\text{при } z = 0 \text{ и } x \geq 1 \quad B_r = 1, \quad (10B)$$

на границе между рельсом и арматурой (при $z = 0$ и $0 \leq x \leq 1$)

$$B_r = B_a \text{ и } \sqrt{\text{Re}} D_r \frac{\partial B_r}{\partial z} - D_a \frac{\partial B_a}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_1 D_f h \frac{\partial B_a}{\partial x} \right) - \varepsilon_2 \frac{\partial B_a}{\partial x}, \quad (11)$$

где $\varepsilon_1 = h_0/l$, $\varepsilon_2 = Q/D_*$.

Необходимо отметить, что уравнение (11) описывает не только случай, когда рельс и арматура разделены жидкой пленкой, но и случаи наличия твердых тонких покрытий на рельсе или ускоряемом теле. В первом случае необходимо положить $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \text{Re}$, а во втором — $\varepsilon_2 = 0$. В случае жидкой пленки расход зависит от скорости и ускорения движущегося тела, формы зазора между рельсом и арматурой, вязкости смазки и магнитного давления. Однако в случае достаточно тонких пленок толщиной порядка нескольких микрон профиль скорости в поперечном сечении пленки близок к линейному. В этом случае хорошей аппроксимацией для ε_2 может быть выражение $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \text{Re}/2$, которое получается, если положить расход жидкости в пленке равным $Q = Uh/2$. Необходимо отметить, что для смазок, удельный вес которых существенно больше удельного веса ускоряемого тела, это выражение занижает расход и тем самым завышает способность пленки ослаблять скоростной скин-эффект.

Для решения уравнения (10A) требуется, вообще говоря, еще одно граничное условие при $x \rightarrow \infty$. Однако поскольку это уравнение при больших магнитных числах Рейнольдса имеет ярко выраженные свойства уравнения пограничного слоя, то в действительности при его численном решении это условие оказывается ненужным.

Метод решения

Основная особенность задачи (9)–(11) заключается в том, что решение уравнения Лапласа (9) должно сращиваться с решением уравнения (10), которое содержит конвективный член. Это приводит к тому, что в точке $x = 1, z = 0$ в решении возникает особенность и около этой точки образуется скоростной скин-слой. Для корректного расчета этого слоя будем искать решение задачи (10) в виде $B_r = B_1 + B_2$, где первое слагаемое B_1 определяется уравнением пограничного слоя

$$\frac{\partial B_1}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_r \frac{\partial B_1}{\partial z} \right) \quad (12A)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0 \quad B_1 = 0, \quad \text{при } z = -\infty \quad B_1 = 0, \\ \text{при } z = 0 \text{ и } x \geq 1 \quad B_1 = 1, \end{aligned} \quad (12B)$$

а второе B_2 — уравнением

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_2}{\partial x} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x} \left(D_r \frac{\partial B_2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_r \frac{\partial B_2}{\partial z} \right) \\ + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x} \left(D_r \frac{\partial B_1}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (13A)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0 \quad B_2 = 0, \quad \text{при } z = -\infty \quad B_2 = 0, \\ \text{при } z = 0 \quad B_2 = 0. \end{aligned} \quad (13B)$$

При этом на границе рельс–арматура при $z = 0$ и $0 \leq x \leq 1$ выполняются условия

$$\begin{aligned} B_1 = B_a \text{ и } D_r \sqrt{\text{Re}} \left(\frac{\partial B_1}{\partial z} + \frac{\partial B_2}{\partial z} \right) - D_a \frac{\partial B_a}{\partial z} \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_1 D_f h \frac{\partial B_a}{\partial x} \right) - \varepsilon_2 \frac{\partial B_a}{\partial x}. \end{aligned} \quad (13C)$$

Задача (12) определяет решение типа пограничного слоя, в то время как задача (13) описывает поправку к погранслоному решению в окрестности точки $x = 1, z = 0$, где образуется скоростной скин-слой, поскольку скорость изменения магнитного поля в окрестности этой точки имеет одинаковый порядок по координатам x и z и, следовательно, в этой окрестности нельзя пренебрегать второй производной по координате x . Таким образом, уравнения (9), (12), (13) определяют распределение магнитного поля в рельсах и движущемся теле.

Если коэффициент диффузии магнитного поля в рельсе считается постоянным, то для решения задачи (12) можно написать следующее выражение:

$$\begin{aligned} B_1 = \int_0^x \frac{\partial B_a}{\partial x} \Big|_{z=0} \text{erfc} \left(-\frac{z}{2\sqrt{D_r(x-x')}} \right) dx' \\ \text{при } 0 \leq x \leq 1, \quad z \leq 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_1 = \int_0^1 \frac{\partial B_a}{\partial x} \Big|_{z=0} \text{erfc} \left(-\frac{z}{2\sqrt{D_r(x-x')}} \right) dx' \\ \text{при } x > 1, \quad z \leq 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Отсюда условие (13C) принимает вид

$$\begin{aligned} \sqrt{D_r \text{Re}} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \frac{\partial B_a}{\partial x} \Big|_{z=0} \frac{dx'}{\sqrt{x-x'}} + \frac{\partial B_2}{\partial z} \right) - D_a \frac{\partial B_a}{\partial z} \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_1 D_f h \frac{\partial B_a}{\partial x} \right) - \varepsilon_2 \frac{\partial B_a}{\partial x}. \end{aligned} \quad (15)$$

Если пренебречь поправкой B_2 , то расчет магнитного поля в арматуре сводится к решению задачи (9) с условием (15) при $z = 0$ [2].

Уравнения (9), (12), (13), или (9), (14), (15) интегрировались численно конечно-разностным методом. Для корректного расчета скоростного скин-эффекта использовалась неравномерная сетка со сгущением к границам $x = 1$ и $z = 0$. Координаты узлов вычислялись по формулам, взятым из работы [28]. При этом минимальный шаг выбирался в пределах 0.0001–0.0004 при числе узлов 21 или 41 на длине равной 1.

Качественный анализ влияния жидкой пленки на величину скоростного скин-слоя

Прежде чем переходить к анализу результатов численных расчетов, оценим влияние жидкой пленки на величину скоростного скин-слоя, используя уравнение (15). Обозначим характерный размер изменения магнитного поля в скоростном скин-слое в арматуре через δ (этот размер по осям Ox и Oz является одинаковым). Тогда, полагая толщину пленки постоянной ($h = 1$) и пренебрегая в (15) поправкой B_2 , получим

$$\frac{\sqrt{D_r \text{Re}}}{\sqrt{\pi \delta}} - \frac{D_a}{\delta} = \frac{\varepsilon_1 D_f}{\delta^2} - \frac{\varepsilon_2}{\delta}. \quad (16A)$$

Левая часть (16A) обращается в нуль при значении

$$\delta_1 = \frac{\pi D_a^2}{\text{Re} D_r}. \quad (16B)$$

Именно это значение δ определяет толщину скоростного скин-слоя в отсутствие жидкой пленки [2,10]. Правая часть (16A) обращается в нуль при значении

$$\delta_2 = \varepsilon_1 D_f / \varepsilon_2 = 2D_f / \text{Re}. \quad (16C)$$

Отсюда, во-первых, следует, что жидкая пленка будет увеличивать толщину скоростного скин-слоя при условии, если $\pi D_a^2 / D_r \leq 2D_f$. Во-вторых, нетрудно видеть, что с увеличением толщины пленки, т.е. с ростом ε_1 , толщина скоростного скин-слоя стремится к δ_2 . Сравним полученный результат со случаем, когда резистивный

слой находится на поверхности арматуры. Как уже указывалось, в этом случае $\varepsilon_2 = 0$. Тогда при достаточно больших значениях ε_1 , при которых $\varepsilon_1 \gg D_a \delta / D_f$, из (16А) получаем известное выражение [10]

$$\delta = \left(\frac{\pi D_f^2 \varepsilon_1^2}{D_1 \text{Re}} \right)^{1/3}.$$

Таким образом, с точки зрения увеличения толщины скоростного скин-слоя жидкая пленка оказывается менее эффективной по сравнению с резистивными покрытиями, наносимыми на поверхность арматуры.

Предельное значение толщины скоростного скин-слоя (16С) было получено в предположении, что D_f фиксировано, а толщина пленки растет. Если же зафиксировать толщину пленки, а D_f устремить к бесконечности, то, как следует из (15), распределение магнитного поля в арматуре будет стремиться к линейному, $j_z \rightarrow 1$, а $j_x \rightarrow 0$. В то же время распределение магнитного поля в рельсе будет стремиться к выражению (14). Соответственно x -компонента плотности электрического тока в рельсе при $z = 0$ будет равна $j_x = 2\sqrt{x \text{Re} / \pi D}$ и, следовательно, может достигать достаточно большой величины. Таким образом, в этом случае основная джоулева диссипация будет сосредоточена в рельсе, а не в арматуре. Очевидно также, что каждому значению Re будет соответствовать свое значение D_f , при котором практически достигается указанное предельное распределение магнитного поля. В качестве оценки этого значения D_f можно воспользоваться выражением (16), положив в нем $\delta = 1$, или искать решение в виде ряда по обратным степеням εD_f . В результате будем иметь

$$\varepsilon_1 D_f > \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \sqrt{D_r \text{Re}} + \frac{\varepsilon_1}{2} \text{Re}.$$

Таким образом, если взять в качестве $D_* = D_a$, то при $D_r = 0.7$ и $\text{Re} = 1000$ получим, что контактное сопротивление пленки должно в 40 раз превосходить сопротивление металлического поршня (по его высоте) на единицу площади.

Результаты численных расчетов

Как известно, проводимость металлов заметно зависит от температуры. Однако в настоящей работе чтобы сделать расчет магнитного поля не зависящим от расчета распределения температуры, и тем самым существенно упростить задачу, зависимостью коэффициентов диффузии от температуры пренебрегалось. В качестве материала поршня был взят алюминий, а рельсов — медь. Коэффициенты диффузии алюминия и меди были приняты равными их значению при температуре 600°C, а именно 0.049 м²/с для алюминия и 0.035 м²/с для меди. В качестве D_* использовался коэффициент диффузии магнитного поля в рельсе. Коэффициенты диффузии в рельсе и жидкой пленке всегда считались постоянными,

в то время как коэффициент диффузии в арматуре предполагался кусочно-постоянным. Последнее было сделано для того, чтобы оценить влияние резистивных вставок в арматуре. Таким образом, безразмерные коэффициенты диффузии в рельсе и арматуре равны $D_r = 1$ и $D_a = 1.4$, а для резистивных вставок в арматуре был использован гипотетический коэффициент диффузии, равный 14. Всего было рассмотрено три типа арматуры: однородная алюминиевая (А) $D_a = 1.4$; с резистивным слоем (В)

$$D_a = \begin{cases} 1.4, & \text{at } d/2 > z > 0.01, \\ 14 & \text{at } z < 0.01; \end{cases}$$

с резистивной вставкой в задней части арматуры (С)

$$D_a = \begin{cases} 1.4, & \text{at } x < 1 - \sqrt{3}z, \\ 14, & \text{at } x > 1 - \sqrt{3}z. \end{cases}$$

Последний вариант моделирует арматуру типа шеврон, у которой задняя стенка образует с поверхностью рельса угол 30°. Во всех трех вариантах арматура считалась квадратной. В качестве материала пленки был выбран жидкий индий с коэффициентом диффузии, равным 0.253 м²/с (безразмерное значение $D_f = 7.2$). Однако использовались также гипотетические значения коэффициента диффузии пленки, существенно большие этого значения и не связанные с конкретным материалом. Все рассмотренные виды пленок перечислены в таблице 1.

Расчеты были выполнены для четырех значений магнитного числа Рейнольдса 30, 100, 300 и 1000. В случае

Таблица 1.

Вариант	Толщина пленки ε_1	D_f	Зависимость толщины пленки от x
1	0		
2	0.0001	7.2	Нет
3	0.001	7.2	—"
4	0.001	30	—"
5	0.001	100	—"
6	0.01	100	—"

Таблица 2. Максимальное значение z -компоненты плотности тока и толщины скоростного скин-слоя для однородной арматуры

Варианты	Числа Рейнольдса							
	30		100		300		1000	
	$j_{z,\max}$	δ_{VSL}	$j_{z,\max}$	δ_{VSL}	$j_{z,\max}$	δ_{VSL}	$j_{z,\max}$	δ_{VSL}
1А	30.9	0.114	64.7	0.046	121	0.019	245	0.0065
2А	28.1	0.115	56.5	0.046	108	0.019	219	0.0067
3А	17.6	0.116	34.3	0.049	64.7	0.021	131	0.008
4А			20.3	0.058	35.4	0.029	65.2	0.014
5А			11.9	0.08	19.3	0.046	33.1	0.024
6А			3.9	0.19	6.1	0.124	11.3	0.066

если длина поршня равна 0.01 м, то указанным числам Рейнольдса соответствуют скорости движения поршня 105, 350, 1050 и 350 м/с. Отметим, что во всех рассмотренных вариантах контактное сопротивление пленки было существенно меньше того значения, при котором достигается предельное распределение магнитного поля в арматуре и рельсе. Для характеристики неравномерности распределения плотности электрического тока были использованы два параметра: максимальное значение z -компоненты тока $j_{z,\max}$ и протяженность участка границы рельс–арматура δ_{VSL} , через которую протекает 50% электрического тока. Последнюю величину можно рассматривать как оценку толщины скоростного скин-слоя. Как показывает табл. 2, при отсутствии пленки указанная величина при магнитных числах Рейнольдса 300 и 1000 практически совпадает с оценкой толщины скоростного скин-слоя (16 V).

В данной геометрии максимальное значение z -компоненты тока всегда находится в точке ($x = 1, z = 0$). Однако оказалось, что значение j_z в этой точке сильно зависит от шага сетки. Возможно, что в рассматриваемой модели это значение вообще равно бесконечности. По крайней мере нам не удалось найти его с достаточной степенью надежности ни при каких разумных сгущениях сетки. Поэтому в качестве $j_{z,\max}$ было выбрано значение j_z на границе рельс–арматура в точке $x = 0.9997$. С одной стороны, эта точка располагается достаточно близко к точке $x = 1$ и в рассматриваемом диапазоне параметров будет всегда находиться внутри скоростного скин-слоя, а с другой, значение тока в этой точке удастся вычислить с достаточной степенью надежности. Конечно, такой выбор $j_{z,\max}$ несет в себе определенный произвол, тем не менее он позволяет эффективно продемонстрировать влияние жидкой пленки на распределение плотности электрического тока.

Как показали расчеты, в окрестности задней кромки арматуры j_z существенно превосходит x -компоненту плотности электрического тока во всех вариантах, кроме варианта арматуры с резистивной вставкой (вариант С). В последнем случае, благодаря тому что скачок коэффициента диффузии в арматуре происходит по границе, наклоненной к поверхности рельса под углом в 30° , x -составляющая тока становится весьма значительной и может даже превосходить z -компоненту. Поэтому для этого варианта $j_{z,\max}$ не является достаточно представительной характеристикой неравномерности распределения электрического тока. Значения $j_{z,\max}$ и δ_{VSL} для различных вариантов приведены в табл. 2–4, а на рис. 3, 4 представлены распределения x - и z -компонент плотности электрического тока на контактной границе рельс–арматура. Показанная на этих рисунках x -компонента плотности электрического тока вычислялась со стороны арматуры. В то же время x -компонента плотности тока на контактной границе со стороны рельса оказывается существенно большей. При отсутствии пленки это объясняется тем, что проводимость меди больше, чем алюминия. Наличие резистивной пленки еще больше увеличивает этот разрыв. В пределе при стремлении

Таблица 3. Максимальное значение z -компоненты плотности тока и толщины скоростного скин-слоя для арматуры с резистивным слоем ($Re = 1000$)

Варианты	$j_{z,\max}$	δ_{VSL}
3В	33.1	0.039
4В	26.5	0.041
5В	19.5	0.047
6В	10.0	0.074

Таблица 4. Максимальное значение z -компоненты плотности тока и толщины скоростного скин-слоя для арматуры с резистивной вставкой в задней части

Варианты	Числа Рейнольдса			
	100		1000	
	$j_{z,\max}$	δ_{VSL}	$j_{z,\max}$	δ_{VSL}
1С	22.4	0.18		
3С	8.9	0.18	44.5	0.039
4С	6.8	0.18	30.5	0.043
5С	5.3	0.18	19.6	0.052
6С	2.8	0.27	9.1	0.087

Таблица 5. Максимальные значения x -компоненты плотности тока в рельсе на границе с арматурой

Варианты	$Re = 300$	$Re = 100$
1А	92.3	215
2А	112	258
3А	115	269
4А	94.2	215
5А	73.2	164
6А	37.7	102

контактного сопротивления пленки к бесконечности, как показано в предыдущем разделе, j_x в арматуре будет стремиться к нулю, а в рельсе — к значению $2\sqrt{x Re/\pi}$. Получается как бы своеобразная плата за уменьшение скоростного скин-эффекта. Максимальное значение x -компоненты плотности тока $j_{x,\max}$ в рельсе на границе с поршнем представлены в табл. 5. Из таблицы видно, что с увеличением контактного сопротивления пленки максимальное значение x -компоненты плотности тока в рельсе сначала увеличивается из-за влияния пленки, а затем начинает убывать вследствие общего убывания плотности тока из-за ослабления скоростного скин-эффекта.

Представленные данные позволяют сделать следующие выводы.

При отсутствии пленки максимальное значение плотности тока возрастает с увеличением магнитного числа Рейнольдса существенно медленнее, чем прямая пропорциональная зависимость, которая могла бы ожидаться исходя из формулы (16А) для толщины скоростного скин-слоя.

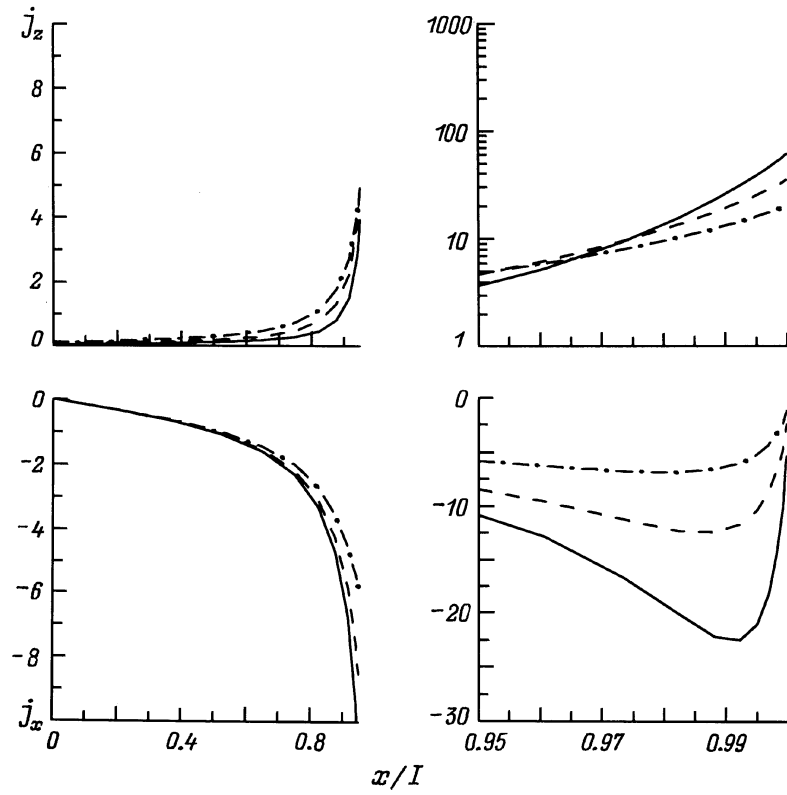


Рис. 3. Распределение x - и z -компонент плотности электрического тока на границе релей-арматура при наличии жидкой пленки (вариант 4A): $\varepsilon_1 = 0.001$, $D_f = 30$; $Re = 1000$ (сплошные кривые), 300 (штриховые), 100 (штрихпунктир).

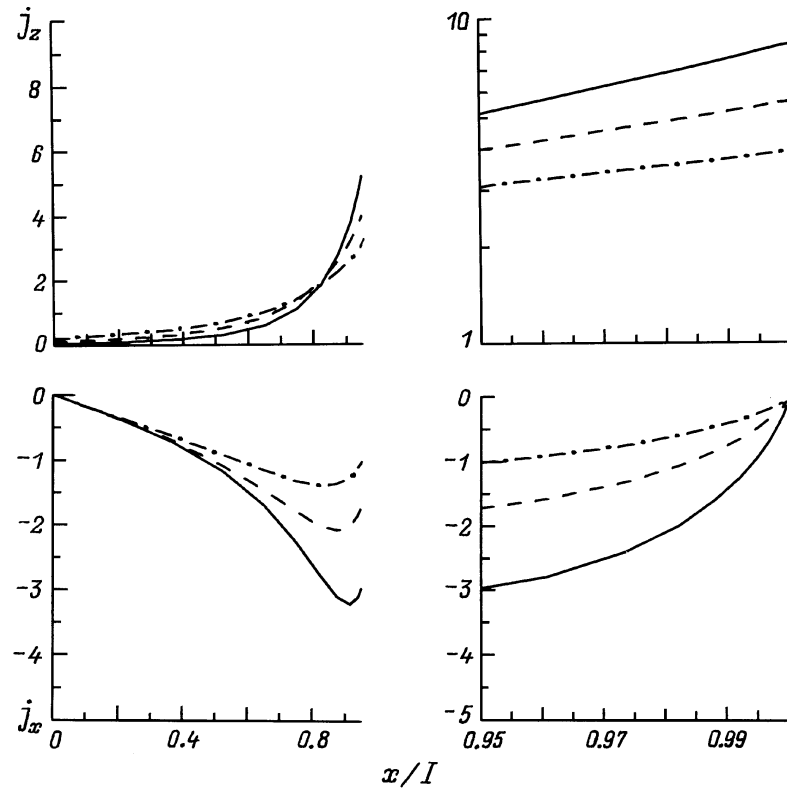


Рис. 4. То же, что и на рис. 3 (вариант 6A): $\varepsilon_1 = 0.01$, $D_f = 100$; $Re = 1000$ (сплошные кривые), 300 (штриховые), 100 (штрихпунктир).

Влияние пленки проявляется прежде всего в уменьшении максимального значения плотности тока. При этом толщина скин-слоя (величина δ_{VSL}) с ростом контактного сопротивления пленки увеличивается гораздо медленнее.

Комбинация жидкой пленки и резистивных вставок в арматуре позволяет заметно ослабить скоростной скин-эффект. Тем не менее даже при использовании довольно толстых пленок с достаточно высоким удельным сопротивлением неравномерность в распределении плотности электрического тока в арматуре при числах Рейнольдса, представляющих практический интерес, остается весьма высокой. Так, в варианте 6А толщина скоростного скин-слоя составляет лишь 7% от длины арматуры, хотя контактное сопротивление пленки в 1.5 раз превышает сопротивление арматуры (по ее высоте) на единицу площади. В этом случае при токе 300 кА и размере поршня 0.01 м падение напряжения на жидкой пленке будет составлять 9 В. Для полного устранения скоростного скин-эффекта на больших скоростях движения арматуры контактное сопротивление пленки, по-видимому, должно в десятки раз превышать сопротивление поршня. При этом падение напряжения на пленке будет составлять десятки вольт.

Работа выполнена при частичной поддержке DERA (контракт № SMC/4C2061).

Список литературы

- [1] Long G.C. // IEEE Trans. on Magn. 1989. Vol. 25. N 1. P. 347–352.
- [2] Parks P.B. // J. Appl. Phys. 1990. Vol. 67. N 7. P. 3511–3516.
- [3] Thurmond L.E., Ahrens B.K., Barber J.P. // IEEE Trans. on Magn. 1991. Vol. 27. N 1. P. 326–328.
- [4] James T.E. // IEEE Trans. on Magn. 1991. Vol. 27. N 1. P. 482–487.
- [5] Урюков Б.А., Лебедев А.Д., Милев К.К. // Материалы II Всесоюз. семинара по динамике сильноточного дугового разряда в магнитном поле. Новосибирск, 1991. С. 33–71.
- [6] Базилевский В.П., Заятдинов Р.М., Кареев Ю.А. // Там же. С. 285–303.
- [7] Глинов А.П., Колядин Н.М., Полтанов А.Е. и др. // Там же. С. 315–339.
- [8] Юфрегов В.С., Гнедина М.Л., Гнедин Н.Ю. // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 1. С. 83–91.
- [9] Dreizin Y.A. // IEEE Trans. on Magn. 1993. Vol. 29. N 1. P. 798–803.
- [10] Barber J.P., Dreizin Y.A. // IEEE Trans. on Magn. 1995. Vol. 31. N 1. P. 96–100.
- [11] James T.E., James D.C. // IEEE Trans. on Magn. 1995. Vol. 31. N 1. P. 162–167.
- [12] Kareev Yu.A., Zayatinov R.M. // IEEE Trans. on Magn. 1995. Vol. 31. N 1. P. 180–182.
- [13] James T.E. // IEEE Trans. on Magn. 1995. Vol. 31. N 1. P. 622–627.
- [14] Powell J.D., Zielinski A.E. // IEEE Trans. on Magn. 1995. Vol. 31. N 1. P. 645–650.
- [15] Schoolderman A.J. // IEEE Trans. on Magn. 1995. V. 31. N 1. P. 651–656.

- [16] Angeli M., Gardelli E. // IEEE Trans. on Magn. 1997. Vol. 33. N 1. P. 37–42.
- [17] James T.E., James D.C. // IEEE Trans. on Magn. 1997. Vol. 33. N 1. P. 86–91.
- [18] Woods L.C. // IEEE Trans. on Magn. 1997. Vol. 33. N 1. P. 152–156.
- [19] Barber J.P., Challita A., Maas B., Thurmond L.E. // IEEE Trans. on Magn. 1991. Vol. 27. N 1. P. 228–232.
- [20] Barber J.P., Challita A. // IEEE Trans. on Magn. 1993. Vol. 29. N 1. P. 733–738.
- [21] Glushkov I.S., Kareev Yu.A., Kotova L.G. et al. // IEEE Trans. on Magn. 1997. Vol. 33. N 1. P. 549–553.
- [22] Hsich K.T., Kim B.K. // IEEE Trans. on Magn. 1997. Vol. 33. N 1. P. 237–239.
- [23] Hildenbrand D.J., Rapka J.R., Long B.J. // IEEE Trans. on Magn. 1997. Vol. 33. N 1. P. 74–79.
- [24] Uryukov B.A., Lebedev A.D., Milyaev C.C. // IV European Symp. on Electromagnetic Launch Technology. Gelle (Germany), 1993. Paper N P1511.
- [25] Crawford R., Taylor J., Keefer D. // IEEE Trans. on Magn. 1997. Vol. 31. N 1. P. 138–143.
- [26] Persad C., Yeoh A., Prabhi G. et al. // IEEE Trans. on Magn. 1997. Vol. 33. N 1. P. 140–145.
- [27] Kerwien S.R. // IEEE Trans. on Magn. 1997. Vol. 33. N 1. P. 104–108.
- [28] Quon C.J. // Fluid Mechanics. 1987. Vol. 181. P. 233–264.